

КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ БУТСТРАП

В. В. Киселев¹, С. А. Тимофеев

ГНЦ Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия
Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

Свойственная для физики частиц огромная величина космологической постоянной и инфляция ранней Вселенной связаны по своей природе: существует суперпотенциал, который после учета поправок за счет супергравитации приводит к потенциалу инфлатона с постоянной, не зависящей от поля плотностью энергии $V = \Lambda^4$, так что после введения относительно малых квантовых петлевых поправок к параметрам такого суперпотенциала естественным образом возникает динамическая неустойчивость в виде инфляционного режима релаксации космологической постоянной, причем феноменологически такая картина согласуется с наблюдательными данными при $\Lambda \sim 10^{16}$ ГэВ.

A huge value of cosmological constant characteristic for the particle physics and the inflation of early Universe are inherently related to each other: one can construct a superpotential, which produces a flat potential of inflaton with a constant density of energy $V = \Lambda^4$ after taking into account of leading effects due to the supergravity, so that an introduction of small quantum loop corrections to parameters of this superpotential naturally results in the dynamical instability relaxing the primary cosmological constant by means of inflationary regime. The model phenomenologically agrees with observational data at $\Lambda \sim 10^{16}$ GeV.

PACS: 98.80.-k; 11.30.Pb; 04.65.+e; 11.10.Gh

ВВЕДЕНИЕ

В современной космологии актуальны проблемы космологической постоянной [1] и инфляции [2–6]. Именно, если говорить о том, что касается первого из упомянутых выше вопросов, то в квантовой теории поля естественно было бы ожидать, что масштаб вакуумной энергии определяется величиной, характерной для взаимодействий элементарных частиц, так что космологическая постоянная принимает огромное значение, которое задается если не массой Планка, то по меньшей мере таким масштабом, как шкала нарушения калибровочной симметрии в физике частиц, т. е. шкалой великого объединения, масштабом нарушения электрослабой симметрии или кварк-глюонными конденсатами. Однако в каждом из вышеперечисленных случаев космологическая постоянная существенно превышает ограничения, следующие из наблюдений анизотропии реликтового излучения (CMBR — Cosmic Microwave Background Radiation) [7–9], неоднородности распределения вещества во Вселенной (LSS — Large Scale Structure) [10], зависимости яркости сверхновых типа Ia от красного смещения (SnIa — Supernova Ia) [11–14], согласно которым допустимая плотность вакуумной энергии имеет масштаб 10^{-3} эВ, что

¹E-mail: Valery.Kiselev@ihep.ru

не вписывается в концепцию характерных энергий, свойственных взаимодействию полей. Поэтому в литературе обсуждаются механизмы трансформации исходной, большой по своему масштабу космологической постоянной в редуцированное значение, близкое к наблюдаемому.

Среди моделей следует выделить ренормгрупповой подход с «бегущей» космологической постоянной, эволюционирующей в зависимости от скорости расширения Вселенной, т. е. параметра Хаббла [15–23]. В этом случае минимум ренорминвариантного эффективного потенциала, т. е. плотность вакуумной энергии, зависит от констант связи, заданных значениями полей, которые связаны с хаббловским масштабом, что приводит к медленной логарифмической эволюции космологической постоянной согласно уравнениям ренормгруппы.

В другом подходе среди неперенормируемых теорий, к которым принадлежит и эйнштейновская гравитация, выделяют особый класс асимптотически точных теорий (asymptotically safe theory) [24] со следующими свойствами: для счетного числа локальных операторов неперенормируемой теории с произвольными коэффициентами выделяют размерные факторы в виде степеней некоторого масштаба, так что для оставшихся безразмерных констант-зарядов имеют место ренормгрупповые уравнения с *фиксированными точками, множество которых конечно*, тогда теория *асимптотически* приобретает предсказательную силу вблизи точек притяжения. Асимптотически точная гравитация может включать в себя и эволюцию космологического члена, скажем, к его нулевому значению, и инфляцию [25].

Рассматривается также возможность применения квантово-механического механизма малого перемешивания двух нестационарных состояний (seesaw) с различными, свойственными физике частиц значениями плотности энергии, что приводит к стационарному вакууму, космологическая постоянная которого имеет редуцированный малый масштаб [26–33].

В то же время инфляционная модель, решающая многие проблемы наблюдательной космологии, приводит к потенциалу скалярного поля инфлатона, который характеризуется массой $m \approx 1,5 \cdot 10^{13}$ ГэВ, большим значением вакуумного среднего, значительно превышающего планковский масштаб энергий, очень малым значением самодействия поля (константа самодействия поля четвертой степени $\lambda \sim 10^{-13}$) и наличием плоского плато на уровне плотности энергии Λ^4 при $\Lambda \sim 10^{16}$ ГэВ. При этом возникает вопрос о естественности параметров такого экзотического потенциала (см. обширный обзор по вопросам связи инфляции с физикой частиц и механизмом разогрева и термализации Вселенной после инфляции¹ в [34]).

В качестве ответа на этот вопрос сейчас активно исследуется модель скалярного бозона Хиггса Φ_H в стандартной модели элементарных частиц, обладающего неминимальной связью с гравитацией (скалярной кривизной R) в виде члена лагранжиана $L_{\text{int}} = \xi R \Phi_H^\dagger \Phi_H$, где константа взаимодействия имеет величину порядка $\xi \sim 10^4$, что при переходе посредством конформного преобразования к эффективному полю инфлатона, мини-

¹Реалистические модели низкоэнергетической инфляции с учетом ограничений, следующих из первичного нуклеосинтеза, анизотропии реликтового излучения и неоднородности распределения вещества в крупномасштабной структуре Вселенной, представлены в [35–37], где исследуется суперсимметричная версия стандартной модели взаимодействий элементарных частиц с учетом плоских направлений в суперпотенциале.

мально связанного с гравитацией, как раз приводит к достаточно плоскому потенциалу с необходимым уровнем плато [38–47]. Учет же в таком подходе ренормгрупповых поправок приводит к жесткому ограничению на массу бозона Хиггса: $135,6 < m_H < 184,5$ ГэВ.

