

НЕМАРКОВСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ФОРМЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

В. В. Семин, А. В. Горохов

Самарский государственный университет, Самара, Россия

В статье выводится некоторое немарковское кинетическое уравнение для системы двух идентичных взаимодействующих двухуровневых атомов, на основании решения которого вычисляется форма спектральных линий для данной системы.

A non-Markovian kinetic equation for a system of two identical interacting two-level atoms has been derived. Solution of this equation has been used for calculation of spectral lines shape of this system.

PACS: 32.30.-r

ВВЕДЕНИЕ

Изучение спектральных свойств излучения атомов во внешних полях несет важную информацию о структуре энергетических уровней и динамике переходов между ними. С другой стороны, двухуровневые атомы могут рассматриваться как кубиты — носители информации в квантовом компьютере. Это делает необходимым детальное изучение спектральных характеристик излучения взаимодействующих атомов в различных полях.

Традиционно для решения подобных задач используют подход квантовой теории открытых систем [1], при этом ключевым при выводе кинетических уравнений является предположение о марковости процесса взаимодействия атомов со своим окружением, т. е. пренебрежение эффектами памяти. Известные из литературы немарковские кинетические уравнения не лишены недостатков. Наиболее общее уравнение Накашима–Цванцига [2] представляет скорее формальный интерес, поскольку его невозможно решить. Другие уравнения являются справедливыми лишь для очень узкого класса процессов [3] либо являются феноменологическими [4], эффекты памяти в которых описываются введением дополнительных множителей в уравнении Линдблада [5].

Цель настоящей статьи — вывод некоторого обобщения уравнения Линдблада для системы двух диполь-дипольно-взаимодействующих двухуровневых атомов с учетом процессов взаимодействия с тепловым резервуаром с кратковременной памятью. На основе решения полученного уравнения строится контур линии излучения данной системы и исследуется его отличие от контура линии, рассчитанного в марковском приближении.

1. МОДЕЛЬ И КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассмотрим два диполь-дипольно-взаимодействующих двухуровневых атома в тепловом резервуаре. Гамильтониан такой системы

$$H = H_A + H_T + H_{\text{int}} + H_{AA} + H_{AF}, \quad (1)$$

$H_A = \hbar\omega_0 \sum_p \sigma_p^z$ — гамильтониан свободных атомов, ω_0 — частота переходов в атоме, σ_p^z — диагональный генератор группы $SU(2)$; $H_T = \hbar \sum_k \omega_k b_k^+ b_k$ — гамильтониан термостата (теплового резервуара), ω_k — частота k -го фотона, b_k^+ и b_k — операторы рождения и уничтожения k -го фотона; $H_{\text{int}} = \hbar \sum_{k,p} (g_{kp} b_k \sigma_p^+ e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_p} + \text{h. c.})$ — гамильтониан взаимодействия атома и термостата, где g_{kp} — соответствующие константы взаимодействия, σ_p^\pm — повышающий и понижающий атомные операторы, \mathbf{R}_p — радиус-вектор k -го атома, \mathbf{k} — волновой вектор; $H_{AA} = \sum_{p \neq p'} V_{pp'} \sigma_p^+ \sigma_{p'}^-$ — гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия, $V_{pp'}$ — константа диполь-дипольного взаимодействия.

В работе [6] изложен метод получения кинетического уравнения из уравнения Лиувилля с исходным гамильтонианом для системы взаимодействующих атомов. В наиболее общем случае кинетическое уравнение можно записать в виде

$$\dot{\rho} = i[H_{AA}, \rho(t)] - \int_0^t dt' \hat{K}(t') \rho(t-t'). \quad (2)$$

Здесь ρ — матрица плотности атомов, а \hat{K} — некий супероператор, который называется ядром памяти.

