

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЛО В ИЗОБАР-АНАЛОГОВЫХ СОСТОЯНИЯХ

*А. С. Демьянова*<sup>1,\*</sup>, *А. Н. Данилов*<sup>1</sup>, *С. В. Дмитриев*<sup>1</sup>,  
*В. И. Старостин*<sup>1,2</sup>, *С. А. Гончаров*<sup>3</sup>, *Ю. Б. Гуров*<sup>2,4</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

<sup>2</sup> Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

<sup>3</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

<sup>4</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В рамках изучения однонуклонных и двухнуклонных гало в изобар-аналоговых состояниях легких ядер с  $A = 6, 12, 13, 14$  исследуется проявление изотопической инвариантности на новых объектах и связываются свойства нейтронного и протонного гало. Вопрос о существовании гало в изобар-аналоговых состояниях до сих пор практически не ставился в экспериментальном плане. Предложено решить следующую задачу: экспериментально определить радиусы ряда состояний, в которых может быть гало в ядрах от  ${}^6\text{Li}$  до  ${}^{14}\text{O}$ , образующих изобар-аналоговые дублеты и триплеты. Обнаружены новые возможные кандидаты в гало в зеркальных ядрах  ${}^{13}\text{C}$  и  ${}^{13}\text{N}$ , в изобар-аналоговых мультиплетах  $A = 12$  и  $14$ . Следует отметить, что изобар-аналоговые состояния с  $T = 1$  в триплете  $A = 12$  исследованы экспериментально в реакциях передачи и перезарядки впервые. Установлено, что среднеквадратичные радиусы состояний  $0^+$  в мультиплете  $A = 6$  совпадают в пределах ошибок. Результаты получены двумя независимыми методами: ANC и MDM.

A review is devoted to the study of single-nucleon and two-nucleon halos in isobar-analog states of light nuclei with  $A = 6, 12, 13, 14$ . This study allows one to investigate the manifestation of isotopic invariance at new objects and to relate the properties of the neutron and proton halo. The question of the existence of halo in isobar-analog states has so far not been practically raised experimentally. It was proposed to solve the problem: experimentally determine the radii of a number of states in which there can be a halo in nuclei from  ${}^6\text{Li}$  to  ${}^{14}\text{O}$ , forming isobar-analog doublets and triplets. New possible candidates for a nucleons halo were found in mirror nuclei  ${}^{13}\text{C}$  and  ${}^{13}\text{N}$ , in the isobar-analog states in  $A = 12$  and  $14$ . It should be noted that the IAS triplet with isospin  $T = 1$  in nuclei with  $A = 12$  was experimentally studied in transfer and charge exchange reactions for the first time. It was found that the rms of  $0^+$  isobar-analog states in  $A = 6$  nuclei coincide within the error limits. The results were obtained using two independent methods: ANC and MDM.

PACS: 21.10.-k

---

\* E-mail: a.s.demyanova@bk.ru

## ВВЕДЕНИЕ

Основным направлением изучения современной ядерной физики являются экзотические ядра вдали от линии стабильности, т. е. ядра с избытком нейтронов или протонов. За всю историю ядерной физики вблизи линии стабильности исследовано около двух тысяч ядер. Однако их должно быть гораздо больше. Около пяти тысяч ядер никогда не изучались и даже не наблюдались. Эти ядра назвали экзотическими, потому что уже первые шаги в их изучении стали давать ошеломляющие результаты. В итоге современные исследования экзотических ядерных состояний заставляют пересматривать традиционную ядерную физику.

Одним из наиболее ярких открытий в ядерной физике, сделанных в конце прошлого века, было обнаружение нейтронного гало в основных состояниях некоторых легких ядер [1], расположенных вблизи границы нейтронной стабильности. Гало проявляется в наличии диффузной поверхностной области, окружающей ядро с нормальной ядерной плотностью и содержащей только нейтроны. Результатом этого является длинный «хвост» их волновых функций и, соответственно, увеличение радиуса всего ядра в данном состоянии. До недавнего времени считалось, что гало может образовываться только в радиоактивных ядрах, находящихся вблизи границ стабильности, и практически только в основных состояниях. Однако еще в конце 1950-х гг., задолго до открытия гало, А. И. Базь фактически предсказал [2] возможность его появления даже в стабильных ядрах вблизи порогов испускания нейтронов. Первое указание на наличие нейтронного гало в стабильном ядре  $^{13}\text{C}$  в его первом возбужденном состоянии  $1/2^+$ , 3,09 МэВ было получено в работе [3], а позднее и подтверждено [4]. Оказалось, что область существования гало гораздо шире, чем считалось ранее: гало обнаружено в ядрах, не только находящихся вблизи границы стабильности, но и вдали от нее; не только в основном состоянии [5], но и в возбужденном [3, 4]. Особый интерес представляет накапливающаяся информация о том, что состояния со свойствами гало могут находиться не только в дискретном спектре, но и в континууме [6, 7], а задача их единого описания была сформулирована как одна из важнейших [5].

Открытие гало привело к пересмотру многих устоявшихся представлений и возникновению нового направления исследований в ядерной физике. Возникло название «экзотические ядра» в связи с обнаружением нейтронного гало. В настоящее время проблеме гало посвящены многие десятки экспериментальных и теоретических исследований, которые продолжаются. Опубликованы последние результаты по данной проблеме [5, 8]. Значимость исследований гало определяется не только тем, что соответствующие состояния имеют увеличенные радиусы (валентные нуклоны располагаются на расстоянии 2–3 радиусов от центра ядра), но и тем, что ядро с гало, например нейтронное, представляет

собой двухкомпонентную систему, одной из частей которой является «нейтронная материя» во внешнем поле. Более того, очевидно, что в гало могут быть необычные корреляции нейтронов, например, типа «динейтронного конденсата», предложенного в работе [9]. По типу валентного нуклона гало может быть протонным или нейтронным. Протонное гало — довольно редкое явление. Недавно было обнаружено протонное гало в несвязанном состоянии  $1/2^+$  ядра  $^{13}\text{N}$  с энергией 2,37 МэВ [10], которое является зеркальным состоянием по отношению к состоянию  $1/2^+$  в ядре  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ с подтвержденным нейтронным гало. Это третий случай идентификации однопротонного гало, ранее обнаруженного только в  $^8\text{B}$  [11, 12] и в  $^{17}\text{F}$  [13–15].

Исследование гало в изобар-аналоговых состояниях (ИАС) позволяет изучать проявления изотопической инвариантности на новых объектах и связывать свойства нейтронного и протонного гало. Вопрос о существовании гало в ИАС до сих пор в экспериментальном плане практически не ставился. Предлагаемый подход основан на измерении радиусов состояний, в которых существует или может существовать гало. Предлагается решить следующую задачу: экспериментально определить радиусы ряда состояний, в которых может находиться гало, в ядрах от  $^6\text{Li}$  до  $^{14}\text{O}$ , образующих изобар-аналоговые дублеты и триплеты.

Реакции передачи нуклонов и реакции перезарядки представляются оптимальными для поиска гало в ИАС. Реакции передачи нуклонов традиционно используются для получения информации об одночастичных (sp) состояниях, спектроскопических факторах (SF), асимптотических нормировочных коэффициентах (ANC) и ядро-ядерных оптических потенциалах. Кроме того, эти реакции широко используются для нахождения состояний с увеличенным радиусом. Реакции перезарядки, в частности ( $^3\text{He}, t$ ) [16], также могут быть использованы для получения информации о радиусах состояний. Эти реакции дают возможность изучать и несвязанные состояния. Следует отметить, что интерпретация гало в возбужденных состояниях, расположенных выше порога эмиссии частиц, остается открытым вопросом. При описании несвязанного состояния возникают трудности, связанные со сравнением его асимптотической и внутренней частей.

Радиусы короткоживущих несвязанных относительно вылета частиц состояний не могут быть измерены традиционными способами. До недавнего времени существовали только непрямые методы (формфакторы рассеяния электронов, CC, DWBA). Для изучения гало в ИАС были предложены два основных метода: метод асимптотических нормировочных коэффициентов (подробнее см. работу [4] и ссылки в ней) и метод на основе модифицированной дифракционной модели [17]. Первый метод работает с периферийными реакциями передачи и ранее использовался только для связанных состояний. Второй первоначально использовался для несвязанных состояний, он был разработан для данных упругого и неупругого рассеяния с целью оценки среднеквадратичного радиуса.

При рассмотрении конкретных изобар-аналоговых мультиплетов оба метода были доработаны и позволили получить целую группу новых результатов по гало. Для оценки радиусов также использовался метод неупругого ядерного радужного рассеяния (NRS) (подробнее см. работу [18] и ссылки в ней).

Цель данного обзора — представить результаты исследований гало в ИАС в легких ядрах. Изобарическая инвариантность приводит к тому, что состояния двух соседних ядер, полученных при замене нейтрона протоном и имеющих одинаковые квантовые числа, в том числе и изоспин, аналогичны, т. е. имеют в первом приближении одинаковую структуру и радиусы. В случае изобар-аналогов, имеющих гало, дело обстоит сложнее: замена нейтрона в гало-состоянии на протон не обязательно приводит к появлению аналогичной протонной структуры. Дело в том, что появление гало определяется близостью валентного нуклона к порогу вылета, а у нейтрона и протона оно может быть очень разным. Остановимся на изучении гало в ИАС — в триплетах  $A = 6, 12, 13, 14$ .

## 1. ТЕОРИЯ

Для получения информации о размерах и строении ядер в исследуемых состояниях проводился теоретический анализ экспериментальных данных по дифференциальным сечениям различных прямых реакций (неупругого рассеяния, перезарядки, передачи нуклонов) с помощью различных методов, которые будут представлены ниже.

**1.1. Оценка размера ядра.** *1.1.1. Дифракционный метод.* Для оценки размеров ядер используется метод на основе модифицированной дифракционной модели (MDM) [17], разработанной на основе расчета, связанного с дифракционным рассеянием [19, 20]. Данный подход является достаточно грубым приближением для расчета дифференциальных сечений, которые описываются квадратами цилиндрических функций Бесселя разных порядков, с аргументом, пропорциональным единственному параметру, имеющему размерность длины, — дифракционному радиусу  $R_{\text{dif}}$ . Дифракционный радиус зависит как от структуры ядра, так и от динамики взаимодействия и, характеризуя размер области взаимодействия, фактически близок радиусу сильного поглощения. По положениям основного дифракционного максимума (минимума) экспериментальных угловых распределений упругого и неупругого рассеяния непосредственно определяются дифракционные радиусы основного ( $R_{\text{dif}}$ ) и возбужденного ( $R_{\text{dif}}^*$ ) состояний соответственно.

Согласно MDM среднеквадратичный радиус возбужденного состояния ( $R_{\text{rms}}^*$ ) может быть приблизительно определен как среднеквадратичный радиус основного состояния ( $R_{\text{rms}}$ ) плюс разность между дифракци-

онными радиусами возбужденного и основного состояний:

$$R_{\text{rms}}^* = R_{\text{rms}} + [R_{\text{dif}}^* - R_{\text{dif}}]. \quad (1)$$

Более подробно формализм и обоснование метода представлены в работах [17, 18]. Метод MDM был успешно проверен и позволил найти согласованные значения среднеквадратичного радиуса ядра  $^{12}\text{C}$  в состоянии Хойла ( $0^+$ , 7,65 МэВ) по угловым распределениям неупругого рассеяния ядер  $^2\text{H}$ ,  $^3,4\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$  и  $^{12}\text{C}$ , измеренным в широком диапазоне энергий [17]. Более широкий диапазон применения метода MDM, включая гало-состояния, представлен в работе [18]. Таким образом, метод MDM оказался вполне пригодным для оценки размеров ядер в различных состояниях на основе анализа угловых распределений в дифракционной области передних углов не только упругого, но и неупругого рассеяния.

Также отметим, что известные фазовые правила Блэра устанавливают определенные фазовые соотношения между угловыми распределениями упругого и неупругого рассеяния, если дифракционный радиус для упругого и неупругого рассеяния одинаков [19]. Поскольку во многих случаях неупругого рассеяния эти соотношения очень хорошо выполняются, отклонения от них могут служить индикатором изменения радиуса в возбужденном состоянии.

Рамки применения метода MDM могут быть расширены для определения радиусов протонного гало посредством реакций перезарядки [16]. Давно известно, что эти реакции имеют много общего с реакциями неупругого рассеяния [21]. Предлагаемый подход заключается в применении метода MDM к реакциям ( $^3\text{He}, t$ ). В приближении плоских волн сечения реакций перезарядки описываются сферическими (а не цилиндрическими) функциями Бесселя.

$R_{\text{rms}}^*$  и  $R_{\text{rms}}$  в уравнении (1) обозначают среднеквадратичные радиусы исследуемого возбужденного состояния и соответствующего основного состояния. Дифракционный радиус возбужденного состояния  $R_{\text{dif}}$ , предположительно, будет получен на основе данных соответствующей реакции ( $^3\text{He}, t$ ). Что касается дифракционного радиуса основного состояния  $R_{\text{dif}}$ , то его следует определять согласно методу MDM из упругого рассеяния  $^3\text{He}$  или  $^3\text{H}$ . Рассмотрены два варианта сравнения дифференциального сечения соответствующей реакции ( $^3\text{He}, t$ ), приводящей к образованию возбужденного ядра. В первом варианте предлагается использовать упругое рассеяние  $^3\text{He}$  на зеркальных ядрах. Поскольку радиусы зеркальных основных состояний имеют очень близкие значения, их дифракционные радиусы должны различаться лишь на небольшую поправку, учитывающую тот факт, что кулоновское взаимодействие в выходных каналах для тритона и ядра  $^3\text{He}$  различно.

Тогда «скорректированный» дифракционный радиус основного состояния будет равен [20]

$$R_{\text{dif}}^*(^{13}\text{N}) = \frac{\eta}{k} + \left\{ [R_{\text{dif}}(^{13}\text{N})]^2 + \left[ \frac{\eta}{k} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

$$\frac{\eta}{k} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E}.$$

Второй вариант состоит в сравнении дифференциальных сечений реакции ( $^3\text{He}, t$ ), приводящей к образованию этого состояния и основного состояния. Последнее заменяет упругое рассеяние, используемое в методе MDM. На качественном уровне можно ожидать, что фазовые соотношения между сечениями двух реакций будут такими же, как и для упругого и неупругого рассеяния. Этот вариант проще в том отношении, что нет необходимости вводить поправки в выходной канал, но аналогия между соответствующей реакцией ( $^3\text{He}, t$ ) и процессом упругого рассеяния менее очевидна [16].

Метод MDM был успешно опробован на реакциях перезарядки ( $^3\text{He}, t$ ) и позволил найти согласованные значения среднеквадратичных радиусов ядер  $^{12}\text{N}$  [22],  $^{13}\text{N}$  [10],  $^{14}\text{O}$  [23] в ряде состояний.

*1.1.2. Метод ANC.* В дополнение к методу MDM используется метод асимптотических нормировочных коэффициентов (ANC), разработанный для периферийных реакций [24, 25]. В частности, с помощью метода ANC были определены радиусы ядер в возбужденных состояниях с нейтронным гало, образующихся в реакциях передачи нуклонов [4, 26–28].