Бозон Хиггса стандартной модели при минимальной связи этого скалярного поля с гравитацией ($\xi \rightarrow 0$) также может играть существенную роль в динамике ранней Вселенной [48]. Именно существует критическое значение массы бозона Хиггса, которое с учетом двухпетлевых поправок [49] равно $m_H^{\text{crit}} \approx (153 \pm 3)$ ГэВ, так что скаляр Хиггса с надкритическими значениями массы не способен вызвать инфляцию Вселенной, и если частица Хиггса — единственное скалярное поле в теории вплоть до планковских масштабов энергии, то бозон Хиггса с субкритическими значениями массы запрещен, поскольку вызываемая им инфляция порождала бы Вселенную с совершенно иной, отличной от наблюдаемой крупномасштабной структурой распределения вещества во Вселенной. При этом, однако, при надкритических значениях массы бозона Хиггса распределение неоднородности вещества объяснялось бы лишь тонкой подстройкой начальных данных, чего как раз позволяет избежать теория инфляции. Следовательно, субкритические значения массы бозона Хиггса с необходимостью требуют введения дополнительного с точки зрения стандартной модели скалярного поля инфлатона, который динамически обеспечивал бы формирование необходимых свойств крупномасштабной структуры Вселенной [50].

Космологические ограничения на массу бозона Хиггса могут быть получены и в других подходах, например при рассмотрении этого скаляра совместно с другим полем, как это было сделано в [51], где выведено условие $m_H < 134$ ГэВ.

В работе [52] построена инфляционная модель в рамках супергравитации путем подбора подходящего вида келерова потенциала с дополнительной симметрией — независимостью потенциала Келера от мнимой части скалярного поля. Однако на более глубоком уровне теории суперструн не удается найти путь, ведущий к моделям типа [52]. В [53] предложена реалистическая модель инфляции в рамках теории суперструн, в которой удается преодолеть проблемы неустойчивости, возникающие в ходе компактификации дополнительных размерностей, и перейти от антидесситоровского вакуума исходного состояния к минимуму потенциала инфлатона с положительной энергией (вакуум де Ситтера). Однако, на наш взгляд, развитие инфляции может происходить в области таких плотностей энергии, где супергравитация заведомо нарушена и самосогласованную теорию поля субпланковских энергий следует строить на основе принципа перенормируемости, в то время как потенциалы, получаемые в рамках полной, точной теории супергравитации включают в себя вклады высших степеней по ньютоновской константе гравитационного взаимодействия G , которые заведомо перенормируемы и, следовательно, скорее всего, должны эффективно сокращаться после нарушения супергравитации, так что в эффективном лагранжиане остаются только те члены, которые не противоречат требованию перенормируемости, т. е. находятся под контролем квантовых петлевых поправок. В противном случае теория поля при энергиях существенно ниже планковских теряет всякую предсказательную силу. В этом смысле следовало бы ограничить рассмотрение супергравитационных поправок к потенциалу лишь ведущими членами, линейными по ньютоновской постоянной G , как это представлено у С. Вайнберга в [54], добавив к этому еще и требование по степени самодействия скалярного поля, которая должна быть не выше 4.

Отдельно можно говорить о проблемах космологической постоянной и инфляционной динамике в рамках обобщений общей теории относительности, например в конформной теории относительности [55].

В данной работе мы предлагаем взглянуть на проблему релаксации космологической постоянной и естественности параметров потенциала скалярного поля, вызывающего инфляцию, с единой точки зрения на основе феноменологического введения динамического поля, потенциал которого является постоянным: $V = \text{const}$, т. е. плоским, с точностью до вкладов не выше некоторой степени по обратной массе Планка, так что это значение потенциала задает космологическую постоянную. Это поле обладает не только нулевой массой, но и нулевым самодействием. Подобные поля естественным образом возникают в теории суперструн и носят название модулей: они определяют «плоские направления» эффективного потенциала.

Мы вводим такое поле как скалярную компоненту кирального суперполя в теории суперсимметрии. Далее ставим задачу определения параметров суперпотенциала поля, так что после учета ведущих поправок за счет супергравитации в слабых гравитационных полях, т. е. *поправок, линейных по константе гравитационного взаимодействия*, результирующий *перенормируемый* потенциал поля становится бы плоским, а значит, поле было бы действительно модулем. Такую процедуру определения параметров исходного суперпотенциала мы называем космологическим бутстрапом, так как имеет место зашнуровка исходных массы и самодействия поля согласно требованию сокращения их вкладов ведущими поправками за счет супергравитации.

При этом мы предполагаем, что масштаб плато потенциала существенно меньше планковского, но достаточно велик, чтобы вписываться в концепцию взаимодействия элементарных частиц; например, полагаем его по порядку величины близким к шкале великого объединения калибровочных взаимодействий. Тогда оказывается, что бутстрап возможен, а исходные параметры поля близки к массе и самодействию инфлатона, обеспечивающего наблюдаемую крупномасштабную структуру Вселенной.

Следующий шаг — малое нарушение соотношений бутстрапа для массы и самодействие поля, которое может быть вызвано учетом высших поправок по обратной массе Планка, например петлевыми поправками при учете тяжелых частиц с массами порядка планковских. Такое нарушение приводит к динамической нестабильности плоского потенциала и релаксации исходной космологической постоянной в процессе инфляции, вызванной полем, которое первоначально было модулем. Тогда параметры инфляции естественным образом задаются малым нарушением бутстрапа и согласуются по порядку величины с наблюдаемыми. Важно отметить, что масса, вакуумное среднее поля и его самодействие по сути определяются введением одного параметра — масштабом исходной космологической постоянной, величина которой является характерной в физике частиц.

1. БУТСТРАП

В теории гравитации с размерной константой связи G естественно было бы ожидать, что вакуумная энергия ρ_G , задающая космологическую постоянную, определяется планковским масштабом¹ $\tilde{m}_{\text{Pl}} = 1/\sqrt{8\pi G} \approx 2,4 \cdot 10^{18}$ ГэВ, так что

$$\rho_G = M^4, \quad (1)$$

¹Мы используем приведенную массу Планка.

где $M \sim \tilde{m}_{\text{Pl}}$. Однако суперсимметрия может быть динамически связана с другим масштабом энергии Λ , который мы будем считать существенно меньшим, чем планковский:

$$\Lambda \ll M. \quad (2)$$

С феноменологической точки зрения, т. е. не вдаваясь в механизм введения масштаба Λ наряду с \tilde{m}_{Pl} , будем полагать, что в теории есть пара размерных величин с вполне определенной иерархией (2). При этом естественно считать, что локальная суперсимметрия, т. е. супергравитация, приводит к вакуумной энергии

$$\rho_S = \Lambda^4. \quad (3)$$

Такая конечная перенормировка¹ от (1) к (3) вполне возможна в супергравитации, так как введение суперпотенциала в виде константы

$$W_0 = i\omega_0^3 \quad (4)$$

приводит к дополнительному вкладу² в плотность энергии вакуума, так что [54]

$$V_0 = \rho_G - 24\pi G |W_0|^2 = M^4 - 24\pi G \omega_0^6, \quad (5)$$

и условие $V_0 = \rho_S$ является определением масштаба ω_0 . Описанная выше процедура представляет собой «нулевой» шаг бутстрапа: последовательного определения параметров теории через изначально заданные величины, в частности постоянного члена в суперпотенциале через первичные масштабы³ M и Λ . При этом наша цель — описание космологической постоянной как плоского потенциала.