Предположим, что время $t' \ll t$, т. е. время наблюдения за системой значительно больше, чем характерный интервал памяти. Тогда мы можем разложить в ряд матрицу плотности под интегралом и ограничиться только двумя членами:

$$\rho(t-t') \simeq \rho(t) - \frac{\partial \rho}{\partial t} t'. \quad (3)$$

Первое слагаемое в этом разложении соответствует марковскому приближению, уравнение для которого хорошо известно. Второе слагаемое учитывает появление кратковременной памяти.

Подставляя разложение (3) в уравнение (2) и следуя логике вывода кинетического уравнения, предложенного в статье [6], можно записать его в следующем виде:

$$\dot{\rho} = i[H_{AA}, \rho(t)] + \hat{L}_M \rho(t) + \hat{L}_{NM} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (4)$$

где \hat{L}_M и \hat{L}_{NM} — супероператоры, описывающие соответственно марковскую и немарковскую релаксацию.

Данное уравнение не может быть решено, поэтому в статье [7] производную в правой части уравнения предложили заменить марковским членом. Это оправдано, если

учесть, что для больших времен должно быть справедливо марковское уравнение, а вся информация о кратковременной памяти содержится в супероператоре \hat{L}_{NM} и только в нем, поэтому в правой части уравнения можно заменить производную марковским членом. После замены мы получим следующее уравнение, которое для нулевой температуры резервуара записывается в виде

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & i \sum_{p \neq p'} [\sigma_p^+ \sigma_{p'}^-, \rho(t)] V_{pp'} - \sum_{pp'} pp' \frac{\gamma_{pp'}}{2} (\rho \sigma_p^+ \sigma_{p'}^- + \sigma_p^+ \sigma_{p'}^- \rho - \sigma_{p'}^- \rho \sigma_p^+) + \\ & + \frac{i}{4} \sum_{ii' pp'} \gamma_{ii'} \frac{\partial \gamma_{pp'}}{\partial \omega} \left(-2(\sigma_{p'}^+ \sigma_p^- \sigma_i^- \rho \sigma_{i'}^+ - \sigma_i^- \rho \sigma_{p'}^+ \sigma_{p'}^+ \sigma_p^-) + [\sigma_i^+ \sigma_{i'}^- \sigma_p^+ \sigma_p^-, \rho] \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} g_{12} = g_{21} = \frac{3\gamma_0}{4} \left\{ -[\boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_2 - (\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{e}_R)(\boldsymbol{\mu}_2 \mathbf{e}_R)] \frac{\cos(kR)}{kR} + \right. \\ \left. + [\boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_2 - 3(\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{e}_R)(\boldsymbol{\mu}_2 \mathbf{e}_R)] \left(\frac{\sin(kR)}{(kR)^2} + \frac{\cos(kR)}{(kR)^3} \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$\gamma_{11} = \gamma_{22} = \gamma_0,$$

$$\begin{aligned} \gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{3\gamma_0}{2} \left\{ [\boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_2 - (\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{e}_R)(\boldsymbol{\mu}_2 \mathbf{e}_R)] \frac{\sin(kR)}{kR} + \right. \\ \left. + [\boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_2 - 3(\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{e}_R)(\boldsymbol{\mu}_2 \mathbf{e}_R)] \left(\frac{\cos(kR)}{(kR)^2} - \frac{\sin(kR)}{(kR)^3} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Здесь γ_0 — стандартная константа релаксации, которая получается в теории одного атома.

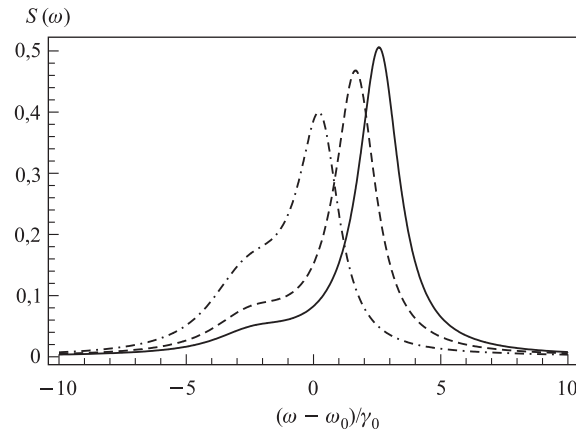
2. КОНТУР ЛИНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Как было показано нами в статье [8], контур линии излучения определяется формулой