Хорошо известно, что прямые реакции передачи нуклонов чувствительны только к «хвосту» функции перекрытия кластерной конфигурации  $B \rightarrow A + \nu$  (формфактор реакции). В соответствии с общим определением метод ANC представляет собой нормировку  $C_{A\nu,lj}$  асимптотики радиальной части функции перекрытия  $\phi_{A\nu,lj}(r)$ , которая определяется энергией отрыва фрагмента  $e_{A\nu,lj}$  и выражается сферической функцией Ганкеля (или функцией Уиттекера в случае заряженной частицы  $\nu$ ). Коэффициент в модели ANC связан с константой ядерной вершины  $G_{A\nu,lj}$ , которая в ряде случаев может быть получена из анализа эксперимента следующим образом:

$$G_{A\nu,lj}^2 = \left( \frac{\pi \hbar}{\mu_{A\nu} c} \right) C_{A\nu,lj}^2. \quad (3)$$

Квадрат нормы функции перекрытия определяет величину  $S(B \rightarrow A + \nu)$  — спектроскопического фактора (SF), который является мерой перекрытия кластерных волновых функций и дает вероятность состояния ядра  $B$  быть представленным конфигурацией кластеров  $A$  и  $\nu$ .

В то же время в рамках модели двух тел неизвестная функция перекрытия может быть аппроксимирована одночастичной (sp) волновой функцией, нормированной на единицу. Радиальная часть  $u_{A\nu,lj}(r)$  этой

волновой функции обычно определяется как собственная функция, соответствующая собственному значению  $e_{A\nu,lj}$  гамильтониана (sp) с модельным потенциалом  $V_{A\nu}(r)$  и описывающая относительное движение ядер  $A$  и валентной частицы  $\nu$  в ядре  $B$ . Функция  $u_{A\nu,lj}(r)$  имеет ту же асимптотику поведения, как истинный интеграл перекрытия, но его асимптотический нормировочный коэффициент  $b_{A\nu,lj}$  и поведение во внутренней области определяются формой модельного потенциала. В таком подходе ANC, SF и  $b_{A\nu,lj}$  связаны следующим соотношением:

$$C_{A\nu,lj} = [S_{lj}(B \rightarrow A + \nu)]^{1/2} b_{A\nu,lj}. \quad (4)$$

Многочисленные исследования показали (см., например, работы [24] и [25] и ссылки в них), что для периферийных прямых ядерных реакций экспериментально найденные значения ANC слабо зависят от модельных параметров, в отличие от эмпирических значений SF, обычно определяемых путем нормировки теоретических угловых распределений (расчитанных, например, с помощью метода DWBA) к экспериментальным в главном максимуме. Таким образом, соотношение (4), учитывающее возможность определения эмпирических значений ANC и SF при периферических реакциях, существенно ограничивает выбор параметров модельного потенциала  $V_{A\nu}(r)$ .

Модельные волновые функции  $u_{A\nu,lj}(r)$ , рассчитанные с таким потенциалом, позволяют оценить среднеквадратичный радиус, характеризующий расстояние между осколками  $A$  и  $\nu$  в ядре  $B$  (например, в случае передачи нейтрона),

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} \approx \left[ \int_0^{R_N} r^4 u_{An,lj}^2(r) dr + b_{An,lj}^2 \int_{R_N}^{\infty} r^4 h_l^2(ik_{An}r) dr \right]^{1/2}, \quad (5)$$

а также вес асимптотической части волновой функции

$$D_1(R_N) = \frac{b_{An,lj}^2 \int_{R_N}^{\infty} r^2 h_l^2(ik_{An}r) dr}{\int_0^{\infty} r^2 u_{An,lj}^2(r) dr} \quad (6)$$

и его вклад в среднеквадратичный радиус

$$D_2(R_N) = \left( \frac{b_{An,lj}^2 \int_{R_N}^{\infty} r^4 h_l^2(ik_{An}r) dr}{\int_0^{\infty} r^4 u_{An,lj}^2(r) dr} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Так называемый радиус канала  $R_N$  определяет радиус взаимодействия между фрагментами, т.е. расстояние, за которым находится

область асимптотического поведения волновой функции. Эти значения являются важными характеристиками, которые согласно работе [29] указывают на наличие нуклонного гало. Предполагается, что случай, когда более 50% находится вне области потенциала ядра, т. е.  $D_1(R_N) > 0,5$ , соответствует наличию нуклонного гало.

Как указывалось выше, метод ANC является наиболее адекватным для измерения радиуса гало. К сожалению, метод ANC применим только к связанным состояниям, но большинство рассматриваемых состояний являются нестабильными надпороговыми. В этих случаях можно использовать некоторую аппроксимацию для оценки радиуса в рамках метода ANC, в котором такие состояния рассматриваются как очень слабосвязанные (см. ниже).

**1.2. Анализ угловых распределений.** При проведении анализа угловых распределений в области передних углов, где может наблюдаться дифракционная картина неупругого рассеяния и реакции перезарядки, а также главный максимум реакции прямой передачи, представляется вполне приемлемым применение метода DWBA для вычисления дифференциальных сечений. Использование в рамках этого метода различных структурных моделей позволяет получить в результате такого анализа информацию о структуре и особенностях распределения материи в исследуемых состояниях ядер, уточнить дифракционную картину, особенно в случаях, когда в ее формирование дают вклад две и более компоненты, отвечающие различным переданным угловым моментам.

В этом приближении для реакции  $A(a, b)B$ , вызванной взаимодействием  $V$ , имеем выражение амплитуды перехода (см., например, [25]):

$$T_{\text{DWBA}} = \int u_b^{(-)*}(k_b, r_b) \langle \Psi_b \Psi_B || V || \Psi_a \Psi_A \rangle u_a^{(+)}(k_a, r_a) dr_a dr_b, \quad (8)$$

где  $u_i$  («искаженные волны») — волновые функции, описывающие упругое рассеяние во входном и выходном каналах реакции и удовлетворяющие соответствующим асимптотическим условиям на больших расстояниях. Таким образом, реакция рассматривается как возмущение между состояниями упругого рассеяния.

**1.2.1. Оптический потенциал и упругое рассеяние в каналах.** Как подчеркивалось в работе [25], упругое рассеяние в данном случае учитывает потери потока по многим другим каналам реакции (включая составное ядро), ни один из которых не является самым главным. Эти многочисленные взаимодействия представляются в среднем с помощью комплексного оптического потенциала (ОП), который обычно конструируется в рамках феноменологического подхода, либо микроскопического подхода, либо их комбинации. В любом случае параметры подбираются такие, чтобы получить описание наблюдаемого упругого рассеяния в данном канале при соответствующей энергии, если экспериментально полученные данные имеются в наличии, и быть уверенным в правиль-



ности описания упругого рассеяния в тех случаях, когда такие данные отсутствуют. В рассматриваемых работах применялся как полностью феноменологический ОП, так и полумикроскопический ОП в рамках дисперсионной оптической модели (SMDOM). Для феноменологического ОП использовалась обычная параметризация Вудса–Саксона:

$$U(r) = -Vf(x_V) - iW_Sf(x_S) + i4W_D \frac{df(x_D)}{dx_D} + V_C(r),$$

$$f(x) = (e^x + 1)^{-1}, \quad x_j = \frac{(r - R_j)}{a_j}, \quad R_j = r_j \left( a^{1/3} + A^{1/3} \right), \quad (9)$$

$$j = V, S, D.$$

Кулоновский потенциал  $V_C(r)$  моделируется потенциалом взаимодействия точечного заряда  $Z_a e$  с однородно заряженной сферой, имеющей заряд  $Z_A e$  и радиус  $R_C$ , который оценивается через среднеквадратичные зарядовые радиусы ядер. Когда спин налетающего ядра  $I_a$  не равен нулю, по необходимости добавляется спин-орбитальный потенциал:

$$V_{SO}(r) = (V_{SO} + iW_{SO}) \left( \frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{df(x_{SO})}{dr} (LI_a). \quad (10)$$

Силовые параметры («глубины потенциалов»)  $V_i$  и  $W_i$ , а также «геометрические» параметры (радиусы и диффузности)  $r_i$  и  $a_i$  находятся путем анализа экспериментальных угловых распределений упругого рассеяния для данной пары ядер при соответствующей энергии. Конечно, в таком многопараметрическом подходе мы сталкиваемся с известной проблемой неоднозначности. Для снижения неоднозначности обычно используют дополнительную физическую информацию (например, экспериментальные данные по сечениям реакции, энергетические систематики интегральных характеристик потенциала, дисперсионные соотношения параметров реальной и мнимой частей и т. д.).

Иногда для входного и, как правило, выходного каналов реакции отсутствуют экспериментальные данные по упругому рассеянию. В таких случаях в той же параметризации (9), (10) используются «глобальные потенциалы» (см., например, [30, 31]), параметры которых как функции энергии, зарядов и массовых чисел были определены в результате анализа очень большого набора экспериментальных данных для данного ядра-снаряда в широком диапазоне энергий и ядер-мишеней.

Полумикроскопический подход построения ОП, такой как модель SMDOM, теоретической основой которой является формализм эффективного потенциала [25], имеющий заметно меньшее число свободных параметров, позволяет достаточно хорошо их оценивать при интересующих нас энергиях в каналах, для которых отсутствуют экспериментальные данные по упругому рассеянию. В работе [32] для описания упругого рассеяния в ядро-ядерных столкновениях в рамках SMDOM был развит

и в дальнейшем многократно апробирован метод построения ОР, который представляется в следующем виде:

$$V(r, E) = V_F(r, E) + V_P(r, E) + iW(r, E) + V_{SO}(r) + V_C(r). \quad (11)$$

Для  $V_C(r)$  и  $V_{SO}(r)$  обычно используется феноменологическая параметризация (см. выше).

Второе и третье слагаемые представляют динамический поляризационный потенциал (DPP), который строится также феноменологически на основе комбинации объемной и поверхностной вудс-саксоновских форм, т. е. мнимая (поглощающая) его часть имеет такой же вид, как и в параметризации (9). При этом предполагается, что геометрические параметры не зависят от энергии. Это позволяет явно учесть дисперсионные соотношения и представить реальную часть DPP (дисперсионную поправку) выражением

$$V_P(r, E) = V_S(E)f(x_S) + \frac{V_D(E)df(x_D)}{dx_D}. \quad (12)$$

Параметры DPP определяются в результате совместного анализа для всех имеющихся в наличии наборов данных при различных энергиях, при этом для каждой энергии определяются четыре силовых параметра ( $V_S$ ,  $V_D$ ,  $W_S$  и  $W_D$ ), а четыре геометрических параметра ( $r_S$ ,  $a_S$ ,  $r_D$  и  $a_D$ ) фиксируются одинаковыми для всех энергий.

Первый член в выражении (11) — потенциал среднего поля  $V_F(r, E)$  — вычисляется микроскопически, на основе модели двукратной свертки с учетом обменной компоненты (возникающей вследствие принципа Паули), где для последней используется приближение одно-нуклонного обменного выбивания SNKE (см., например, работы [32, 33] и ссылки в них). Опуская спиновые переменные и спиновые компоненты, в общем виде можно представить

$$\hat{V}_F = \hat{V}^D + \hat{V}^E. \quad (13)$$

Прямая компонента:

$$\begin{aligned} \hat{V}^D(r) &= \sum_{T=0,1} \hat{V}_T^D(r), \\ \hat{V}_T^D(r) &= \int dr_1 dr_2 g_T^{c,D}(s, \rho) \rho_T^a(r_1) \rho_T^A(r_2), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\rho_T^{a,A}$  — скалярная ( $T = 0$ ) и изовекторная ( $T = 1$ ) компоненты ядерных плотностей;  $\mathbf{s} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}$  — радиус-вектор между отдельными нуклонами взаимодействующих ядер;  $r$  — расстояние между центрами масс ядер. Локализованная обменная компонента:

$$\hat{V}^E(r, E) = \sum_{T=0,1} \hat{V}_T^E(r, E),$$

$$\widehat{V}_T^E(r, E) = \int dr_1 dr_2 g_T^{c,E}(s, \rho) \rho_T^a(r_1, r_1 + s) \times \quad (15)$$

$$\times \rho_T^A(r_2, r_2 - s) \exp\left(\frac{iK(E, r)s}{\mu}\right),$$

где  $\rho_T^i(r_1, r_2)$  — соответствующие компоненты ядерных матриц плотности, а величина локального импульса  $K(E, r)$  определяется выражением

$$K^2(E, r) = \frac{2\mu}{\hbar^2}(E - V - V_C), \quad (16)$$

где  $V$  и  $V_C$  — ядерный и кулоновский потенциалы взаимодействия сталкивающихся ядер.

Эффективные нуклон-нуклонные взаимодействия (в данном случае прямая  $g_T^{c,D}$  и центральная обменная  $g_T^{c,E}$  компоненты) включают форм-фактор, зависящий от плотности:

$$g(s, \rho) = f(\rho)g(S), \quad (17)$$

$$f(\rho) = C[1 + \alpha e^{-\beta\rho} - \gamma\rho]. \quad (18)$$

Для  $g(s, \rho)$  использовалась версия CDM3Y6 [34], в которой параметры определялись из свойств холодной ядерной материи, но зависимость  $C$  от энергии в наших случаях не рассматривалась.

Также подчеркнем, что потенциал среднего поля (14), (15) может явно учитывать специфику распределения нуклонов в ядре в рассматриваемом состоянии, например наличие гало.

Для вычисления интегралов (14) и (15) применяются интегральные преобразования Фурье–Бесселя, которые реализуются с помощью алгоритма быстрого численного преобразования Фурье–Бесселя (детали см. в работах [35, 36]), а для обменного интеграла (15) используется итерационный алгоритм, представленный в работе [37].

В случаях, когда заметный вклад может давать обмен двумя и более частицами, приближения SNKE недостаточно, в частности, оно не дает правильную зависимость обменного потенциала от энергии. В работах [38, 39] был предложен и апробирован метод коррекции обменной компоненты через зависящую от энергии его перенормировку, определяемую эмпирически. Такой подход предполагает двухступенчатый анализ. На первом шаге из анализа данных с помощью дисперсионных соотношений для объемных интегралов определяется эмпирическая зависимость от энергии потенциала среднего поля, из которой получается коррекция энергетической зависимости обменной компоненты. На втором шаге с учетом этой коррекции проводится новый анализ, уточняющий параметры оптического потенциала. В тех же работах было предложено простое приближение для ядерных матриц плотности в расчетах обменной компоненты, которое многократно ускоряет вычисления. Предложенное приближение дает результат, близкий к осцилляторной модели

при более правильном асимптотическом поведении плотности. Позже в работе [40] было предложено и апробировано более совершенное приближение для вычисления матриц плотности, улучшающее результаты на малых радиусах.

*1.2.2. Формфакторы реакций и ядерные модели.* В DWBA-амплитуде (8) матричный элемент взаимодействия  $V$ , вызывающего реакцию, — интеграл перекрытия с волновыми функциями взаимодействующих ядер ( $a, A$ ) и ядер-продуктов ( $b, B$ ) — содержит в себе всю структурную информацию. Разделение радиальных и угловых переменных через разложение по переданным угловым моментам (см., например, [25]) выделяет его радиальную часть, называемую формфактором реакции.

В обозреваемых работах для DWBA-вычислений применялись известные коды DWUCK4 [41] и FRESCO [42], которые позволяют использовать различные модели формфактора реакции, отражающие различную природу изучаемых состояний ядер.