Далее, в суперсимметрии вакуумная энергия задается потенциалом

$$V_S = \left| \frac{\partial W}{\partial \Phi} \right|^2, \quad (6)$$

где в случае космологической постоянной, т. е. потенциала, не зависящего от поля Φ , суперпотенциал следует записать в виде

$$W \mapsto W_1 = i\omega_0^3 + \Lambda^2 \Phi, \quad (7)$$

так что

$$V_S = \Lambda^4. \quad (8)$$

Учет супергравитации с линейными вкладами по ньютоновской постоянной G приводит в общем виде к потенциалу [54]

$$V = \rho_G + \left| \frac{\partial W}{\partial \Phi} \right|^2 - 24\pi G \left| W - \frac{1}{3} \Phi \frac{\partial W}{\partial \Phi} \right|^2 + \frac{16\pi G}{3} |\Phi|^2 \left| \frac{\partial W}{\partial \Phi} \right|^2. \quad (9)$$

¹В этой работе мы не касаемся вопросов регуляризации бесконечностей и ренормгруппы.

²Следуя С. Вайнбергу, ограничимся рассмотрением поправок к потенциалу, линейных по константе гравитационного взаимодействия G .

³Здесь, конечно, подразумевается, что все величины, отличающиеся лишь на коэффициент порядка единицы, являются эквивалентными.

Тогда подстановка суперпотенциала вида (7) в (9) дает

$$V \mapsto V_1 = (M^4 - 24\pi G\omega_0^6) + \Lambda^4 - \frac{1}{2} \phi^2 \frac{16\pi G}{3} \Lambda^4, \quad (10)$$

если положить поле $\phi = \Phi\sqrt{2}$ вещественным (рассмотрение общего случая проводится в приложении 1). Кроме того, в дальнейшем для простоты мы полагаем, что потенциал с учетом поправок согласно супергравитации (9) обладает симметрией относительно дискретной операции отражения $\phi \leftrightarrow -\phi$, т. е. не содержит нечетных степеней поля ϕ . На этом шаге бутстрапа космологическая постоянная по-прежнему задается плотностью энергии V_S в (8), если несколько скорректировать параметр ω_0 , так что

$$M^4 - 24\pi G\omega_0^6 = 0. \quad (11)$$

Однако потенциал (10) содержит наряду с постоянной плотностью энергии еще и вклад, зависящий от поля; более того, супергравитационные поправки приводят на этом этапе к нестабильности космологической постоянной. Эта нестабильность на самом деле сигнализирует лишь о том, что супергравитация перенормирует квадратичный по полю член потенциала, а значит, квадратичное по полю взаимодействие следует ввести уже на стадии суперпотенциала W . Кроме того, мы видим, что поле модуля в теории с глобальной суперсимметрией утрачивает это свое свойство в теории с локальной суперсимметрией, т. е. в супергравитации. Поэтому мы ставим задачу определения нетривиального суперпотенциала поля, который отвечает полю модуля при учете ведущих поправок за счет супергравитации (9).

Следуя такой методике бутстрапа, запишем суперпотенциал в виде

$$W = i\omega_0^3 + \Lambda^2\Phi + \frac{i}{2} \mu_0\Phi^2 + \frac{g_0}{3} \Phi^3. \quad (12)$$

Тогда с точностью до четвертой степени по полю, т. е. с учетом только перенормируемых членов, потенциал $V = \hat{V}\Lambda^4$ принимает вид

$$\hat{V} = 1 - \frac{1}{2} \hat{\mu}^2 \hat{\phi}^2 + \frac{1}{4} \hat{\lambda} \hat{\phi}^4, \quad (13)$$

где мы учли сокращение за счет (11) на «нулевом» шаге бутстрапа и ввели обозначения для безразмерных величин со «шляпками»:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}^2 &= \frac{32\pi G}{3} |\Phi|^2, & \hat{g}_0 &= -\frac{3}{16\pi G\Lambda^2} g_0, \\ \hat{\omega}_0^6 &= \frac{16\pi G}{3\Lambda^4} \omega_0^6, & \hat{\mu}_0^2 &= \frac{3}{16\pi G\Lambda^4} \mu_0^2, \end{aligned} \quad (14)$$

так что

$$\hat{\mu}^2 = 1 - \hat{\mu}_0^2 + 2\hat{g}_0 + \frac{3}{2} \hat{\omega}_0^3 \hat{\mu}_0, \quad \hat{\lambda} = \hat{g}_0^2 - 2\hat{g}_0 + \frac{7}{8} \hat{\mu}_0^2. \quad (15)$$

Потенциал (13) представляет собой постоянную плотность энергии, если имеет место соотношение бутстрапа

$$\hat{\mu}^2 = 0, \quad \hat{\lambda} = 0. \quad (16)$$

С учетом того, что $\hat{\omega}_0^6 \gg 1$, легко найти решения уравнений (16) для параметров $\hat{\mu}_0$ и \hat{g}_0 : имеется два набора, отвечающих решениям квадратного уравнения для \hat{g}_0 :

$$\hat{g}_0 = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{7}{8} \hat{\mu}_0^2}. \quad (17)$$

Именно,

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_0^{\text{I}} &\approx -\frac{2}{3} \frac{1}{\hat{\omega}_0^3}, & \hat{\mu}_0^{\text{II}} &\approx -\frac{10}{3} \frac{1}{\hat{\omega}_0^3}, \\ \hat{g}_0^{\text{I}} &\approx \frac{7}{16} \{\hat{\mu}_0^{\text{I}}\}^2, & \hat{g}_0^{\text{II}} &\approx 2 - \frac{7}{16} \{\hat{\mu}_0^{\text{II}}\}^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Последующие поправки в (18) можно представить в виде разложения по *четным* степеням отношения $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$, и поскольку коэффициенты такого разложения строго определены, можно говорить, во-первых, о «тонкой настройке» параметров бутстрапа, а во-вторых, о том, что рассогласование этой тонкой настройки приведет к нарушению космологического бутстрапа. Именно такой механизм нарушения мы исследуем в нашей работе: введение поправок по степеням $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$ к «голому» суперпотенциалу служит причиной динамической нестабильности космологической постоянной и приводит к инфляционному расширению Вселенной.