$$\begin{aligned} S(\omega, \Delta \mathbf{k}) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \left\{ \int_0^\infty (\langle \sigma_1^+(t) \sigma_1^-(0) \rangle + \langle \sigma_2^+(t) \sigma_2^-(0) \rangle) e^{-i\omega t} dt + \right. \\ \left. + \cos(\Delta \mathbf{k} \mathbf{R}) \int_0^\infty (\langle \sigma_2^+(t) \sigma_1^-(0) \rangle + \langle \sigma_1^+(t) \sigma_2^-(0) \rangle) e^{-i\omega t} dt \right\}, \end{aligned}$$

где $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ — разность волновых векторов падающей и излученной волн; \mathbf{R} — вектор, направленный от одного атома к другому, его модуль равен расстоянию между атомами.

Используя квантовую теорему регрессии (см., например, [9]), из решения уравнения (5) можно построить контур линии излучения в аналитическом виде, однако полученные формулы слишком громоздки и здесь не приводятся. Соответствующие графики представлены на рисунке.



Контур линии излучения взаимодействующих двухуровневых атомов в немарковском случае. Параметры в системе $kR = \pi/5$, $\Delta kR = \pi/6$. Сплошная кривая соответствует $\gamma_0(\partial\gamma_0/\partial\omega) = 0$ (марковский случай), штриховая — $\gamma_0(\partial\gamma_0/\partial\omega) = 2$, штрихпунктирная — $\gamma_0(\partial\gamma_0/\partial\omega) = 5$

Хорошо видно, что с ростом параметра немарковости $\gamma_0(\partial\gamma_0/\partial\omega)$ контур деформируется и его максимумы смещаются. Это, видимо, связано с деформацией структуры энергетических уровней, к которой приводят эффекты памяти.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена модель двух идентичных диполь-дипольно-взаимодействующих атомов. В рамках квантовой теории открытых систем выведено операторное кинетическое уравнение, в котором учтены эффекты кратковременной памяти. На основе решения полученного уравнения построен контур линии излучения. Показано, что эффекты памяти приводят к существенной деформации контура излучения в сравнении с марковским случаем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fain B.* Irreversibilities in Quantum Mechanics. N. Y.: Kluwer Acad. Publ., 2002.
2. *Zwanzig R.* Ensemble Method in the Theory of Irreversibility // J. Chem. Phys. 1960. V. 33, No. 5. P. 1338–1341.
3. *Breuer H.-P., Petruccione F.* The Theory of Open Quantum Systems. Oxford: Oxford Univ. Press, 2002.
4. *Shabani A., Lidar D.A.* Completely Positive Post-Markovian Master Equation via a Measurement Approach // Phys. Rev. A. 2005. V. 71. P. 020101(R).
5. *Lindblad G.* On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups // Commun. Math. Phys. 1976. V. 48, No. 2. P. 119–130.

6. Kurizki G., Ben-Reuven A. Theory of Cooperative Fluorescence from Products of Reactions or Collisions: Identical Neutral Atomic Fragments // *Phys. Rev. A*. 1987. V. 36. P. 90–102.
7. Gangopadhyay G. Non-Markovian Master Equation for Linear and Nonlinear Systems // *Phys. Rev. A*. 1992. V. 46, No. 3. P. 1507–1515.
8. Горохов А. В., Семин В. В. Расчет спектра флуоресценции для двух взаимодействующих атомов // *Оптика и спектроскопия*. 2009. Т. 107, № 4. С. 617–622.
9. Lax M. Quantum Noise. XI. Multitime Correspondence between Quantum and Classical Stochastic Processes // *Phys. Rev.* 1968. V. 172. P. 350–361.