При анализе реакций прямой передачи нуклона, как уже упоминалось выше (в п. 1.1.2), для поставленных целей формфактор аппроксимируется собственной функцией  $u_{A\nu,lj}(r)$ , соответствующей собственному значению  $e_{A\nu,lj}$  гамильтониана с модельным потенциалом  $V_{A\nu}(r)$ , которая описывает относительное движение ядра  $A$  и валентной частицы  $\nu$  в ядре  $B$ . Параметры модельного потенциала  $V_{A\nu}(r)$  подбираются для наилучшего описания углового распределения реакции, по крайней мере, в области главного максимума на передних углах, причем его глубина фиксируется по энергии связи  $e_{A\nu,lj}$  валентной частицы  $\nu$  в ядре  $B$  с помощью процедуры подгонки глубины ямы. При этом матричный элемент в DWBA-амплитуде (8) может рассматриваться как в приближении нулевого радиуса, так и с учетом конечного радиуса взаимодействия. (См. более детально в [20, 25], а также описания к кодам DWUCK4 в [41] и FRESCO в [42].)

В этом приближении получаем пространственное распределение и среднеквадратичный радиус местоположения переданного нуклона  $\nu$  в ядре  $B$ . Соответственно, мы можем оценить пространственное распределение нуклонов и размеры ядра  $B$ , если таковые известны для ядра  $A$ .

Если передаваемая частица имеет положительную энергию связи в исследуемом ядре-продукте  $B$ , то используются различные подходы, реализованные с помощью применяемых кодов DWUCK4 [41] и FRESCO [42]. В частности, можно рассматривать это одночастичное состояние как резонанс и представлять его волновую функцию как волновой пакет. Тогда параметр ширины этого резонанса будет определять время жизни этого состояния, в течение которого мы можем предполагать вполне определенное пространственное распределение нуклонов в ядре-продукте  $B$  и говорить о его размерах.

С использованием возможностей кода FRESCO в ряде случаев применялся метод связанных каналов (CRC) реакции (см., например, [43]).

Этот метод включает в себя связи между упругим рассеянием и прямой передачей нуклонов, что улучшает описание экспериментальных данных.

Иногда, как, например, в работе [43], оценивался вклад механизма составного ядра (CN). Результаты получены с помощью кода CNCOR в работе [44], в которой применяется формализм Хаузера–Фешбаха статистической модели CN. При расчете полной ширины учтен распад в основные каналы с вкладом уровней, расположенных в дискретном и непрерывном спектрах. Вклад непрерывного спектра рассчитывается с использованием стандартных параметров.

При анализе неупругого рассеяния для формфактора применялись феноменологический и микроскопический подходы и их комбинация.

Мультипольное разложение неупругого формфактора имеет стандартный вид:

$$\widehat{U}_{\alpha\alpha'}(r) = \sum_{LM} F_L(r) i^{-L} Y_{LM}^*(\widehat{r}), \quad (19)$$

где значения  $L$  и  $M$  определяются рангом неупругого взаимодействия (передаваемыми моментами), связывающего спины ядер и их проекции во входном ( $\alpha$ ) и выходном ( $\alpha'$ ) каналах.

В случаях, когда заранее было известно или предполагалось, что возбужденное состояние ядра принадлежит ротационной полосе основного состояния, применялась коллективная ротационная модель, которая позволила вполне адекватно описать угловые распределения ротационных возбуждений ядра-мишени.

В рамках стандартной феноменологической ротационной модели радиальный неупругий формфактор  $F_L(r)$  определяется как производная оптического потенциала входного канала вследствие его деформации.

В случаях применения полумикроскопического подхода радиальный неупругий формфактор определяется как

$$F_L(r) = V_L^F(r, E) + V_L^{\text{DPP}}(r, E) + V_L^C(r). \quad (20)$$

Здесь последний член  $V_L^C$ , отвечающий за кулоновское возбуждение, представляется обычным способом (см., например, [25, 42]) — через деформацию однородно заряженной сферы:

$$V_L^C(r) = M(EL)e^2(4\pi)^{1/2}(2L+1)^{-1}r^{-L-1}, \quad (21)$$

где приведенный матричный элемент выражается через приведенную вероятность перехода:

$$M(EL) = \pm[(I+1)B(EL, I \rightarrow I')]. \quad (22)$$

Знак этого выражения должен быть выбран такой, чтобы дать правильную кулон-ядерную интерференцию [45]. Для низколежащих изоскалярных возбуждений нужно брать плюс.

Первый член  $V_L^F(r, E)$  в уравнении (20) представляет недиагональную часть эффективного потенциала, вычисляемую микроскопически,

так же как и в работе [33] в формализме потенциала свертки, с учетом указанных выше модификаций для потенциала среднего поля. В этом формализме вместо материальной плотности ядра-мишени входит плотность перехода. Для нее использовалась эмпирическая форма ротационной модели [25], пропорциональная радиальной производной материальной плотности основного состояния

$$\rho_L^{\text{tr}}(r) = -\delta_L^m (4\pi)^{1/2} \frac{d\rho_m}{dr} \quad (23)$$

с параметром длины деформации  $\delta_L^m$ .

DPP-часть неупругого формфактора  $V_L^{\text{DPP}}(r, E)$  вычисляется путем деформации DPP-части потенциала модели SMDOM (9), т. е.

$$V_L^{\text{DPP}}(r, E) = -\delta_L^P (4\pi)^{1/2} \frac{dV_P}{dr} - i\delta_L^W (4\pi)^{1/2} \frac{dW}{dr}, \quad (24)$$

с использованием соответствующих параметров длины деформации  $\delta_L^P$  и  $\delta_L^W$ . Обычно хорошим приближением считается

$$\delta_L^m = \delta_L^P = \delta_L^W = \delta_L. \quad (25)$$

Параметры  $\delta_L$  и  $B(EL, I \rightarrow I')$  являются свободными и находятся путем анализа экспериментальных данных по дифференциальным сечениям.

Если рассматривается переход из основного состояния в состояние, которое можно представить как одночастичное возбуждение валентного нуклона в потенциале остова  $A - 1$  со спином  $J_c$ , то неупругий формфактор можно смоделировать с помощью так называемого микроскопического подхода для описания неупругого рассеяния, который реализован, например, с помощью кода DWUCK4 [41]. В этой работе радиальный формфактор определяется интегралом перекрытия нуклон-нуклонного взаимодействия с одночастичными волновыми функциями валентного нуклона в основном состоянии ядра-мишени и валентного нуклона в возбужденном состоянии:

$$F_L(r) = 4\pi N \sqrt{2J_i + 1} \langle j'_1 J_c J_f || Y_L(\hat{r}_1) || j_1 J_c J_i \rangle \times \int_0^\infty dr_1 dr_1^2 R_{l_1 j'_1}(r_1) \nu_L(r, r_1) R_{l_1 j_1}(r_1). \quad (26)$$

Здесь  $R_{l_1 j_1}(r_1)$  и  $R_{l_1 j'_1}(r_1)$  — нормированные на единицу одночастичные радиальные функции для начального (спин  $J_i$ ) и конечного (спин  $J_f$ ) состояний ядра-мишени,  $\langle j'_1 J_c J_f || Y_L(\hat{r}_1) || j_1 J_c J_i \rangle$  — приведенный матричный элемент. Нормировочный множитель  $N$  содержит в себе спектроскопическую информацию о рассматриваемых одночастичных состояниях. Для нуклон-нуклонного взаимодействия  $\nu$  применялась форма потенциала Юкавы, включающая центральные ( $c$ ) и тензорные ( $T$ ) компоненты.

Во всех случаях использовались фиксированные значения обратного радиуса  $\mu_c = 0,707 \text{ фм}^{-1}$  и  $\mu_T = 1,139 \text{ фм}^{-1}$ , а силовые параметры потенциала Юкавы  $\nu_c$  и  $\nu_T$  либо рассматривались как свободные, либо фиксировались на значениях, полученных в других работах. Одночастичные волновые функции основного и возбужденного состояния ядра-мишени вычислялись с помощью стандартной процедуры подгонки глубины ямы вудс-саксоновской формы  $V$  при фиксированной энергии отделения нуклона. Геометрические параметры для основного состояния, как правило, фиксировались на стандартных значениях:  $R = 1,2A^{1/3} \text{ фм}$  и  $a = 0,65 \text{ фм}$ . Геометрические параметры для возбужденного состояния наряду с нормировочным множителем  $N$  были свободными параметрами, которые подбирались таким образом, чтобы описать экспериментальные дифференциальные сечения, по крайней мере, в области передних углов, содержащей главный максимум дифракционной структуры.

Отметим, что в рамках такого подхода мы можем, так же как и выше, в реакциях передачи нуклона оценить особенности пространственного распределения нуклонов в ядре-продукте и его размеры.

Аналогичную микроскопическую модель естественно было использовать для радиального формфактора реакции перезарядки наряду с феноменологической моделью, в которой он представляется некоторой математической формой со свободными параметрами.

В случае неупругого перехода, или реакции перезарядки, когда априори не ясна природа состояния ядра-продукта, разумно использовать феноменологический подход, в котором формфактор реакции для каждой комбинации переданных моментов  $k = \{lsj\}$  представлен в параметрическом виде с использованием производных вудс-саксоновской формы

$$F_k(r) = -B_k \left( \frac{R}{a} \right)^n \left( \frac{d^n}{dx^n} \right) \{1 + \exp(x)\}^{-1}, \quad (27)$$

$$x = \frac{r - R}{a}, \quad n = 0, 1, 2.$$

Свободными являются параметры  $R$  и  $a$ , а также нормировки  $B_k$  заданных конфигураций и радиальная форма, определяемая  $n$ . Параметры подбирались такие, чтобы описать экспериментальные дифференциальные сечения реакции. Возможна также комбинация этих форм, при которой, однако, увеличивается число параметров, что ухудшает ситуацию с неоднозначностью.

Полученные формфакторы, с одной стороны, могут быть использованы для сравнения с расчетными интегралами перекрытия в рамках теоретических моделей. С другой стороны, при сравнении с формфакторами переходов в другие состояния известной природы получаем информацию об особенностях радиальной зависимости волновой функции исследуемого состояния.

## 2. ЗЕРКАЛЬНЫЕ ЯДРА $^{13}\text{C}$ И $^{13}\text{N}$

Первыми объектами нашего рассмотрения являются зеркальные состояния  $1/2^+$  в ядрах  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ . Состояние  $1/2_1^+$  в  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ расположено на 1,86 МэВ ниже порога  $^{12}\text{C}+n$  и связано с конфигурацией, в которой последний нейтрон занимает орбиту  $2s_{1/2}$ . Предсказано [3, 4, 26], что в этом состоянии может образовываться нейтронное гало.

Исследования позволили нам провести критическую проверку обоих методов, MDM и ANC, для оценки радиуса путем определения радиуса этого состояния. Аналогичный результат был получен также независимым методом NRS [18]. Результаты, полученные методами MDM, ANC и NRS, а также теоретические расчеты в рамках модели ортогонального условия (ОСМ) представлены в табл. 1, в которой содержатся два разных значения радиусов, найденных с использованием методов MDM и ANC. Первое значение радиуса, полученное с помощью MDM, основано на опубликованных экспериментальных данных, представленных в работе [7], а второе — на экспериментальных данных из работы [46]. Первое значение радиуса, найденное с помощью ANC, опубликовано в работе [26], а второе — в работе [4].

Таблица 1. Среднеквадратичные радиусы и радиусы гало для состояния  $1/2_1^+$  ядра  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ (взято из [18])

Метод	$R_{\text{rms}}$ , фм	$R_h$ , фм
MDM [7]	$2,74 \pm 0,06$	$5,88 \pm 0,40$
MDM [46]	$2,92 \pm 0,07$	$6,99 \pm 0,41$
ANC [26]	$2,62 \pm 0,20$	$5,04 \pm 0,75$
ANC [4]	$2,72 \pm 0,10$	$5,72 \pm 0,16$
NRS [18]	$3,0 \pm 0,1$	$7,4 \pm 0,6$
ОСМ [47]	2,68	5,47
$R(^{12}\text{C}) + \hbar(\mu\varepsilon)^{-1/2}$ [18]	2,7	—

Все методы показали, что состояние  $1/2_1^+$  ядра  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ имеет увеличенный радиус по сравнению с основным состоянием ( $\langle R_0 \rangle = (2,33 \pm 0,03)$  фм). Эта аномально большая величина связана с высокой вероятностью ( $\sim 70\%$ ) того, что последний нейтрон окажется вне диапазона радиуса взаимодействия  $R_N = 5$  фм [4, 26]. Итак, наличие нейтронного гало в этом возбужденном состоянии подтверждается тремя независимыми методами, что хорошо согласуется с предсказаниями ОСМ [47] и грубыми оценками, сделанными в работах [6, 7]. Итак, связанное 3,09-МэВ  $1/2_1^+$ -состояние — состояние с нейтронным гало.

Протонное гало надежно идентифицировано только для двух ядер:  $^8\text{B}$  [11, 12] и  $^{17}\text{F}$  [13–15]. В обоих случаях состояние с гало находится в дискретном спектре. До сих пор протонные гало в непрерывных спектрах не обнаружены, хотя в теоретическом анализе [48] приводились



некоторые аргументы в пользу протонного гало в первом возбужденном состоянии  $^{13}\text{N}$  ( $1/2^+$ ,  $E^* = 2,37$  МэВ).

Существует весомый аргумент в пользу протонного гало в состоянии  $^{13}\text{N}$  с энергией 2,37 МэВ. Именно это состояние является зеркальным по отношению к состоянию ядра  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ, которое, как отмечалось выше, имеет нейтронное гало. Известно, что зеркальные ядра имеют подобное строение. Однако в рассматриваемом случае ситуация может оказаться более сложной и особенно интересной. Интрига состоит в том, что нейтронное гало  $^{13}\text{C}$  находится в дискретном спектре, тогда как гипотетическое протонное гало  $^{13}\text{N}$  лежит в непрерывном спектре выше порога на 0,42 МэВ (рис. 1).

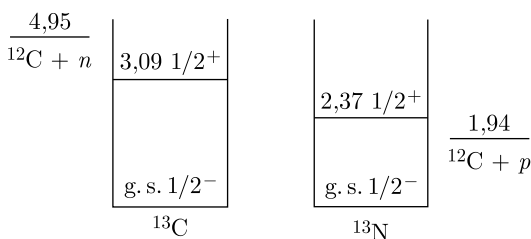


Рис. 1. Зеркальные возбужденные состояния ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  с нейтронным гало и возможным протонным гало соответственно. Пороги вылета нуклонов показаны линиями

К сожалению, метод ANC неприменим к несвязанным состояниям. Непосредственное использование метода MDM концептуально осуществимо, но требует измерения сечений неупругого и упругого рассеяния радиоактивных ядер  $^{13}\text{N}$  на мишени  $^3\text{He}$ . Такие данные в настоящее время отсутствуют и вряд ли будут получены в ближайшем будущем. По этой причине был разработан новый подход к применению метода MDM в реакциях перезарядки  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, t)^{13}\text{N}$  [16].