Наборы (18) не только устанавливают различные по своей иерархии значения для исходной константы самодействия поля \hat{g}_0 , так как $\hat{g}_0^{\text{II}} \gg \hat{g}_0^{\text{I}}$, но и приводят к существенно отличающимся физически исходным потенциалам поля в суперсимметрии согласно (6). Действительно, исходный потенциал $V_S = \hat{V}_S \Lambda^4$ можно записать в виде

$$\hat{V}_S = 1 + \frac{\hat{\mu}_S^2}{2} \hat{\phi}^2 + \frac{\hat{\lambda}_S}{4} \hat{\phi}^4, \quad (19)$$

где

$$\hat{\mu}_S^2 = \hat{\mu}_0^2 - 2\hat{g}_0, \quad \hat{\lambda}_S = \hat{g}_0^2. \quad (20)$$

Для решений (18) исходный потенциал стабилен: $\hat{g}_0^2 > 0$. Более того, можно с учетом приближения $\hat{\omega}_0^6 \gg 1$ записать в явном виде:

$$\begin{aligned} \hat{V}_S^{\text{I}} &\approx 1 + \left\{ \frac{1}{4} \hat{\mu}_0^{\text{I}} \right\}^2 \hat{\phi}^2 + \left\{ \frac{7}{32} \hat{\mu}_0^{\text{I}} \right\}^2 \hat{\phi}^4, \\ \hat{V}_S^{\text{II}} &\approx (1 - \hat{\phi}^2)^2 + \frac{1}{2} \{\hat{\mu}_0^{\text{II}}\}^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Характер зависимости исходного потенциала \hat{V}_S для наборов решений бутстрапа I и II показан на рис. 1, откуда видно, что набор I соответствует ситуации, когда нарушение суперсимметрии в потенциале отвечает плотности вакуумной энергии Λ^4 и вакуумное ожидание поля равно нулю, в то время как набор II предполагает наличие редуцированного вклада поля в нарушение суперсимметрии, которое сочетается также с нарушением предполагаемой нами выше симметрии относительно дискретного преобразования $\phi \leftrightarrow -\phi$. Вместе с тем для набора II характерны «естественные» скейлинговые значения как для массового параметра, так и для константы самодействия, а для набора I эти параметры имеют редуцированные значения.

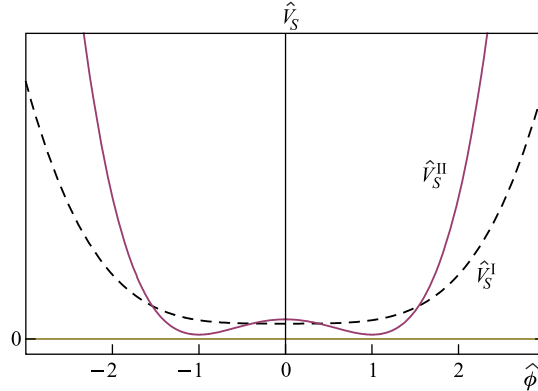


Рис. 1. Исходный потенциал скалярного поля для наборов I и II (в произвольных единицах)

Нарушение соотношений бутстрапа (16) за счет квантовых петлевых поправок приводит к нестабильности космологической постоянной $\hat{V} = 1$ и к инфляционному расширению Вселенной, если минимум потенциала отвечает плотности энергии, пренебрежимо малой по сравнению с единицей. В этом случае космологическая постоянная релаксирует с огромного значения до величины, которую мы будем считать равной нулю¹.

2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Нарушение соотношений космологического бутстрапа происходит за счет вариации параметров ω_0 , μ_0 и g_0 , механизм которой мы в этом разделе не конкретизируем, полагая лишь в наиболее общей форме, что квантовые поправки раскладываются в ряд по малому параметру отношения $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$. При этом возникает ряд естественных требований.

Во-первых, поправки к ω_0 дают вклад в вакуумную энергию, так что в ведущем приближении она получает вклад порядка $\delta V_0 \sim \Lambda^4$, а значит, $\delta \hat{\omega}_0^6 \sim \mathcal{O}(1)$, поскольку согласно введенным определениям $\delta V_0 \sim \Lambda^4 \delta \hat{\omega}_0^6$. По построению

$$\hat{\omega}_0^3 \sim \left(\frac{\tilde{m}_{\text{Pl}}}{\Lambda} \right)^2 \Rightarrow \frac{\delta \hat{\omega}_0^3}{\hat{\omega}_0^3} \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^4. \quad (22)$$

Эта поправка может приводить также к зависимой вариации параметра $\hat{\mu}_0 \sim \hat{\omega}_0^{-3}$, так что

$$\frac{\delta' \hat{\mu}_0}{\hat{\mu}_0} \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^4, \quad (23)$$

и последовательной вариации константы самодействия $\delta' \hat{g}_0$, однако такой перенос вариаций по соотношениям, выведенным из бутстрапа, вообще говоря, не приводит к на-

¹В противном случае следовало бы ввести динамическое поле, которое опять вызовет нестабильность остаточной, не равной нулю плотности энергии и инфляцию, если остаточная плотность энергии положительна. Отрицательное же значение остаточной плотности энергии приведет к коллапсу Вселенной, чего не наблюдается. См. также обсуждение этого вопроса в следующем разделе.

рушению бутстрапа, и мы считаем, что эти параметры имеют независимые источники поправок.

Во-вторых, параметры бутстрапа имеют порядок величин:

$$\hat{\mu}_0 \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^2, \quad \hat{g}_0 \sim \mathcal{O}(1) + \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^4, \quad (24)$$

и, следовательно, ведущие поправки можно записать в виде

$$\delta\hat{\mu}_0 \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{2+q}, \quad \delta\hat{g}_0 \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{4+\tilde{q}}, \quad (25)$$

где целые степени $q, \tilde{q} \geq 0$. Тогда нарушение бутстрапа согласно (15) обусловлено ненулевыми значениями величин

$$\hat{\mu}^2 = -2\hat{\mu}_0\delta\hat{\mu}_0 + 2\delta\hat{g}_0 + \frac{3}{2}\hat{\omega}_0^3\delta\hat{\mu}_0, \quad \hat{\lambda} = 2(\hat{g}_0 - 1)\delta\hat{g}_0 + \frac{7}{4}\hat{\mu}_0\delta\hat{\mu}_0, \quad (26)$$

так что

$$\begin{aligned} \hat{\mu}^2 &\sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^q + \mathcal{O}(1) \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{4+\tilde{q}}, \\ \hat{\lambda} &\sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{4+\tilde{q}} + \mathcal{O}(1) \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{4+q}. \end{aligned} \quad (27)$$