Дифференциальные сечения реакции  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, t)^{13}\text{N}$  образования состояния  $^{13}\text{N}$  с энергией 2,37 МэВ и неупругого рассеяния  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, ^3\text{He}')^{13}\text{C}$  с возбуждением зеркального состояния в  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ при начальной энергии 43,6 МэВ [49], а для упругого рассеяния  $^3\text{He}$  — при 39,6 МэВ [50] (см. рис. 2 из [16]) были проанализированы методом MDM [16]. Угловые распределения сравниваются с результатами расчетов DWBA с использованием кода DWUCK4 [41] в рамках микроскопического подхода для формфактора. Формфактор основан на одночастичных волновых функциях ядра-мишени и конечного состояния, рассчитанных с помощью стандартной процедуры, заложенной в программе DWUCK4, а нуклон-нуклонное взаимодействие взято в гауссовой форме. Это сделано для континуальных одночастичных состояний включительно. В случае DWUCK4 автоматически выполняется регуляризация. Для сопоставимости сечений, измеренных при разных

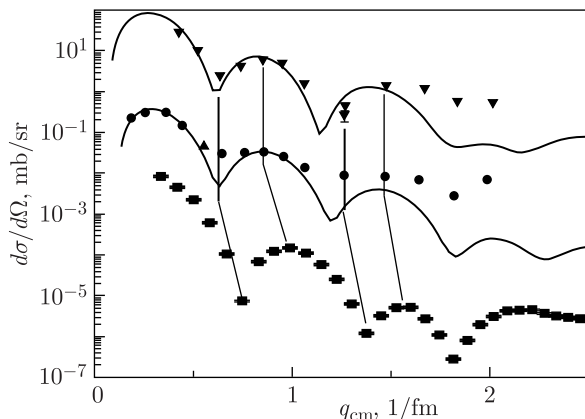


Рис. 2. Экспериментальные дифференциальные сечения реакции  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, t)^{13}\text{N}$  с образованием состояния 2,37 МэВ в  $^{13}\text{N}$  (кружки) и неупругого рассеяния  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, ^3\text{He}')^{13}\text{C}$  с возбуждением зеркального состояния 3,09 МэВ в  $^{13}\text{C}$  (треугольники, умножено на коэффициент 10) при энергии 43,6 МэВ, также экспериментальные дифференциальные сечения упругого рассеяния  $^3\text{He}$  на ядре  $^{13}\text{C}$  (квадраты, умножено на коэффициент  $2 \cdot 10^{-6}$ ) при энергии 39,6 МэВ в зависимости от переданного импульса. Показаны статистические ошибки (когда они не видны, они перекрываются размерами самих точек). Волнистые линии соединяют минимумы и максимумы, используемые для оценки дифракционных радиусов. Сплошные линии показывают расчет сечений, выполненных в рамках DWBA

энергиях, они представлены на рис.2 в зависимости от переданного импульса (подробнее см. [16]).

Как и ожидалось, два угловых распределения имеют схожие дифракционные картины, что приводит к почти равным значениям дифракционных радиусов. Минимумы и максимумы угловых распределений сдвинуты в сторону меньших переданных импульсов (или углов) по отношению к упругому рассеянию  $^3\text{He} + ^{13}\text{C}$ , что позволяет предположить, что зеркальные возбужденные состояния имеют большие дифракционные радиусы. Два варианта метода MDM (см. п. 1.1.1) использовались для оценки среднеквадратичного радиуса  $^{13}\text{N}$  в возбужденном состоянии по дифракционному радиусу по данным реакции перезарядки (подробнее см. [16, 17]). Оба подхода MDM дали близкие значения ( $R_{\text{rms}}^* = (2,9 \pm 0,1)$  фм и  $R_{\text{rms}}^* = (2,8 \pm 0,2)$  фм) для состояния 2,37 МэВ, увеличенные по сравнению с радиусом основного состояния  $R_{\text{rms}} = 2,31$  фм. Более того, полученный радиус состояния 2,37 МэВ оказался равным радиусу зеркального состояния 3,09 МэВ ядра  $^{13}\text{C}$ , имеющего нейтронное гало.

Таким образом, мы имеем важное указание на наличие протонного гало в состоянии 2,37 МэВ ядра  $^{13}\text{N}$ .

### 3. ТРИПЛЕТ $^{12}\text{B}-^{12}\text{C}-^{12}\text{N}$

Следующей целью были ИАС  $2^-$  и  $1^-$  с изоспином  $T = 1$  в триплете ядер  $^{12}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$  и  $^{12}\text{N}$ . Все эти состояния расположены вблизи порогов испускания нуклонов (рис. 3).

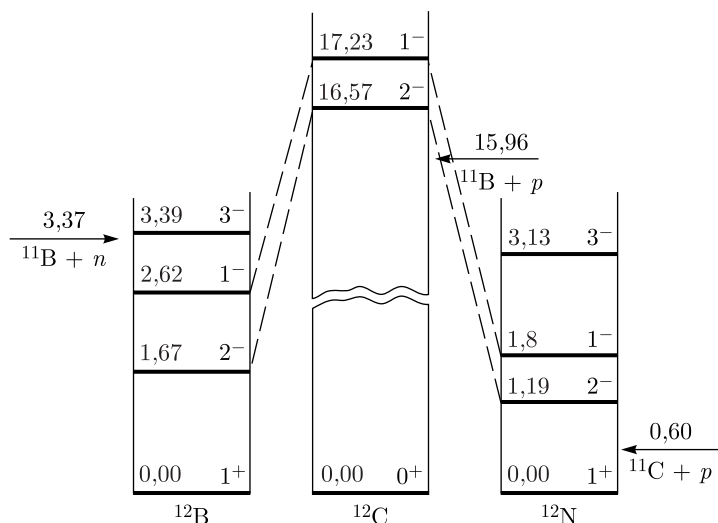


Рис. 3. Схема триплета  $A = 12$ . Жирными линиями показаны возможные состояния с увеличенными радиусами. Порог испускания нуклонов показан стрелками

ИАС в мультиплете  $A = 12$  полностью рассмотрены на основе наших экспериментальных данных [22, 43, 51, 52].

В работе [26] нейтронное гало было объявлено для состояний  $2^-$ , 1,67 МэВ и  $1^-$ , 2,62 МэВ в  $^{12}\text{B}$ . Для определения радиусов возбужденных состояний  $^{12}\text{B}$  использовался метод ANC. Однако результат получен только при одной энергии, что не очень надежно. Для проверки этого результата и расширения имеющейся информации о низколежащих возбужденных состояниях  $^{12}\text{B}$  был проведен эксперимент по изучению реакции  $^{11}\text{B}(d, p)^{12}\text{B}$  при  $E(d) = 21,5$  МэВ [43]. В этом эксперименте с помощью процедуры монохроматизации пучка разброс в пучке был уменьшен в 3 раза, получено полное энергетическое разрешение порядка 70 кэВ и разделены соседние состояния 2,62 и 2,72 МэВ. Подробно вопрос о методике эксперимента освещен в работе [53]. Результат улучшения разрешения виден на типичном экспериментальном спектре (рис. 4).

Получены угловые распределения для основного и первых пяти возбужденных состояний в угловом диапазоне  $5-85^\circ$  (рис. 5). Эти угловые распределения были проанализированы в рамках метода CRC, а радиусы валентных нейтронов определены методом ANC для всех этих

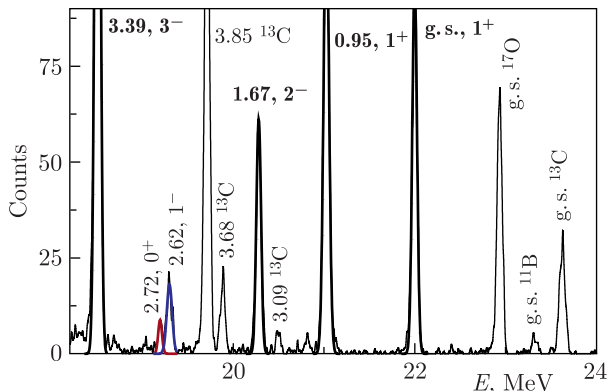


Рис. 4. Типичный спектр эксперимента  $^{11}\text{B}(d, p)^{12}\text{B}$  при  $E(d) = 21,5$  МэВ. Показаны состояния ниже 4 МэВ (взято из [43])

состояний (табл. 2). Детали анализа и основные результаты приведены в работе [43]. Для состояний  $2^-$ , 1,67 МэВ и  $1^-$ , 2,62 МэВ подтверждено наличие нейтронного гало (среднеквадратичный радиус для валентного нейтрона оказался соответственно примерно в 1,5 и 2 раза больше, чем в основном состоянии, и вероятность нахождения валентного нейтрона вне диапазона потенциала оказалась более 50%, что является формальным условием наличия гало). Метод ANC был использован для определения радиуса гало  $R_h = (4,01 \pm 0,61)$  и  $(5,64 \pm 0,90)$  фм соответственно.

**Таблица 2. Радиусы валентных нейтронов для основного и первых пяти возбужденных состояний  $^{12}\text{B}$ . Параметр  $D_1$  представляет собой вероятность нахождения валентного нейтрона вне радиуса действия потенциала. Формальным условием наблюдения гало является  $D_1 > 50\%$**

Возбужденное состояние $^{12}\text{B}$	$R_h$ , фм	$D_1$ , %
$1^+$ , g. s.	$3,6 \pm 0,2$	11
$2^+$ , 0,95 МэВ	$3,8 \pm 0,2$	14
$2^-$ , 1,67 МэВ	$5,9 \pm 0,3$	53
$1^-$ , 2,62 МэВ	$7,4 \pm 0,4$	62
$0^+$ , 2,72 МэВ	$5,7 \pm 0,3$	41
$3^-$ , 3,39 МэВ	$5,9 \pm 0,3$	39

Новый результат получен для состояний  $0^+$ , 2,72 МэВ (валентный нейтрон имеет орбитальный момент  $l_n = 1$ ) и  $3^-$ , 3,39 МэВ ( $l_n = 1$ ). Следует отметить, что состояние  $3^-$  ядра с энергией 3,39 МэВ находится в непрерывном спектре, лежащем на 0,019 МэВ выше порога нейтронной эмиссии, поэтому нет возможности корректно рассчитать его методом

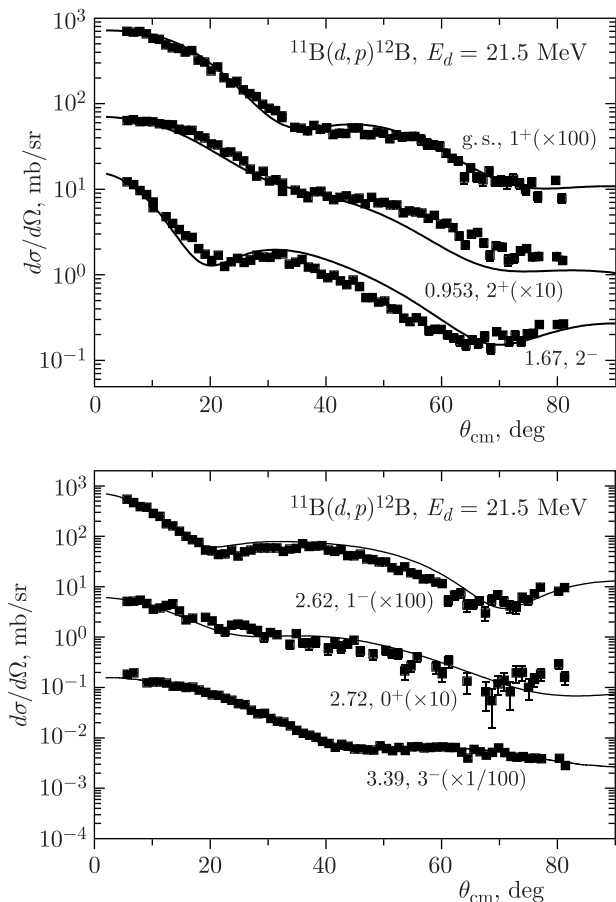


Рис. 5. Угловые распределения дифференциальных сечений реакции  $^{11}\text{B}(d, p)^{12}\text{B}$  с возбуждением состояний  $^{12}\text{B}$ :  $1^+$ , основное состояние и возбужденные состояния  $2^+$ , 0,953 МэВ;  $2^-$ , 1,67 МэВ;  $1^-$ , 2,62 МэВ;  $0^+$ , 2,72 МэВ и  $3^-$ , 3,39 МэВ. Экспериментальные данные (квадраты) представлены вместе с нашими расчетами (взяты из [43])

ANC. Тем не менее ввиду малой положительной энергии состояния 3,39 МэВ и структуры его углового распределения протонов, аналогичной структуре предшествующих связанных состояний, возможно использовать эффективную малую энергию связи ( $E = -0,01$  МэВ) для аппроксимации одночастичной волновой функции валентного нейтрона во внутренней и внешней областях. Для обоих состояний были определены увеличенные радиусы валентных нейтронов, примерно в 1,5 раза больше, чем в основном состоянии. Вероятность нахождения валентного нейтрона

вне действия потенциала оказалась  $\sim 40\%$ , в связи с чем предполагаем наличие галоподобных структур в этих состояниях.

Поскольку было подтверждено, что состояния  $2^-$  и  $1^-$   $^{12}\text{B}$  имеют нейтронное гало (см. табл. 2), были основания ожидать, что ИАС в  $^{12}\text{C}$  и  $^{12}\text{N}$  также могли иметь протонное гало: состояния ядер  $^{12}\text{C}$  ( $2^-$ , 16,57 МэВ;  $1^-$ , 17,23 МэВ) и  $^{12}\text{N}$  ( $2^-$ , 1,19 МэВ;  $1^-$ , 1,80 МэВ).

В 2018 г. был проведен эксперимент по изучению реакции  $^{12}\text{C}(^3\text{He}, t)^{12}\text{N}$  при  $E(^3\text{He}) = 40$  МэВ с полным энергетическим разрешением до 140 кэВ, что позволило осуществить разделение состояний  $2^+$ , 0,96 МэВ и  $2^-$ , 1,19 МэВ в  $^{12}\text{N}$  (подробнее см. в [22]).

Были получены угловые распределения дифференциальных сечений реакций для следующих состояний: основное состояние, возбужденные состояния 0,96, 1,19, 1,8, 2,4 и 3,13 МэВ в угловом диапазоне  $8-69^\circ$ . Полученные данные были проанализированы в рамках DWBA с использованием кода DWUCK4 [41]. Для входного и выходного каналов использовался полумикроскопический оптический потенциал (10)–(17) в дисперсионной оптической модели SMDOM. Микроскопический форм-фактор (26) был использован для описания реакции перезарядки. Расчеты дифференциального сечения включают когерентный вклад амплитуд, соответствующих различным комбинациям переданных импульсов. Более подробно анализ с помощью метода DWBA представлен в работе [22]. К сожалению, хорошего описания дифракционной структуры угловых распределений получено не было. Причинами этого могут быть как неопределенность в оптическом потенциале выходного канала из-за отсутствия экспериментальных данных по упругому рассеянию  $t + ^{12}\text{N}$ , так и использование простой микроскопической модели формфактора реакции. Также отметим, что все возбужденные состояния  $^{12}\text{N}$  принадлежат непрерывному спектру. Для этих состояний применялась процедура, реализованная с помощью кода DWUCK4. Таким образом, применить метод ANC для оценки радиусов не представлялось возможным. Тем не менее в работе [22] экспериментальные данные, полученные для состояний  $2^-$ , 1,19 МэВ и  $1^-$ , 1,80 МэВ, анализировались методом MDM вместе с имеющимися данными при других энергиях [54, 55]. На рис. 6 представлены данные по угловым распределениям для исследуемых состояний в зависимости от переданного импульса  $q$ . Эти данные демонстрируют хорошую дифракционную картину в области передних углов, что позволило определить дифракционные радиусы для исследуемых состояний и в дальнейшем оценить значения среднеквадратичных радиусов.

Впервые было показано [22], что значения среднеквадратичных радиусов для состояний  $2^-$ , 1,19 МэВ и  $1^-$ , 1,80 МэВ ( $T = 1$ ) в  $^{12}\text{N}$  увеличены: для состояния  $2^-$ , 1,19 МэВ —  $(2,8 \pm 0,2)$  фм, для состояния  $1^-$ , 1,80 МэВ —  $(3,3 \pm 0,2)$  фм. Полученные радиусы в пределах ошибок совпадают с радиусами для ИАС в  $^{12}\text{B}$ .