Тогда минимум потенциала \hat{V} в точке $\hat{\phi}^2 = \hat{\mu}^2/\hat{\lambda}$ имеет значение

$$\hat{V}_{\text{min}} = 1 - \frac{\hat{\mu}^4}{4\hat{\lambda}}, \quad (28)$$

и релаксация космологической постоянной, т. е. сокращение вкладов в плотность энергии вакуума порядка Λ^4 , возможна, только если

$$\frac{\hat{\mu}^4}{4\hat{\lambda}} \sim \mathcal{O}(1). \quad (29)$$

Условие (29) означает, что в случае $q \geq \tilde{q}$

$$2q = 4 + \tilde{q}, \quad (30)$$

так что имеется конечное множество значений для степеней поправок:

$$\{q, \tilde{q}\} \mapsto \{2, 0\}, \{3, 2\}, \{4, 4\}. \quad (31)$$

Если же $q < \tilde{q}$, имеется решение $q = 4$ с произвольным значением $\tilde{q} \geq 5$. Во всех этих случаях скейлинговое поведение параметров потенциала сводится к виду

$$\hat{\mu}^2 \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^q, \quad \hat{\lambda} \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{2q}, \quad (32)$$

где $q = \{2, 3, 4\}$.

В итоге мы получили общее феноменологическое описание поправок, нарушающих космологический бутстрап. Напомним при этом, что поправки к параметру $\hat{\omega}_0^6$ сводятся к вариации $\delta\hat{V}_{\min} \sim \mathcal{O}(1)$ так, чтобы происходило полное сокращение вкладов в вакуумную плотность энергии порядка Λ^4 , т. е. с необходимой для нас точностью имело бы место условие $\hat{V}_{\min} = 0$. Это требование вполне естественно с точки зрения конструкции бутстрапа, так как «выживание» вкладов порядка Λ^4 в плотности энергии вакуума приводило бы к необходимости дополнительного введения вторичного поля модуля, и, следовательно, если мы рассматриваем окончательное физическое поле модуля, то сокращение космологического члена при нарушении бутстрапа и есть само определение такого поля.

Итак, принимаем, что нарушение космологического бутстрапа для поля модуля приводит к скейлинговому потенциалу

$$\hat{V} = \left(1 - \frac{\hat{\mu}^2}{4} \hat{\phi}^2\right)^2. \quad (33)$$

Значит, для физического вещественного поля $\phi = \sqrt{2}|\Phi|$ масса и константа самодействия имеют вид

$$m^2 = \frac{32\pi G}{3} \Lambda^4 \hat{\mu}^2, \quad \lambda = \left(\frac{8\pi G}{3} \Lambda^2\right)^2 \hat{\mu}^4, \quad (34)$$

а по порядку величин

$$m \sim \tilde{m}_{\text{Pl}} \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}}\right)^{2+q/2}, \quad \lambda \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}}\right)^{4+2q}, \quad (35)$$

в то время как вакуумное среднее поля

$$v = \frac{m}{\sqrt{2\lambda}} \sim \tilde{m}_{\text{Pl}} \left(\frac{\tilde{m}_{\text{Pl}}}{\Lambda}\right)^{q/2}. \quad (36)$$

Масса инфлатона достаточно жестко фиксирована наблюдательными данными¹, так что, полагая $m/\tilde{m}_{\text{Pl}} \sim 10^{-5}$, мы находим характерные значения параметров модели по порядку величины (см. таблицу).

q	$\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}, 10^{-2}$	λ	v/\tilde{m}_{Pl}
2	2	$4 \cdot 10^{-14}$	50
3	4	$5 \cdot 10^{-14}$	150
4	6	10^{-15}	300

Анализ данных WMAP по анизотропии реликтового излучения за 5 лет [7] в модели инфлатона с потенциалом хиггсовского типа [56] приводит также к ограничению на вакуумное ожидание поля:

¹Мы исходим из анализа, проведенного нами методом дрейфа аттрактора в фазовой плоскости, с помощью которого описывается инфляционная динамика [56–58].

• в сценарии новой инфляции (скатывание поля в минимум из состояния, близкого к нестабильному максимуму при $\phi = 0$, «с вершины холма», «hilltop» inflation):

$$\frac{v}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \geq 10, \quad (37)$$

• в сценарии хаотической инфляции (эволюция поля в минимум со стороны $|\phi| > v$):

$$\frac{v}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \geq 100, \quad (38)$$

так что среди допустимых значений параметра, характеризующего вклад поправок, предпочтительным, с нашей точки зрения, является $q = 2$, так как большие вакуумные средние поля отвечают ситуации вырождения потенциала в пределе $V \sim \phi^2$, который фактически расположен на краю области достоверности с интервалом в 1σ . Для $q = 2$ масштаб исходной космологической постоянной $\Lambda \sim 5 \cdot 10^{16}$ ГэВ, что по сути согласуется с предположением о шкале, отвечающей великому объединению калибровочных взаимодействий.

Это наблюдение получает еще большее подтверждение при учете данных наблюдений WMAP за 7 лет [9], которые уже исключают сценарий инфляции скатывания в сторону минимума потенциала из состояния со значением поля, большим, чем его вакуумное среднее $|\phi| > v$, на уровне достоверности 1σ , и устанавливает, что:

- масса поля инфлатона

$$m_{\text{inf}} \approx (1,30 - 1,74) \cdot 10^{13} \text{ ГэВ}, \quad (39)$$

- вакуумное среднее инфлатона $\langle \phi \rangle = v$

$$2,5 m_{\text{Pl}} < v < 54 m_{\text{Pl}}, \quad (40)$$

где $m_{\text{Pl}} = \sqrt{8\pi} \tilde{m}_{\text{Pl}}$ — планковская масса,

• имеет место осуществление нового сценария хаотической инфляции — «hilltop» — скатывание поля с плато на холме потенциала возле «нулевого» значения поля в сторону минимума потенциала, причем высота плато задается параметром $V(0) = V_{\text{hill}} = \Lambda_{\text{hill}}^4$,

$$\Lambda_{\text{hill}} = (1,2 - 6,0) \cdot 10^{16} \text{ ГэВ}. \quad (41)$$

Анализ параметров представлен на рис. 2, откуда следует, что предпочтительным значением является $q = 2$.

Таким образом, следует ожидать, что в жизнеспособной модели для поправок параметры исходного суперпотенциала смещаются согласно

$$\delta\mu_0^2 \sim -\mu_0^2 \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^2, \quad \delta g_0 \sim \pm \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^6, \quad (42)$$

где знак для δg_0 отвечает стабильности потенциала ($\tilde{\lambda} > 0$) для наборов I и II соответственно.

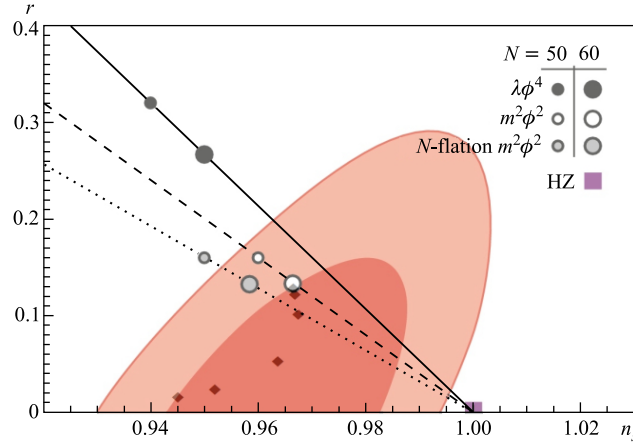


Рис. 2. Сравнение наблюдаемых с точностью 1 и 2σ данных для спектрального индекса скалярных флуктуаций плотности энергии n_s и относительного вклада тензорных флуктуаций r из работы [9] с предсказаниями моделей инфляции для самодействия поля второй и четвертой степеней, а также модели с N скалярными полями (N -flation), пределом масштабно-инвариантных флуктуаций Харрисона–Зельдовича (HZ) при горизонте, удаленном от конца инфляции на e -кратную степень расширения $N = 50$ и $N = 60$. Предсказания «нового» сценария инфляции показаны ромбами при $N = 60$ и вакуумном среднем инфлатона $v/m_{\text{Pl}} = 2,5, 2,8, 4, 7,4, 24,6, 54$ (по ходу увеличения r)

3. ОДНОПЕТЛЕВАЯ СТРУКТУРА

В простейшем случае после нарушения суперсимметрии в модели имеется одно легкое скалярное вещественное поле, причем термин «легкое» означает, что масса поля существенно меньше масштаба исходной космологической постоянной:

$$m \ll \Lambda.$$

Кроме того, к легким полям относятся безмассовый гравитон и гравитино, масса которого в ведущем приближении задается формулой [54]

$$m_g^2 = \frac{8\pi G}{3} \Lambda^4 \ll \Lambda^2. \quad (43)$$

В низкоэнергетическом приближении тяжелые поля инфлатино и мнимой части скалярного поля не распространяются. Пропагаторы и вершины взаимодействия инфлатона приведены в приложении 3. Они обусловлены нетривиальным суперпотенциалом и супертоком кирального суперполя.

Тогда однопетлевые вклады в эффективный потенциал поля инфлатона возникают за счет петель:

- 1) самого поля,
- 2) гравитино из супертока с участием инфлатино, пропагатор которого редуцируется в константу при низких энергиях,
- 3) гравитона.

В этом разделе мы проведем анализ модели с киральным суперполем и регуляризацией в евклидовом пространстве посредством введения обрезания импульса в петле.

3.1. Генерация μ_0 . Интересно отметить, что стягивание пропагатора инфлатино в точку при низких энергиях за счет планковского масштаба массы инфлатино m' приводит к естественному введению массового параметра в суперпотенциале μ_0 , изначально равного нулю. В самом деле, вершины взаимодействия вещественного скалярного поля с инфлатино за счет константы самодействия g_0 и инфлатино с гравитино за счет вакуумной энергии с масштабом Λ эффективно сводятся к вершине взаимодействия скалярного поля с инфлатино и гравитино (рис. 3)¹, т. е. к генерации μ_0 в виде

$$\mu_0 = 2g_0 \frac{\Lambda^2}{m'}. \quad (44)$$

Принимая во внимание масштаб массы инфлатино $m' \sim \tilde{m}_{\text{Pl}}$, видим, что космологическому бутстрапу отвечает ситуация, когда $g_0 \sim (\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}})^2$ и, следовательно, $\mu_0 \sim \tilde{m}_{\text{Pl}}(\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}})^4$, как это и должно быть в решении с набором параметров II.

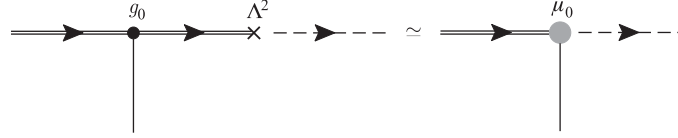


Рис. 3. Эффективная вершина взаимодействия инфлатона с инфлатино и гравитино после стягивания в точку пропагатора инфлатино; сплошная линия — инфлатон, двойная — инфлатино, штриховая — гравитино; вершина взаимодействия инфлатино с инфлатоном схематично показана жирной точкой, а вершина перехода инфлатино в гравитино — крестом

Но тогда исходный голый суперпотенциал с нулевым значением μ_0 приводит к потенциалу $V_S^0 = \Lambda^4(\hat{\phi}^2 - 1)^2$ (см. (21)), т. е. отвечает нулевой энергии вакуума. Ясно, что генерация эффективного массового параметра μ_0 при низких энергиях, описанная выше, происходит на древесном уровне и, значит, не изменяет вакуумной энергии, которая остается равной нулю.

Вариация голого значения (44) при введении поправок имеет два источника — δg_0 и $\delta \Lambda^2$, так что

$$\delta \mu_0 = \mu_0 \left(\frac{\delta g_0}{g_0} + \frac{\delta \Lambda^2}{\Lambda^2} \right) \approx \mu_0 \frac{\delta \Lambda^2}{\Lambda^2}, \quad (45)$$

где приближение сделано в согласии со схемой II, когда относительный вклад вариации константы самодействия g_0 подавлен. Значит, исходя из (42) и (45), следует ожидать поправку типа

$$\frac{\delta \Lambda^2}{\Lambda^2} \sim - \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^2. \quad (46)$$

¹Мы учитываем киральный поворот для инфлатино (см. приложение 2), а также правила Фейнмана (см. приложение 3).

Подчеркнем, что соотношение (44) в случае космологического бутстрапа означает, что имеется связь массы инфлатино с первичной плотностью энергии вакуума планковского масштаба, поскольку параметр μ_0 с набором Π задается значением параметра ω_0 (см. (18)) и его значением на первом шаге бутстрапа (см. (11)), т. е. сокращением планковских вкладов в вакуумную энергию, так что в итоге с точностью до малых поправок находим

$$m' = \frac{16}{5\sqrt{6}} M^2 \sqrt{\pi G} \sim \tilde{m}_{\text{Pl}}. \quad (47)$$

Эта связь отвечает требованию существования плоского потенциала поля модуля, и мы рассматриваем ее не как условие «тонкой настройки» параметров модели, а скорее в качестве определения самого поля модуля, т. е. исходного положения нашей модели.