Последними изученными объектами мультиплета  $A = 12$  были состояния  $2^-$  и  $1^-$  в  $^{12}\text{C}$ . Проведен эксперимент по изучению реакции

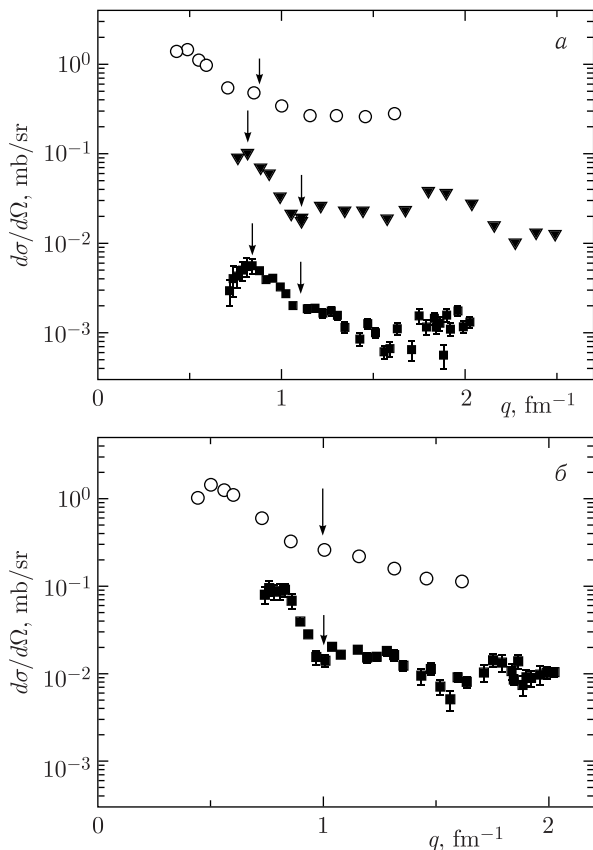


Рис. 6. Угловые распределения дифференциальных сечений в зависимости от переданного импульса  $q$  для реакции  $^{12}\text{C}(^3\text{He}, t)^{12}\text{N}$  с возбуждением состояний  $^{12}\text{N}$ :  $2^-$ , 1,19 МэВ (а) и  $1^-$ , 1,80 МэВ (б) при энергиях 40 МэВ (квадраты) [22] (данные для состояния 1,19 МэВ умножены на коэффициент 1/10), 49,8 МэВ (треугольники) [54] и 81 МэВ (кружки) [55] (данные умножены на коэффициент 10)

$^{11}\text{B}(^3\text{He}, d)^{12}\text{C}$  при  $E(^3\text{He}) = 25$  МэВ. Получены угловые распределения дифференциальных сечений с возбуждением высоколежащих состояний  $^{12}\text{C}$   $1^+$ , 15,11 МэВ;  $2^-$ , 16,57 МэВ и  $1^-$ , 17,23 МэВ в угловом диапазоне  $4-60^\circ$ . Более подробное описание эксперимента можно найти в работах [51, 52]. Анализ проводился с применением кода FRESKO [42] в рамках как DWBA с использованием глобальных оптических потенциалов во входном и выходном каналах, так и метода CRC с уточнением оптических параметров (подробнее см. [51, 52]). Обратите внимание на то, что, в отличие от состояния 15,11 МэВ, состояния 16,57 и 17,23 МэВ находятся

в континууме по отношению к передаваемому протону. В этих случаях использовались две модели волновых функций протона в формфакторе реакции: 1) резонансная волновая функция; 2) волновая функция связанного состояния, рассчитанная с малой отрицательной ( $-0,01$  МэВ) энергией связи валентного протона. Расчеты с обеими волновыми функциями сходным образом воспроизводят экспериментальные угловые распределения. Расчеты со связанными волновыми функциями можно считать хорошим приближением и использовать для оценки значения среднеквадратичного радиуса волновой функции валентного протона методом ANC. Экспериментальные угловые распределения вместе с теоретически рассчитанными приведены на рис. 7.

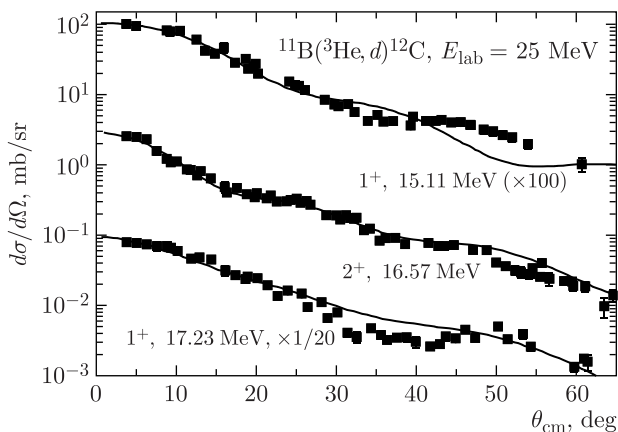


Рис. 7. Угловые распределения дейтронов реакции  $^{11}\text{B}(^3\text{He}, d)^{12}\text{C}$  с возбуждением состояний  $1^+$ , 15,11 МэВ;  $2^-$ , 16,57 МэВ и  $1^-$ , 17,23 МэВ в  $^{12}\text{C}$ . Сплошные линии соответствуют расчетам методом CRC, квадратами обозначены экспериментальные данные

Радиусы валентного протона были определены с помощью ANC для всех исследованных состояний: для состояния  $2^-$ , 16,57 МэВ ( $6,76 \pm 0,35$ ) фм и  $1^-$ , 17,23 МэВ — ( $7,05 \pm 0,35$ ) фм, а радиус валентного протона в основном состоянии ( $2,9 \pm 0,1$ ) фм. Коэффициент  $D_1$ , определяющий вероятность нахождения валентного нуклона вне области действия потенциала, составляет 52% для состояния  $1^-$  и 47% для состояния  $2^-$ . Таким образом, протонное гало было подтверждено для состояния  $1^-$  ядра с энергией 17,23 МэВ. Для состояния  $2^-$ , 16,57 МэВ предполагается наличие галоподобного состояния. Также были определены среднеквадратичные радиусы для этих состояний:  $2^-$ , 16,57 МэВ — ( $2,88 \pm 0,13$ ) фм и  $1^-$ , 17,23 МэВ — ( $2,94 \pm 0,13$ ) фм. В пределах погрешности полученные радиусы совпадают с радиусами ИАС  $2^-$  и  $1^-$  в  $^{12}\text{B}$  и  $^{12}\text{N}$ . Эти результаты приведены в работе [51].



Таблица 3. Спин-четности, энергии возбуждения, среднеквадратичные радиусы и коэффициенты  $D_1$  для ИАС ( $T = 1$ ) ядер  $^{12}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$ , и  $^{12}\text{N}$ 

$J^\pi$	$E_x$ , МэВ	$R_{\text{rms}}$ , фм	$D_1$ , %
$^{12}\text{B}$			
$1^+$	0,00	$2,39 \pm 0,02$ [56]	11 [43]
$2^-$	1,67	$2,73 \pm 0,11$ [43]	53 [43]
$1^-$	2,62	$3,00 \pm 0,11$ [43]	62 [43]
$^{12}\text{C}$			
$1^+$	15,11	$2,40 \pm 0,06$ [51]	30 [50]
$2^-$	16,57	$2,88 \pm 0,13$ [51]	47 [50]
$1^-$	17,23	$2,94 \pm 0,13$ [51]	52 [50]
$^{12}\text{N}$			
$1^+$	0,0	$2,47 \pm 0,07$ [57]	—
$2^-$	1,19	$2,8 \pm 0,2$ [22]	—
$1^-$	1,80	$3,3 \pm 0,2$ [22]	—

Итоговое сведение радиусов для исследованных ИАС в триплете  $A = 12$  из работы [51] приведено в табл. 3.

Подытожим наши результаты. Триплет  $A = 12$  был рассмотрен наиболее полно и подробно практически на основе только экспериментальных данных нашей группы.

Анализ данных показал, что ИАС  $2^-$  и  $1^-$  ( $T = 1$ ) в  $^{12}\text{B}$ ,  $^{12}\text{N}$  и  $^{12}\text{C}$  имеют увеличенные радиусы. В результате рассмотрения можно утверждать, что имеются однонуклонное гало (нейтронное или протонное) в состояниях  $1^-$  триплетта  $A = 12$  и возможные кандидаты в гало в состояниях  $2^-$  тех же ядер (галоподобные состояния).

#### 4. ТРИПЛЕТ $^{14}\text{C}$ – $^{14}\text{N}$ – $^{14}\text{O}$

В работе [58] сообщалось о наблюдении признаков нейтронного гало для состояния  $1^-$  в  $^{14}\text{C}$  с энергий 6,09 МэВ. Этот результат был получен в рамках АНС-метода путем анализа экспериментальных данных для  $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}$  при  $E(d) = 17,7$  МэВ [58]. Анализ показал, что радиус валентного нейтрона в  $\sim 2$  раза больше (4,57 фм) радиуса ядра (2,48 фм) и вероятность нахождения валентного нейтрона вне диапазона действия ядерных сил, а также вклад асимптотической части волновой функции в среднеквадратичный радиус соответственно более 50 и 90%. Таким образом, выполняется строгое условие существования гало.

Кроме того, в рамках МДМ-метода проведен анализ [23] экспериментальных данных [58]  $^{14}\text{C}(\alpha, \alpha)^{14}\text{C}$  при  $E(\alpha) = 35$  МэВ. Как видно из рис. 8, положения экстремумов для состояния  $1^-$ , 6,09 МэВ смещены в сторону малых углов по сравнению с данными упругого рассеяния, что свидетельствует об увеличении радиуса. Анализ в рамках МДМ-метода

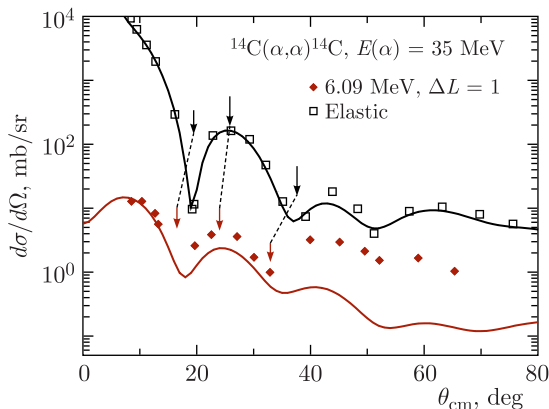


Рис. 8. Угловые распределения рассеяния  $^{14}\text{C}(\alpha, \alpha)^{14}\text{C}$  при  $E(\alpha) = 35$  МэВ: квадраты соответствуют упругому рассеянию, ромбы — неупругому рассеянию с возбуждением состояния  $1^-$ , 6,09 МэВ, сплошные кривые — расчетам DWBA

показал, что состояние  $1^-$ , 6,09 МэВ имеет увеличенный радиус —  $(2,7 \pm 0,1)$  фм. Соответствующий радиус валентного нейтрона составляет  $\sim 6$  фм, что несколько больше результата расчета методом ANC [59].

Возникает вопрос о возможности наличия гало в ИАС  $1^-$  в соседних ядрах  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$ . На рис. 9 представлена схема триплета  $A = 14$ .

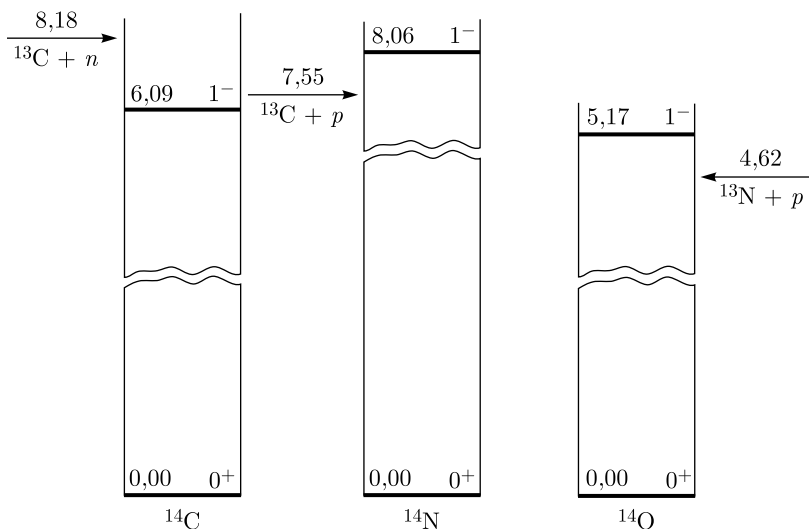


Рис. 9. Схема триплета  $A = 14$ . Жирные линии соответствуют ИАС  $1^-$ ,  $T = 1$ . Стрелками отмечены пороги эмиссии нейтронов и протонов

Экспериментальные угловые распределения были получены [60] для состояния  $1^-$  ядра  $^{14}\text{N}$  с энергией 8,06 МэВ, возбуждаемого в реакции  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, d)^{14}\text{N}$  при 43,6 МэВ (рис. 10). Эти данные проанализированы [23] в рамках метода CRC с помощью кода FRESKO [42]. Детали анализа и основные результаты приведены в работе [23].

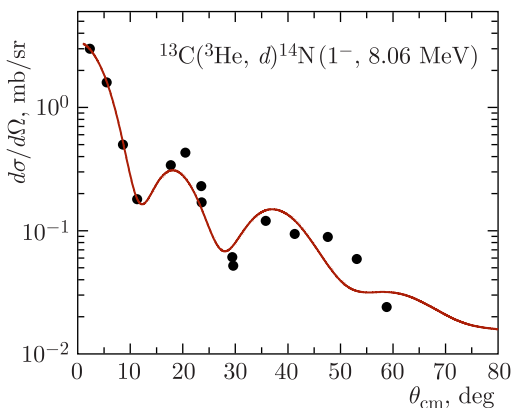


Рис. 10. Угловое распределение дейтронов из реакции  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, d)^{14}\text{N}$  с возбуждением состояния  $1^-$ , 8,06 МэВ при  $E(^3\text{He}) = 43,6$  МэВ. Кривая соответствует расчету методом CRC, точки — экспериментальные данные

Возбужденное состояние  $1^-$   $^{14}\text{N}$  с энергией 8,06 МэВ расположено всего на 0,51 МэВ выше порога испускания протонов и относится к непрерывному спектру. Для оценки методом ANC радиуса  $^{14}\text{N}$  для этого состояния были проведены расчеты с малой энергией связи протона ( $E = -0,1$  МэВ). Таким образом, значение среднеквадратичного радиуса валентного протона оказалось равным  $R_p = (5,9 \pm 0,3)$  фм. Значение среднеквадратичного радиуса  $^{14}\text{N}$  в этом состоянии оказалось равным  $(2,67 \pm 0,07)$  фм, увеличенным относительно радиуса  $^{14}\text{N}$  в его основном состоянии (2,47 фм [61]). Вклад асимптотической части волновой функции в значение среднеквадратичного радиуса (коэффициент  $D_2$ ) достигает 90%. Реакция передачи протона в это состояние определено периферическая, хотя вес асимптотической части волновой функции протона (коэффициент  $D_1$ ) менее 50%.

Большие значения коэффициентов  $D_1$  и  $D_2$  и увеличенный среднеквадратичный радиус указывают на наличие протонного гало в состоянии  $1^-$   $^{14}\text{N}$  с энергией 8,06 МэВ. Этот результат был получен в работе [23] впервые. Следует также отметить, что значение среднеквадратичного радиуса состояния  $1^-$   $^{14}\text{N}$  с энергией 8,06 МэВ очень близко к значению, полученному методом MDM для состояния  $1^-$   $^{14}\text{C}$  с энергией 6,09 МэВ (см. выше).