3.2. Вакуумные моды поля и регуляризация. Свободное скалярное вещественное поле обладает каноническим тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi - m^2 \phi^2), \quad (48)$$

и вакуумные моды поля дают вклад за счет мнимой части пропагатора в петле (рис. 4):

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_0 = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left\{ p_\mu p_\nu - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (p^2 - m^2) \right\} (i)^2 \text{Im} \frac{1}{p^2 - m^2 + i0}. \quad (49)$$

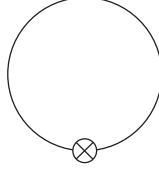


Рис. 4. Вакуумная петля вещественного скалярного поля со вставкой оператора $p_\mu p_\nu - 1/2 g_{\mu\nu} (p^2 - m^2)$

С учетом того, что

$$\text{Im} \frac{1}{p^2 - m^2 + i0} = -\pi \delta(p^2 - m^2), \quad (p^2 - m^2) \delta(p^2 - m^2) = 0,$$

находим, что вклад в вакуумное среднее тензора энергии-импульса за счет лагранжиана поля с фактором в виде метрики зануляется¹, а выражение

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_0 = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} p_\mu p_\nu \pi \delta(p^2 - m^2) \quad (50)$$

¹В общем случае, конечно, этот вклад дает классическое выражение — значение потенциала в минимуме, который для свободного поля равен нулю.

в пространстве Минковского сводится к стандартному вкладу вакуумных мод поля после снятия дельта-функции интегрированием по нулевой компоненте импульса

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_0 = \pi \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^4 2|p_0|} p_\mu p_\nu \Big|_{p_0=\pm|p_0|}. \quad (51)$$

Эта формула обретает смысл после введения регуляризации, например за счет обрезания интеграла по модулю трехмерного импульса на масштабе Λ_M , причем в силу сферической симметрии получающийся усредненный тензор энергии-импульса отвечает ультррелятивистской материи в случае, если обрезание существенно больше массы поля: $\Lambda_M \gg m$, или нерелятивистской материи, «пыли», если масса существенно больше обрезания: $m \gg \Lambda_M$. Действительно,

$$\begin{aligned} \langle T_{00} \rangle_0 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} |p_0|, & \langle T_{\alpha 0} \rangle_0 &= \langle T_{0\alpha} \rangle_0 = 0, \\ \langle T_{\alpha\beta} \rangle_0 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2|p_0|} p_\alpha p_\beta = \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2|p_0|} p^2. \end{aligned}$$

Однако подобный результат представляется нефизическим, так как вакуумные моды обладают тензором энергии-импульса, отличным от вакуумного, т. е. пропорционального метрическому тензору. Это указывает на то, что регуляризацию следует согласовать с физическими требованиями (см. [59]). Тривиальным условием является введение нормального упорядочивания операторов в определение тензора энергии-импульса, что просто сводит вклад вакуумных мод к нулю. Мы следуем другим путем, вводя регуляризацию в евклидовом пространстве после поворота Вика: $p_0 = ip_4$, вследствие чего выражение для вклада вакуумных мод в усредненный тензор энергии-импульса становится равным

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_0^E = \int \frac{i d^4 p_E}{(2\pi)^4} \frac{-i}{p_E^2 + m^2} p_\mu^E p_\nu^E = \frac{1}{4} g_{\mu\nu} \int \frac{d^4 p_E}{(2\pi)^4} \frac{p_E^2}{p_E^2 + m^2}, \quad (52)$$

где мы учли сферическую симметрию евклидова пространства. В итоге вклад одной вещественной скалярной вакуумной моды дает

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_0^E = -g_{\mu\nu} \frac{1}{(16\pi)^2} \left\{ \frac{1}{2} p_E^4 - m^2 p_E^2 + m^4 \ln \frac{p_E^2 + m^2}{m^2} \right\} \Big|_{\Lambda_d^2}^{\Lambda_u^2}, \quad (53)$$

где $\Lambda_{u,d}$ обозначают верхнюю и нижнюю границы обрезания по абсолютной величине евклидова импульса соответственно.

Для майорановского фермиона с тензором энергии-импульса

$$T'_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \bar{\psi} p_\mu \gamma_\nu \psi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \bar{\psi} (\hat{p} - m') \psi \quad (54)$$

аналогичная процедура с учетом элементарного вычисления следа гамма-матриц Дирака $\text{tr} [\gamma_\nu (\hat{p} + m')] = 4p_\nu$ и знака минус для фермионной петли приводит к выражению для вклада вакуумных мод:

$$\langle T'_{\mu\nu} \rangle_0^E = g_{\mu\nu} \frac{2}{(16\pi)^2} \left\{ \frac{1}{2} p_E^4 - m'^2 p_E^2 + m'^4 \ln \frac{p_E^2 + m'^2}{m'^2} \right\} \Big|_{\Lambda_d^2}^{\Lambda_u^2}, \quad (55)$$

где фактор 2 в сравнении с вкладом скалярного поля отвечает учету двух, левых и правых, мод майорановской частицы.

Суммирование вкладов компонент кирального суперполя в тензор энергии-импульса вакуума дает нуль, если имеет место точная суперсимметрия (все массы в супермультиплете равны), а при нарушении суперсимметрии учет правил сумм

$$\sum (-1)^F = 0, \quad \sum (-1)^F m^2 = 0$$

приводит к выражению¹

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle^E = g_{\mu\nu} \frac{1}{(16\pi)^2} \left\{ 2m'^4 \ln \frac{p_E^2 + m'^2}{m'^2} - \tilde{m}^4 \ln \frac{p_E^2 + \tilde{m}^2}{\tilde{m}^2} \right\} \Bigg|_{\Lambda_d^2}^{\Lambda_u^2}, \quad (56)$$

где мы пренебрегаем вкладом вещественного скалярного поля, полагая его массу равной нулю, но тогда из правил сумм $\tilde{m}^2 = 2m'^2$ и окончательно

$$\begin{aligned} \langle T_{\mu\nu} \rangle^E &= g_{\mu\nu} \frac{2}{(16\pi)^2} \left\{ m'^4 \ln \frac{p_E^2 + m'^2}{m'^2} - 2m'^4 \ln \frac{p_E^2 + 2m'^2}{2m'^2} \right\} \Bigg|_{\Lambda_d^2}^{\Lambda_u^2}, \\ &= g_{\mu\nu} \frac{2m'^4}{(16\pi)^2} \ln \frac{1 + \frac{p_E^2}{m'^2}}{\left(1 + \frac{p_E^2}{2m'^2}\right)^2} \Bigg|_{\Lambda_d^2}^{\Lambda_u^2}. \end{aligned} \quad (57)$$