Для оценки радиуса состояния  $1^-$  в  $^{14}\text{O}$  с энергией 5,17 МэВ в работе [23] был проведен MDM-анализ данных по угловым распределениям реакции  $^{14}\text{N}(^3\text{He}, t)^{14}\text{O}$  при энергиях 44,6 [62] и 420 МэВ [63]. Соответствующие угловые распределения вместе с данными MDM-ана-

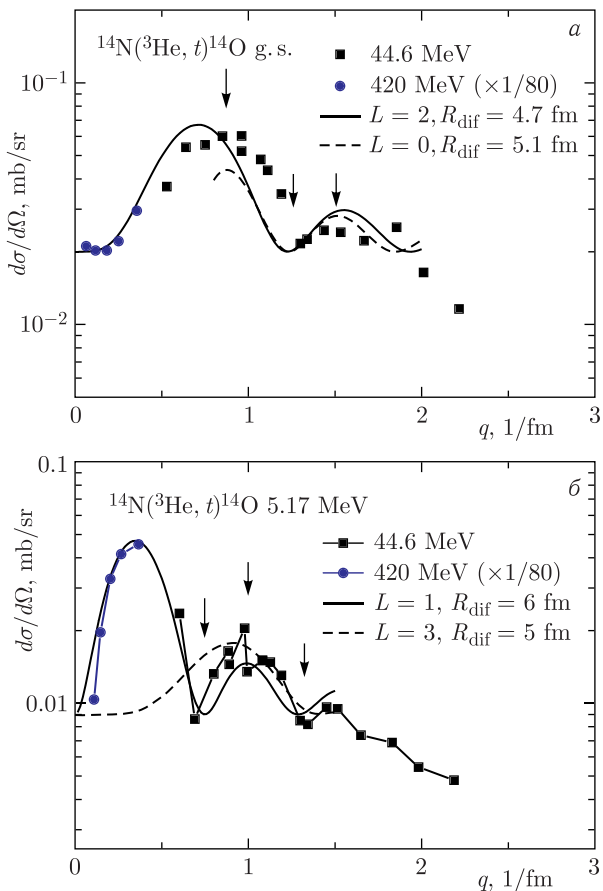


Рис. 11. Угловые распределения тритона из реакции  $^{14}\text{N}(^3\text{He}, t)^{14}\text{O}$  в зависимости от переданного импульса  $q$ . Приведены данные для основного состояния (а) и для состояния 5,17 МэВ (б). Квадратами и кружками показаны данные при  $E(^3\text{He}) = 44,6$  МэВ [62] и 420 МэВ [63] соответственно. Сплошная и штриховая кривые соответствуют сферическим функциям Бесселя  $J_L(x)$ , где  $L$  — переданный угловой момент. а) Сплошная линия соответствует  $L = 2$  и дифракционному радиусу  $R_{\text{dif}} = 4,7$  фм, штриховая —  $L = 0$  и  $R_{\text{dif}} = 5,1$  фм. б) Сплошная линия соответствует  $L = 1$  и  $R_{\text{dif}} = 6$  фм, штриховая —  $L = 3$  и  $R_{\text{dif}} = 5$  фм (взято из [23])

Таблица 4. Энергия возбуждения, радиус валентного нейтрона или протона, среднеквадратичный радиус, коэффициенты  $D_1$  и  $D_2$  для ИАС  $1^-$  ( $T = 1$ ) ядер  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  (взяты из [23])

Ядро	$E_x$ , МэВ	$R_h$ , фм	$R_{\text{rms}}$ , фм	$D_1$ , %	$D_2$ , %	Метод	Ссылка
—	—	4,57	2,49	55,7	91,4	ANC	[59]
$^{14}\text{C}$	6,09	5,16	2,57	—	—	—	[64]
—	—	6,0	$2,7 \pm 0,1$	—	—	MDM	[23]
$^{14}\text{N}$	8,06	$5,9 \pm 0,3$	$2,67 \pm 0,07$	42	90	ANC	[23]
$^{14}\text{O}$	5,17	—	$2,6 \pm 0,2$	—	—	MDM	[23]

лиза представлены на рис. 11. Получено значение среднеквадратичного радиуса ( $2,6 \pm 0,2$ ) фм.

Для анализа ИАС с изоспином  $T = 1$  в триплете  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  были использованы два независимых метода: ANC и MDM. Все расчеты дали одинаковые увеличенные среднеквадратичные радиусы (совпадающие в пределах погрешности) для всех трех ядер в  $1^-$ -состояниях: ( $2,7 \pm 0,1$ ) фм для  $^{14}\text{C}$ , ( $2,67 \pm 0,07$ ) фм для  $^{14}\text{N}$  и ( $2,6 \pm 0,2$ ) фм для  $^{14}\text{O}$  (табл. 4). Кроме того, ANC-анализ показал признаки протонного гало для состояния  $1^-$ , 8,06 МэВ в  $^{14}\text{N}$ . Ранее нейтронное гало было подтверждено для состояния  $1^-$ , 6,09 МэВ в  $^{14}\text{C}$ . Что касается состояния  $1^-$  в  $^{14}\text{O}$ , то пока единственным аргументом в пользу гало является полученный увеличенный радиус. Предполагаемый будущий эксперимент позволит проверить этот результат и сделать окончательный вывод о возможности гало в этом состоянии.

## 5. МУЛЬТИПЛЕТ $A = 6$

Изучение триплета  $A = 6$  позволяет значительно расширить знания о гало. Так, может быть изучен переход от «борромияновского гало» к «танго-гало».

В работе [65] в ходе теоретического анализа возможных конфигураций триплета  $A = 6$  было показано, что для низколежащих возбужденных состояний существуют три основные геометрические конфигурации: 1) «гантель»  $\alpha NN$  (альфа-частица и два нуклона), где расстояние между двумя нуклонами — это их центр масс и альфа-частица; 2) «сигара»  $N\alpha N$ , когда альфа-частица находится между нуклонами и среднее расстояние между нуклонами (4 фм) намного больше, чем расстояние между центром масс двух нуклонов и альфа-частицей (от 1 до 2 фм); 3) «вертолет»  $\alpha NN$  — почти равносторонний треугольник, одновременно вращающийся вокруг двух осей.

Изучению так называемых борромиян-структур посвящено большое количество работ (см., например, обзоры [5, 8]). Наряду с борромияновскими структурами существуют и такие структуры, в которых одна из трех пар оказывается слабосвязанной. Чтобы подчеркнуть отли-

чие последних, такие конфигурации было предложено называть «танго-гало» [66]. Термин «танго-гало» сохранился и в некоторых недавних статьях [67, 68].

Одним из наиболее интересных и доступных для исследования является ядро  ${}^6\text{Li}$ . Три нижних его состояния имеют конфигурацию  $\alpha + p + n$ . В основном состоянии ( $1^+$ ) нуклоны объединяются в дейтрон и  ${}^6\text{Li}$  имеет четко выраженную квазимолекулярную структуру. В обзоре [68] это состояние формально отнесено к танго-гало, однако в данном случае говорить о каком-либо гало некорректно, так как сам дейтрон достаточно компактен (энергия связи  ${}^2\text{H} = p + n$  равна 2,2 МэВ), а расстояние до порога распада  ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + p + n$  велико (3,7 МэВ).

Первое возбужденное состояние  $3^+$ , 2,19 МэВ находится выше порога  ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$  (1,474 МэВ) и ниже порога  ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + p + n$ . Скорее всего, сохраняется структура основного состояния с той разницей, что дейтрон теперь имеет орбитальный момент  $L = 2$ . Насколько нам известно, вопрос о гало (дейтронном или протон-нейтронном) в этом состоянии не обсуждался.

Второе возбужденное состояние  $0^+$ , 3,563 МэВ всего на 14 кэВ ниже порога распада  ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + p + n$ , и вполне естественно ожидать в нем протон-нейтронное гало. Последнее было предсказано в работах [69, 70], а также в изобар-аналоговом основном состоянии  ${}^6\text{He}$ , в котором известно наличие двухнейтронного гало. В  ${}^6\text{He}$  было обнаружено двухнейтронное гало в основном состоянии  $0^+$  [71–73]. Среднеквадратичный радиус этого состояния —  $(2,48 \pm 0,03)$  фм [74]. В работе [75] сделано предположение о галоподобной структуре в ИАС  $0^+$ , 3,563 МэВ  ${}^6\text{Li}$ .

Таким образом, основное состояние и состояние с энергией 3,563 МэВ  ${}^6\text{Li}$  связаны с проблемой гало. В связи с этим было важно определить характеристики по имеющимся экспериментальным данным, позволяющим оценить радиусы гало обсуждаемых возбужденных состояний.

Радиусы этих состояний были оценены методом МДМ [75] на основе анализа данных по неупругому и упругому рассеянию. Для определения радиуса состояния с энергией 3,563 МэВ необходимым требованиям удовлетворяли только данные [76] по упругому и неупругому рассеянию  ${}^3\text{He} + {}^6\text{Li}$  при энергиях 24,6 и 27,0 МэВ. Для определения радиуса состояния  $3^+$ , 2,19 МэВ использовались данные из работы [77]. Сечения упругого рассеяния взяты из работы [78].

На рис. 12 представлены состояния триплета  ${}^6\text{He} - {}^6\text{Li} - {}^6\text{Be}$ .

Показано, что радиус состояния  $0^+$ , 3,563 МэВ составляет  $(2,5 \pm 0,2)$  фм [75] и в пределах погрешности совпадает с радиусом  ${}^6\text{He}$ , что допускает наличие гало (протон-нейтронного, а в некоторых работах — танго-гало) [67, 68]. Полученное значение меньше предсказанного ранее радиуса состояния  ${}^6\text{He}$  2,73 фм [69] (табл. 5). Радиус также был оценен для основного состояния  $0^+$   ${}^6\text{Be}$ .

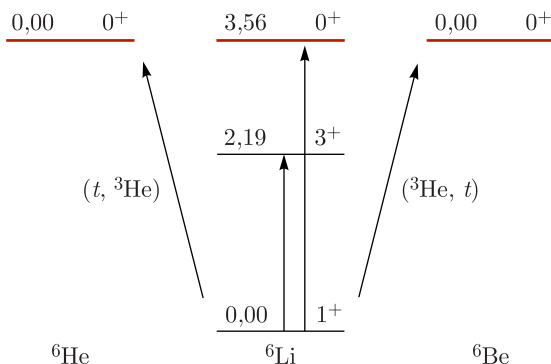


Рис. 12 (цветной в электронной версии). Состояния триплета  ${}^6\text{He}$ – ${}^6\text{Li}$ – ${}^6\text{Be}$ :  $0^+$ , основное состояние  ${}^6\text{He}$ ,  $0^+$ , 3,56 МэВ  ${}^6\text{Li}$  и  $0^+$ , основное состояние  ${}^6\text{Be}$ , являющиеся изобар-аналогами. ИАС  $0^+$  отмечены красным цветом

Таблица 5. Среднеквадратичные радиусы  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^6\text{He}$  и  ${}^6\text{Be}$  (основное состояние)

Ядро	$E_x$ , МэВ	$J^\pi$	$R_{\text{rms}}$ , фм	Ссылка
${}^6\text{Li}$	0,00	$1^+$	$2,36 \pm 0,03$	[66]
	3,563	$0^+$	2,73 (предсказано)	[69]
${}^6\text{He}$	0,00	$0^+$	$2,48 \pm 0,03$	[74]
	3,563	$0^+$	$2,5 \pm 0,2$	[75]
${}^6\text{Be}$	0,00	$0^+$	$\sim 2,5$	Данная работа

Напомним, что пространственная структура ядра  ${}^6\text{He}$  предсказывалась достаточно сложной, в ней проявляются корреляции двух типов: «сигарные» и «динейтронные». Учитывая подтвержденное гало в  ${}^6\text{He}$ , можно предположить наличие гало в  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^6\text{Be}$ , однако требуется дополнительный, более глубокий анализ. Предполагаемый будущий эксперимент позволит проверить этот результат и сделать окончательный вывод о возможности наличия гало в этих состояниях.

Последний член изобар-аналогового триплета —  ${}^6\text{Be}$ .  ${}^6\text{Be}$  — самое легкое ядро, которое в основном состоянии распадается с испусканием двух протонов при подавлении  $1p$ -излучения (рис. 13, а).

Истинный  $2p$ -распад — это исключительно квантово-механическое явление (см. рис. 13), когда испускание одного протона энергетически запрещено, а испускание двух протонов становится возможным благодаря эффекту спаривания. Для описания этого явления в случае  ${}^6\text{Be}$  общепринята концепция демократического распада [79]. Проведен анализ опубликованных данных по реакции  ${}^6\text{Li}({}^3\text{He}, t){}^6\text{Be}$  в диапазоне энергий 20–50 МэВ. Анализ усложняется вкладом двух моментов в дифракционную структуру осцилляций  $L = 0$  и 2. Анализ экспериментальных

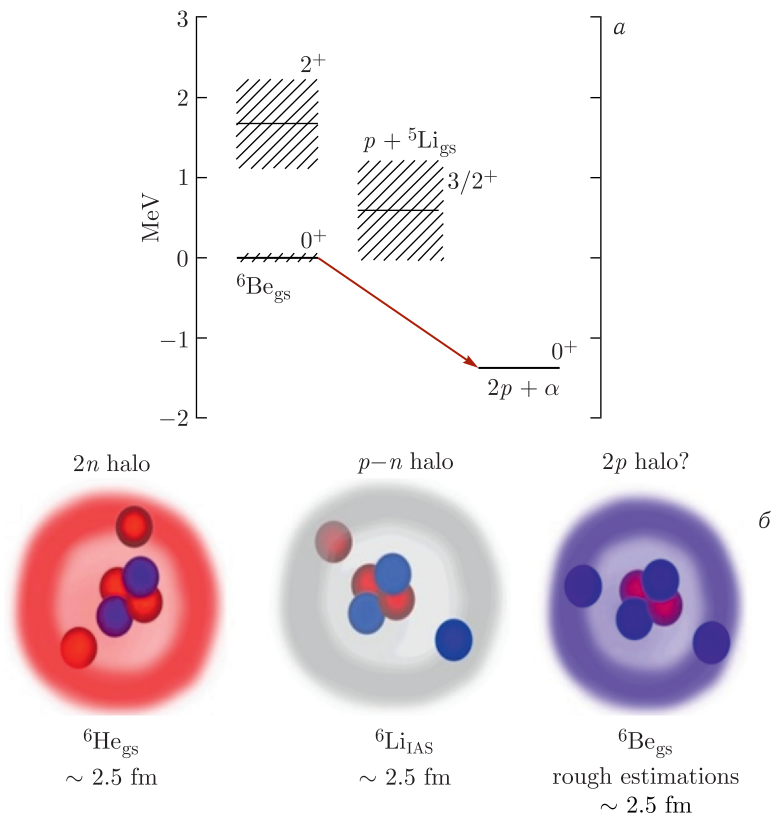


Рис. 13. а) Схема распада  ${}^6\text{Be}$ . б) Схема изобар-аналогового триплета  $A = 6$

данных методом DWBA позволил определить вклад каждой из составляющих. С учетом этих вкладов предварительно был оценен среднеквадратичный радиус для  ${}^6\text{Be}$  в основном состоянии  $0^+$ , который в пределах ошибок совпадает с радиусами состояний  $0^+$  в  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^6\text{He}$  (см. табл. 5).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе обсуждаются результаты исследований однонуклонных и двухнуклонных гало в ИАС легких ядер с  $A = 6, 12, 13, 14$  на основе анализа как новых, так и ранее полученных экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию, реакциям передачи нуклонов и реакциям перезарядки. Следует отметить, что триплет ИАС с изоспином  $T = 1$  в ядрах с  $A = 12$  экспериментально изучался в реакциях передачи и перезарядки впервые. Расчеты угловых распределений проводились в рамках методов SRC и DWBA с использованием различных



моделей формфакторов реакций. Для определения среднеквадратичного радиуса (rms) применялись феноменологический метод на основе модифицированной дифракционной модели (MDM) и метод асимптотических нормировочных коэффициентов (ANC). Развитие этих методов позволило применить метод MDM для анализа реакций перезарядки, а также ANC для состояний континуума (резонансов), используя приближение формфактора одночастичной волновой функцией с очень малой энергией связи.

Существование нейтронного гало в состоянии  $1/2^+$  ядра  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ подтверждается тремя независимыми методами — MDM, ANC и NRS, что хорошо согласуется с предсказаниями модели OCM и другими модельными оценками.

Два варианта метода MDM были использованы для оценки среднеквадратичного радиуса ядра  $^{13}\text{N}$  в возбужденном состоянии  $1/2^+$ , 2,37 МэВ по данным реакции перезарядки  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, t)^{13}\text{N}$ . Обе версии MDM дали близкие значения, увеличенные по сравнению с основным состоянием. Полученный радиус оказался равным радиусу зеркального состояния ядра  $^{13}\text{C}$  с энергией 3,09 МэВ. Таким образом, имеется существенное указание на наличие протонного гало в состоянии ядра  $^{13}\text{N}$  с энергией 2,37 МэВ.

Новые данные по угловым распределениям реакции  $^{11}\text{B}(d, p)^{12}\text{B}$  проанализированы в рамках метода SRC, а радиусы валентных нейтронов определены методом ANC для состояний  $2^-$ , 1,67 МэВ и  $1^-$ , 2,62 МэВ ядра  $^{12}\text{B}$ . Для всех этих состояний подтверждено наличие нейтронного гало. Кроме того, новый результат получен для состояний  $0^+$ , 2,72 МэВ и  $3^-$ , 3,39 МэВ. Для обоих состояний также были определены увеличенные радиусы валентных нейтронов, примерно в 1,5 раза больше, чем в основном состоянии. Вероятность нахождения валентного нейтрона вне действия потенциала оказалась  $\sim 40\%$ , поэтому предсказано наличие в этих состояниях структуры, подобной гало.

В результате MDM-анализа реакции  $^{12}\text{C}(^3\text{He}, t)^{12}\text{N}$  впервые показано, что среднеквадратичные радиусы в состояниях  $2^-$ , 1,19 МэВ и  $1^-$ , 1,80 МэВ ( $T = 1$ ) ядра  $^{12}\text{N}$  увеличены. Полученные значения радиусов для этих состояний в пределах ошибок совпали со значениями радиусов для соответствующих им ИАС ядра  $^{12}\text{B}$ .

Проведен анализ новых экспериментальных данных по реакции  $^{11}\text{B}(^3\text{He}, d)^{12}\text{C}$  с возбуждением состояний  $1^+$ , 15,11 МэВ;  $2^-$ , 16,57 МэВ и  $1^-$ , 17,23 МэВ ядра  $^{12}\text{C}$  в рамках метода ANC с использованием приближения формфактора одночастичной волновой функцией с очень малой энергией связи. Впервые подтверждено наличие протонного гало для состояния  $1^-$ , 17,23 МэВ. Для состояния  $2^-$ , 16,57 МэВ с применением ANC-метода показано наличие состояния, подобного гало.

Сравнение среднеквадратичных радиусов ядер  $^{12}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$  и  $^{12}\text{N}$  в ИАС с изоспином  $T = 1$ , определенных разными методами, позволяет сделать вывод, что эти ядра в возбужденных состояниях  $1^-$  при  $E_x = 2,62, 17,23$

и 1,80 МэВ соответственно обладают однонуклонной (нейтронной или протонной) структурой гало. Также увеличенные радиусы и большая вероятность того, что последний нейтрон окажется за пределами области действия потенциала взаимодействия, были определены для состояний  $2^-$   $^{12}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$  и  $^{12}\text{N}$  при  $E_x = 1,67, 16,57$  и  $1,19$  МэВ соответственно. Эти ИАС могут рассматриваться как кандидаты в состояния с однонуклонным (нейтронным или протонным) гало.

Для анализа ИАС с изоспином  $T = 1$  в триplete  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{14}\text{O}$  были использованы два независимых метода: ANC и MDM. Все расчеты дали одинаковые увеличенные среднеквадратичные радиусы (совпадающие в пределах ошибок) для всех трех ядер в  $1^-$ -состояниях. Нейтронное гало было подтверждено для состояния  $1^-$  ядра  $^{14}\text{C}$  с энергией 6,09 МэВ. Анализ ANC-методом впервые показал признаки протонного гало в состоянии  $1^-$  ядра  $^{14}\text{N}$  с энергией 8,06 МэВ. Что касается состояния  $1^-$  ядра  $^{14}\text{O}$ , то пока единственным аргументом в пользу гало является полученный увеличенный радиус. Наш будущий эксперимент позволит проверить этот результат и сделать окончательный вывод о возможности существования гало в таком состоянии.

Анализ методом данных неупругого рассеяния показал, что радиус состояния  $0^+$ , 3,56 МэВ ядра  $^6\text{Li}$  в пределах погрешности совпадает с радиусом  $^6\text{He}$ , что допускает наличие протон-нейтронного гало (в некоторых работах называемого танго-гало). Из анализа данных по реакции  $^6\text{Li}(^3\text{He}, t)^6\text{Be}$  при разных энергиях предварительно оценен среднеквадратичный радиус для основного состояния  $0^+$  ядра  $^6\text{Be}$ , который в пределах погрешности совпадает с радиусами состояний  $0^+$  ядер  $^6\text{Li}$  и  $^6\text{He}$ .

Эти результаты подтверждают, что явление гало является универсальным и проявляется не только в основных состояниях экзотических ядер, но и в возбужденных состояниях обычных легких ядер. Это утверждение основано на сравнительно больших радиусах, полученных разными методами, а также на существенных значениях вероятности нахождения валентного нуклона, нейтрона или протона вне диапазона радиуса взаимодействия. Данные о радиусах также дают новую информацию для решения проблемы единого описания гало в обеих частях спектра — дискретной и непрерывной. Это является указанием на новые варианты проявления протонного гало в резонансных состояниях.

Тем не менее в некоторых случаях недостаток экспериментальных данных не позволяет однозначно выявить структуры гало в интересующих нас состояниях, что стимулирует проведение новых экспериментов по упругому и неупругому рассеянию, реакциям передачи нуклонов и реакциям перезарядки, а также развитие теоретических методов анализа данных.

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке НИЦ «Курчатовский институт» (приказ №96 от 20.01.2023).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O., Shida Y., Yoshikawa N., Sugimoto K., Yamakawa O., Kobayashi T., Takahashi N.* Measurements of Interaction Cross Sections and Nuclear Radii in the Light  $p$ -Shell Region // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 55. P. 2676–2679.
2. *Baz A.I.* Threshold Effects in Nuclear Reactions // *Adv. Phys.* 1959. V. 8, No. 32. P. 349–374.
3. *Otsuka T., Fukunishi N., Sagawa H.* Structure of Exotic Neutron-Rich Nuclei // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 70. P. 1385–1388.
4. *Belyaeva T.L., Perez-Torres R., Ogloblin A.A., Demyanova A.S., Ershov S.N., Goncharov S.A.* Determination of Neutron Halo Radii in the First Excited States of C-13 and Be-11 with the Asymptotic Normalization Coefficients Method // *Phys. Rev. C.* 2014. V. 90, No. 6. P. 064610.
5. *Tanihata I., Savajols H., Kanungo R.* Recent Experimental Progress in Nuclear Halo Structure Studies // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2013. V. 68. P. 215–313.
6. *Ogloblin A.A., Danilov A.N., Belyaeva T.L., Demyanova A.S., Goncharov S.A., Trzaska W.* Observation of Abnormally Large Radii of Nuclei in Excited States in the Vicinity of Neutron Thresholds // *Phys. At. Nucl.* 2011. V. 74, No. 11. P. 1548–1561.
7. *Ogloblin A.A., Danilov A.N., Belyaeva T.L., Demyanova A.S., Goncharov S.A., Trzaska W.* Effect of Neutron Halos on Excited States of Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2011. V. 84. P. 054601.
8. *Riisager K.* Halos and Related Structures // *Phys. Scripta T.* 2013. V. 152. P. 014001; arXiv:1208.6415 [nucl-ex].
9. *Kobayashi F., Kanada-En'yo Y.* Novel Cluster States in  $^{10}\text{Be}$  // *Phys. Rev. C.* 2012. V. 86. P. 064303; arXiv:1208.0387 [nucl-th].
10. *Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Danilov A.N., Belyaeva T.L., Goncharov S.A., Trzaska W.* Proton Halo in the  $^{13}\text{N}$  Nucleus // *JETP Lett.* 2016. V. 104, No. 8. P. 526–530.
11. *Minamisono T., Ohtsubo T., Minami I., Fukuda S., Kitagawa A., Fukuda M., Matsuta K., Nojiri Y., Takeda S., Sagawa H., Kitagawa H.* Proton Halo of B-8 Disclosed by Its Giant Quadrupole Moment // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 69. P. 2058–2061.
12. *Negoita F., Borcea C., Carstoiu F., Lewitowicz M., Saint-Laurent M.G., Anne R., Bazin D., Corre J.M., Roussel-Chomaz P., Borrel V., Guillemaud-Mueller D., Keller H., Mueller A.C., Pougheon F., Sorlin O., Lukyanov S., Penionzhkevich Yu., Fomichev A., Skobelev N., Tarasov O., Dlouhy Z., Kordyas A.* B-8 Proton Halo via Reaction and Breakup Cross Section Measurements // *Phys. Rev. C.* 1996. V. 54. P. 1787–1797.
13. *Lewis R., Hayes A.C.* Deuteron Stripping as a Probe of the Proton Halo in  $^{17}\text{F}$  // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 59, No. 2. P. 1211–1214.
14. *Dongmei Z., Yongnan Z., Daqing Y., Xizhen Z., Yi Z., Minamisono T., Matsuta M., Fukuda M., Mihara M., Chunlei Z., Zhiqiang W., Engeng D., Hailong L., Guoji X., Shengyun Z.* Quadrupole Moment and a Proton Halo Structure in F-17 ( $I(\pi) = 5/2^+$ ) // *J. Phys. G.* 2007. V. 34. P. 523–528.

15. *Ryberg E., Forssén C., Hammer H.W., Platter L.* Effective Field Theory for Proton Halo Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2014. V.89, No.1. P.014325; arXiv:1308.5975 [nucl-th].
16. *Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Goncharov S.A., Danilov A.N., Belyaeva T.L., Trzaska W.* Use of ( $^3\text{He}, t$ ) Charge-Exchange Reactions in Determining Radii of Excited States of Nuclei // *Phys. At. Nucl.* 2017. V.80, No.5. P.831–837.
17. *Danilov A.N., Belyaeva T.L., Demyanova A.S., Goncharov S.A., Ogloblin A.A.* Determination of Nuclear Radii for Unstable States in C-12 with Diffraction Inelastic Scattering // *Phys. Rev. C.* 2009. V.80. P.054603.
18. *Ogloblin A.A., Danilov A.N., Demyanova A.S., Goncharov S.A., Belyaeva T.L., Trzaska W.* Nuclear Size Isomers: The Excited States of Light Nuclei with Cluster Structure and Nonstandard Sizes // *Nuclear Particle Correlations and Cluster Physics* / Ed. by W.-U.Schröder. M., 2017. P.311–338.
19. *Blair J.S.* Inelastic Diffraction Scattering // *Phys. Rev.* 1959. V.115. P.928–938.
20. *Satchler G.R.* Introduction to Nuclear Reactions. 2nd ed. Macmillan Education Ltd., 1990.
21. *Lane A.* Isobaric Spin Dependence of the Optical Potential and Quasi-Elastic ( $p, n$ ) Reactions // *Nucl. Phys.* 1962. V.35. P.676–685.
22. *Demyanova A.S., Danilov A.N., Ogloblin A.A., Starastin V.I., Dmitriev S.V., Trzaska W.H., Goncharov S.A., Belyaeva T.L., Maslov V.A., Sobolev Yu.G., Penionzhkevich Yu.E., Khlebnikov S.V., Tyurin G.P., Burtebaev N., Janseitov D., Gurov Yu.B., Louko J., Sergeev V.M.* States of the  $^{12}\text{N}$  Nucleus with Increased Radii // *JETP Lett.* 2020. V.111, No.8. P.409–415.
23. *Demyanova A.S., Danilov A.N., Ogloblin A.A., Goncharov S.A., Belyaeva T.L., Trzaska W.H., Starastin V.I.* Search for Signs of Neutron and Proton Halos in the Isobaric Analog Excited States of  $A = 14$  Nuclei // *Ibid.* V.112, No.8. P.463–470.
24. *Blokhintsev L.D., Borbely I., Dolinskii E.I.* // *Sov. J. Part. Nucl.* 1977. No.8. P.485–535.
25. *Satchler G.R.* Direct Nuclear Reactions. Oxford: Clarendon Press, 1983.
26. *Liu Z.H., Lin C.J., Zhang H.Q., Li Z.C., Zhang J.S., Wu Y.W., Yang F., Ruan M., Liu J.C., Li S.Y., Peng Z.H.* Asymptotic Normalization Coefficients and Neutron Halo of the Excited States in B-12 and C-13 // *Phys. Rev. C.* 2001. V.64. P.034312.
27. *Pang D.Y., Mukhamedzhanov A.M.* Asymptotic Normalization Coefficients and Spectroscopic Factors from Deuteron Reactions // *Phys. Rev. C.* 2014. V.90, No.4. P.044611.
28. *McCleskey M., Mukhamedzhanov A.M., Trache L., Tribble R.E., Banu A., Eremenko V., Goldberg V.Z., Lui Y.W., McCleskey E., Roeder B.T., Spiridon A., Carstoiu F., Burjan V., Hons Z., Thompson I.J.* Determination of the Asymptotic Normalization Coefficients for  $^{14}\text{C} + n \leftrightarrow ^{15}\text{C}$ , the  $^{14}\text{C}(n, \gamma)^{15}\text{C}$  Reaction Rate, and Evaluation of a New Method to Determine Spectroscopic Factors // *Phys. Rev. C.* 2014. V.89, No.4. P.044605.
29. *Jonson B.* Light Dripline Nuclei // *Phys. Rep.* 2004. V.389, No.1. P.1–59.
30. *Liang C.T., Li X.H., Cai C.H.* Global He-3 Optical Model Potential below 270 MeV // *J. Phys. G.* 2009. V.36. P.085104.

31. *Zhang Y., Pang D. Y., Lou J. L.* Optical Model Potential for Deuteron Elastic Scattering with  $1p$ -Shell Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 94, No. 1. P. 014619; arXiv:1606.01507.
32. *Goncharov S. A., Knyaz'kov O. M., Kolozhvari A. A.* Isospin Dependence of Nucleus–Nucleus Interaction from Data on Scattering of Isobaric Nuclei // *Phys. At. Nucl.* 1996. V. 59, No. 4. P. 634–646.
33. *Khoa D. T., Satchler G. R.* Generalized Folding Model for Elastic and Inelastic Nucleus–Nucleus Scattering Using Realistic Density Dependent Nucleon–Nucleon Interaction // *Nucl. Phys. A.* 2000. V. 668. P. 3–41.
34. *Khoa D. T., Satchler G. R., von Oertzen W.* Nuclear Incompressibility and Density Dependent  $NN$  Interactions in the Folding Model for Nucleus–Nucleus Potentials // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 56. P. 954–969.
35. *Goncharov S. A., Kazacha G., Timofeyuk N.* JINR Preprint P4-87-262. Dubna, 1987.
36. *Sommer B., Zabolitzky J. G.* On Numerical Bessel Transformation // *Comput. Phys. Commun.* 1979. V. 16, No. 3. P. 383–387; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010465579900444>.
37. *Князьков О. М., Коложвари А. А.* // *Изв. РАН. Сер. физ.* 1993. Т. 57. С. 48–53.
38. *Goncharov S. A., Izadpanah A.* Nucleus–Nucleus Potential within the Semimicroscopic Dispersive Model on the Basis of a Corrected Folding-Model Potential // *Phys. At. Nucl.* 2007. V. 70. P. 18–28.
39. *Goncharov S. A., Izadpanah A.* Dispersive Semimicroscopic Analysis of Nuclear–Nuclear Collisions on the Basis of a Corrected Folding-Model Potential // *Phys. At. Nucl.* 2007. V. 70, No. 9. P. 1491–1499; <https://doi.org/10.1134/S1063778807090037>.
40. *Goncharov S. A., Sukhorukov R. V.* An Approximation for the Density Matrix in Calculations of the Mean-Field Potential of the Interaction of Nuclei // *Bull. Moscow Univ. Phys.* 2018. V. 73, No. 3. P. 301–305; <https://doi.org/10.3103/S0027134918030074>.
41. *Kunz P. D., Rost E.* The Distorted-Wave Born Approximation // *Computational Nuclear Physics. 2: Nuclear Reactions* / Ed. by K. Langanke, J. A. Maruhn, S. E. Koonin. New York: Springer New York, 1993. P. 88–107.
42. *Thompson I. J.* Coupled Reaction Channels Calculations in Nuclear Physics // *Comput. Phys. Rep.* 1988. V. 7. P. 167–212.
43. *Belyaeva T. L., Goncharov S. A., Demyanova A. S., Ogloblin A. A., Danilov A. N., Maslov V. A., Sobolev Yu. G., Trzaska W., Khlebnikov S. V., Tyurin G. P., Burtebaev N., Janseitov D., Mukhamejanov E.* Neutron Halos in the Excited States of  $^{12}\text{B}$  // *Phys. Rev. C.* 2018. V. 98. P. 034602; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.98.034602>.
44. *Belyaeva T. L., Zelenskaya N., Odintsov N.* Computation of Correlation Characteristics of Nuclear Reactions Induced by Semi-Heavy Ions // *Comput. Phys. Commun.* 1992. V. 73, No. 1. P. 161–169; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/001046559290036X>.
45. *Satchler G.* Isospin and Macroscopic Models for the Excitation of Giant Resonances and Other Collective States // *Nucl. Phys. A.* 1987. V. 472, No. 2. P. 215–236; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947487902089>.

46. *Demyanova A. S., Danilov A. N., Dmitriev S. V., Ogloblin A. A., Belyaeva T. L., Burtebaev N., Drobyshev P., Goncharov S. A., Gurov Yu. B., Heikkinen P., Julin R., Khlebnikov S. V., Maslov V. A., Nassurlla N., Penionzhkevich Yu. E., Sobolev Yu. G., Trzaska W., Tyurin G. P., Zherebchevskii V. I.* Spectroscopy of Exotic States of  $^{13}\text{C}$  // *Eur. Phys. J. Web Conf.* 2014. V. 66. P. 02027.
47. *Yamada T., Funaki Y.* Cluster States and Alpha Particle Condensation in  $^{13}\text{C}$  // *Intern. J. Mod. Phys. E.* 2008. V. 17, No. 10. P. 2101–2105; <https://doi.org/10.1142/S0218301308011161>.
48. *Liu Z. Y., Li C. B., Wang S. G., Zhou J., Meng Q. I., Lu S. J., Zhou S. H.* Measurement of Change of Be-7 Decay Rate in Be and Au // *Chin. Phys. Lett.* 2003. V. 30. P. 829; arXiv:nucl-ex/0306002.
49. *Peterson R. J., Shepard J. R., Emigh R. A.* Isoscalar and Isovector Transition Amplitudes in  $A = 13$  // *Phys. Rev. C.* 1981. V. 24. P. 826–840; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.24.826>.
50. *Demyanova A. S., Ogloblin A. A., Ershov S. N., Gareev F. A., Kurmanov R. S., Svinareva E. F., Goncharov S. A., Adodin V. V., Burtebaev N., Bang J. M., Vaagen J. S.* Rainbows in Nuclear Reactions and the Optical Potential // *Phys. Scripta.* 1990. V. 32. P. 89–106; <https://doi.org/10.1088/0031-8949/1990/t32/015>.
51. *Demyanova A. S., Starastin V. I., Danilov A. N., Ogloblin A. A., Dmitriev S. V., Goncharov S. A., Belyaeva T. L., Maslov V. A., Sobolev Yu. G., Trzaska W., Heikkinen P., Gurov G. P., Burtebaev N., Janseitov D.* Possible Neutron and Proton Halo Structure in the Isobaric Analog States of  $A = 12$  Nuclei // *Phys. Rev. C.* 2020. V. 102. P. 054612; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.102.054612>.
52. *Demyanova A., Starastin V., Ogloblin A., Danilov A., Dmitriev S., Trzaska W., Heikkinen P., Belyaeva T., Goncharov S., Maslov V., Sobolev Yu., Gurov Y., Chernyshev B., Burtebaev N., Janseitov D., Khlebnikov S.* The Spin-Parities of the 13.35 MeV State and High-Lying Excited States around 20 MeV in  $^{12}\text{C}$  Nucleus // *Eur. Phys. J. A.* 2021. V. 57, No. 6; <https://doi.org/10.1140/epja/s10050-021-00515-7>.
53. *Trzaska W., Heikkinen P., Danilov A., Demyanova A., Khlebnikov S., Malamut T., Maslov V., Ogloblin A., Sobolev Yu.* High-Resolution Scattering Experiments at the K130 Cyclotron in Jyväskylä // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2018. V. 903. P. 241–245; <https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.07.002>.
54. *Ball G. C., Cerny J.* Microscopic Analysis of the ( $^3\text{He}, t$ ) and ( $^3\text{He}, ^3\text{He}$ ) Reactions on  $1p$ -Shell Nuclei // *Phys. Rev.* 1969. V. 177, No. 4. P. 1466.
55. *Sterrenburg W. A., Harakeh M. N., Van Der Werf S. Y., Van Der Woude A.* Excitation and Decay of  $\Delta L = 1$  Modes in  $^{12}\text{N}$  via the Reaction // *Nucl. Phys. A.* 1983. V. 405, No. 1. P. 109–125; [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(83\)90326-3](https://doi.org/10.1016/0375-9474(83)90326-3).
56. *Tanihata I., Kobayashi T., Yamakawa O., Shimoura S., Ekuni K., Sugimoto K., Takahashi N., Shimoda T., Sato H.* Measurement of Interaction Cross Sections Using Isotope Beams of Be and B and Isospin Dependence of the Nuclear Radii // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 206, No. 4. P. 592–596; [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(88\)90702-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(88)90702-2).
57. *Ozawa A., Tanihata I., Kobayashi T., Hirata D., Yamakawa O., Omata K., Takahashi N., Shimoda T., Sugimoto K., Olson D., Christie W., Wieman H.*

- Interaction Cross Sections and Radii of  $^{11}\text{C}$  and  $^{12}\text{N}$  and Effective Deformation Parameters in Light Mirror Nuclei // *Nucl. Phys. A.* 1995. V. 583. P. 807–810; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037594749400763D>.
58. *Peterson R., Bhang H., Hamill J., Masterson T.* The  $^{14}\text{C}(\alpha, \alpha')^{14}\text{C}$  and  $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}$  Reactions // *Nucl. Phys. A.* 1984. V. 425, No. 3. P. 469–492; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947484900204>.
59. *Zu-Hua L.* Halo Nature of  $^{14,15}\text{C}$  // *Chin. Phys. Lett.* 2002. V. 19, No. 8. P. 1071–1073; <https://doi.org/10.1088/0256-307x/19/8/313>.
60. *Peterson R., Hamill J.* Proton Stripping to  $^{14}\text{N}$  // *Nucl. Phys. A.* 1981. V. 362, No. 1. P. 163–172; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947481906758>.
61. *Ozawa A., Suzuki T., Tanihata I.* Nuclear Size and Related Topics // *Nucl. Phys. A.* 2001. V. 693, No. 1. P. 32–62; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947401011526>.
62. *Ball G. C., Cerny J.*  $^{14}\text{N}(^3\text{He}, t)^{14}\text{O}$  Reaction and Excited Isospin Triads in Mass 14 // *Phys. Rev.* 1967. V. 155. P. 1170–1176; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.155.1170>.
63. *Negret A., Adachi T., Barrett B. R., Bäumer C., van den Berg A. M., Berg G. P. A., von Brentano P., Frekers D., De Frenne D., Fujita H., Fujita K., Fujita Y., Grewe E. W., Haefner P., Harakeh M. N., Hatanaka K., Heyde K., Hunyadi M., Jacobs E., Kalmykov Yu., Korff A., Nakanishi K., Navrátil P., von Neumann-Cosel P., Popescu L., Rakers S., Richter A., Ryezayeva N., Sake-mi Y., Shevchenko A., Shimbara Y., Shimizu Y., Tameshige Y., Tamii A., Uchi-da M., Vary J., Wörtche H. J., Yosoï M., Zamick L.* Gamow–Teller Strengths in the  $A = 14$  Multiplet: A Challenge to the Shell Model // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. P. 062502; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.062502>.
64. *Mezhevych S., Rudchik A., Rusek K., Budzanowski A., Czech B., Choiriski J., Glowacka L., Kliczewski S., Koshchy E., Kyryanchuk V., Mokhnach A., Rudchik A., Sakuta S., Siudak R., Skwirczyńska I., Szczurek A.* Excitation of  $^{14}\text{C}$  by 45 MeV  $^{11}\text{B}$  Ions // *Nucl. Phys. A.* 2005. V. 753, No. 1. P. 13–28; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947405002666>.
65. *Kukulin V., Pomerantsev V., Razikov K., Voronchev V., Ryzhikh G.* Detailed Study of the Cluster Structure of Light Nuclei in a Three-Body Model (IV). Large Space Calculation for  $A = 6$  Nuclei with Realistic Nuclear Forces // *Nucl. Phys. A.* 1995. V. 586, No. 1. P. 151–189; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947494004948>.
66. *Robicheaux F.* Simple Asymptotic Potential Model for Finding Weakly Bound Negative Ions // *Phys. Rev. A.* 1999. V. 60. P. 1706–1709; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.60.1706>.
67. *Jensen A. S., Riisager K., Fedorov D. V., Garrido E.* Structure and Reactions of Quantum Halos // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76. P. 215–261; <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.76.215>.
68. *Izosimov I. N.* Structure of  $\beta$ -decay Strength Function  $S\beta(E)$  in Halo Nuclei // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2018. V. 15, No. 6. P. 621–626; <https://doi.org/10.1134/s1547477118060092>.
69. *Arai K., Suzuki Y., Varga K.* Neutron–Proton Halo Structure of the 3.563-MeV  $0^+$  State in  $^6\text{Li}$  // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 51. P. 2488–2493; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.51.2488>.

70. *Arai K., Ogawa Y., Suzuki Y., Varga K.* Structure of the Mirror Nuclei  ${}^9\text{Be}$  and  ${}^9\text{B}$  in a Microscopic Cluster Model // *Phys. Rev. C.* 1996. V. 54. P. 132–146; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.54.132>.
71. *Suzuki Y.* The Ground-State Structure and the Soft Dipole Mode of the  ${}^6\text{He}$  Nucleus // *Nucl. Phys. A.* 1991. V. 528, No. 2. P. 395–408; [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(91\)90095-n](https://doi.org/10.1016/0375-9474(91)90095-n).
72. *Zhukov M. V., Chulkov L. V., Danilin B. V., Korshennikov A. A.* Specific Structure of the  ${}^6\text{He}$  Nucleus and Fragmentation Experiments // *Nucl. Phys. A.* 1991. V. 533, No. 3. P. 428–440; [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(91\)90526-c](https://doi.org/10.1016/0375-9474(91)90526-c).
73. *Kobayashi T., Yamakawa O., Omata K., Sugimoto K., Shimoda T., Takahashi N., Tanihata I.* Projectile Fragmentation of the Extremely Neutron-Rich Nucleus  ${}^{11}\text{Li}$  at 0.79 GeV/nucleon // *Phys. Rev. Lett.* 1988. V. 60. P. 2599–2602; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.60.2599>.
74. *Alkhasov G., Dobrovolsky A., Egelhof P., Geissel H., Irrnich H., Khanzaev A., Korolev G., Lobodenko A., Münzenberg G., Mutterer M., Neumaier S., Schwab W., Seliverstov D., Suzuki T., Vorobyov A.* Nuclear Matter Distributions in the  ${}^6\text{He}$  and  ${}^8\text{He}$  Nuclei from Differential Cross Sections for Small-Angle Proton Elastic Scattering at Intermediate Energy // *Nucl. Phys. A.* 2002. V. 712, No. 3. P. 269–299; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947402012733>.
75. *Demyanova A. S., Ogloblin A. A., Danilov A. N., Belyaeva T. L., Goncharov S. A., Terekhin P. N., Sukhorukov R. V.* Possible Existence of Neutron-Proton Halo in  ${}^6\text{Li}$  // *КнЕ Energy.* 2018. V. 3, No. 1. P. 1; <https://doi.org/10.18502/ken.v3i1.1715>.
76. *Givens R., Brussel M., Yavin A.* An Experimental Study of  ${}^3\text{He}$  Elastic, Inelastic and Charge-Exchange Scattering from  ${}^6\text{Li}$  // *Nucl. Phys. A.* 1972. V. 187, No. 3. P. 490–500; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947472906744>.
77. *Sakuta S., Burtebayev N., Burtebayeva J., Duisebayev A., Glushchenko N., Nassurlla M., Amar A., Artemov S., Kliczewski S., Piasecki E., Rusek K., Siudak R., Trzcińska A., Wolińska-Cichocka M.* The Channel Coupling and Triton Cluster Exchange Effects in  ${}^3\text{He}$  Scattering on  ${}^6\text{Li}$  Nuclei // *Acta Phys. Polon. B.* 2014. V. 45, No. 9. P. 1853; <https://doi.org/10.5506/aphyspolb.45.1853>.
78. *Burtebayev N., Burtebayeva J., Glushchenko N., Kerimkulov Z., Amar A., Nassurlla M., Sakuta S., Artemov S., Igamov S., Karakhodzhaev A., Rusek K., Kliczewski S.* Effects of  $t$ - and  $\alpha$ -Transfer on the Spectroscopic Information from the  ${}^6\text{Li}({}^3\text{He}, d){}^7\text{Be}$  Reaction // *Nucl. Phys. A.* 2013. V. 909. P. 20–35; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375947413004880>.
79. *Bochkarev O., Chulkov L., Korshennikov A., Kuz'min E., Mukha I., Yankov G.* Democratic Decay of  ${}^6\text{Be}$  States // *Nucl. Phys. A.* 1989. V. 505, No. 2. P. 215–240; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947489903710>.