Поскольку логарифм в формуле (57) принимает отрицательные значения, можно сделать следующие выводы:

- если верхняя граница интегрирования принимает значения порядка планковского масштаба, $\Lambda_u \sim \tilde{m}_{\text{Pl}}$, то она дает отрицательный вклад в плотность энергии вакуума, что отвечает сокращению исходного голого значения вакуумной энергии M^4 за счет введения параметра ω_0 в суперпотенциал;
- если нижняя граница $\Lambda_d \ll m'$, то это приводит к пределу

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_u^E = g_{\mu\nu} \frac{1}{(16\pi)^2} \frac{1}{2} \Lambda_d^4 \sim g_{\mu\nu} \Lambda^4, \quad (58)$$

что соответствует введению вакуумной энергии порядка Λ^4 при $\Lambda_d \sim \Lambda$.

Значит, интегрирование по квадрату евклидова импульса в пределах $[\Lambda_E^2, M_E^2]$ при $\Lambda_E \sim \Lambda$ и $M_E \sim \tilde{m}_{\text{Pl}}$ соответствует формированию начальных условий введения кирального суперполя для поля модуля. Интервал интегрирования $[0, \Lambda_E]$, т. е. регуляризация в евклидовом пространстве с обрезанием Λ_E , отвечает низкоэнергетическому вкладу легких полей. Именно такие интегралы по петлям для вычисления эффективного потенциала мы и будем рассматривать в дальнейших расчетах.

¹Здесь \tilde{m} — масса мнимой части скалярного суперполя.

Тогда поправка к тензору энергии-импульса вакуума за счет вакуумных мод принимает вид¹

$$\delta T_{\mu\nu}^E = -g_{\mu\nu} \frac{1}{(16\pi)^2} \frac{1}{2} \Lambda_E^4. \quad (59)$$

Важно отметить, что проведенное нами выделение обрезания с разбиением планковского интервала интегрирования введением промежуточной точки Λ_E означает: происходит точное сокращение вакуумной энергии порядка Λ^4 ! Кроме того, ясно, что включение взаимодействия полей с константами в виде степенных поправок по $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$ не меняет сделанных нами утверждений.

3.3. Генерация g_0 . Если происхождение массового параметра μ_0 вполне естественно объясняется путем введения эффективной константы при сжатии пропагатора инфлатино при наличии самодействия поля, то возникновение самого самодействия с константой g_0 , которая отвечает космологическому бутстрапу, является нетривиальным, поскольку речь идет о существовании поля модуля как такового изначально. Однако и в этот вопрос удастся внести некоторую ясность, если заметить, что модификация канонического тензора энергии-импульса свободного скалярного вещественного поля, согласно формуле²

$$T_{\mu\nu}^{\text{mod}} = \phi p_\mu p_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \phi(p^2 - m^2)\phi, \quad (60)$$

при учете взаимодействия с гравитоном приводит к квадратичному члену взаимодействия скалярного поля в эффективном потенциале (диаграмма на рис. 5).

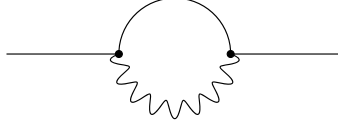


Рис. 5. Гравитационная поправка к квадратичному вкладу в эффективный потенциал поля инфлатона (волнистая линия — гравитон)

Действительно, вычисление петли в евклидовом пространстве с лидирующей точностью³ дает

$$-i 2g_0 \Lambda^2 = \int \frac{i d^4 p_E}{(2\pi)^4} 4\pi G \Rightarrow g_0 = -\frac{G}{16\pi} \frac{c_g \Lambda_E^4}{\Lambda^2}, \quad (61)$$

где мы ввели безразмерную постоянную c_g , чтобы параметризовать произвол в выборе ультрафиолетового обрезания согласно процедуре перенормировок, причем здесь считаем, что c_g по порядку величины сравнима с единицей. Следовательно, во-первых,

¹Эта поправка, конечно, отвечает лидирующему вкладу скалярного вещественного поля — единственного из компонент кирального суперполя с массой, существенно меньшей обрезания; с таким обрезанием «тяжелые» поля приводят к малым поправкам для $\delta T_{\mu\nu}^E$ порядка $(\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}})^2$.

²Оператор импульса действует на одно из скалярных полей, например направо. Конечно, можно перейти к записи в терминах частных производных, которые симметрично действуют дважды: как на поле слева, так и на поле справа.

³Мы пренебрегаем здесь вкладом массового члена.

возникающая таким образом исходная величина g_0 имеет верный порядок малости по отношению к $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$, и, во-вторых, она принимает необходимое для бутстрапа значение в ведущем приближении, если положить обрезание равным

$$c_g \Lambda_E^4 = \frac{2}{3} (16\pi\Lambda^2)^2 \Rightarrow g_0 = -\frac{32\pi G}{3} \Lambda^2. \quad (62)$$

В этом случае поправка к вакуумной энергии за счет петли вакуумных мод принимает вид

$$\delta T_{\mu\nu}^E = -\frac{1}{3c_g} g_{\mu\nu} \Lambda^4, \quad (63)$$

что показывает необходимость вклада других полей в вакуумную энергию порядка Λ^4 , если $c_g \neq 1/3$. При этом стоит, однако, заметить, что мы исходили из предположения, согласно которому рассмотренная петля вносит вклад только в константу квадратичного самодействия поля, оставляя неизменной нормировку поля, хотя в общем случае необходимо учитывать возможность такой перенормировки степенными поправками $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$.

Из проведенного нами сейчас исследования следует, что исходные параметры модели могут быть сгенерированы при введении однопетлевых поправок с участием гравитонов, а значит, и гравитино для свободного скалярного поля, если обрезание считать по порядку величины сравнимым со шкалой первичной космологической постоянной Λ . Однако отсюда следует, что петли с участием гравитона и гравитино не следует учитывать при рассмотрении нарушения космологического бутстрапа за счет петель с таким обрезанием, либо это обрезание следует в петлях с гравитоном и гравитино полагать подавленным (четными) степенями $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$, так как иначе не будет разделения понятий ведущего вклада и поправок. К такому же выводу можно прийти, если рассмотреть вклады вакуумных мод гравитона и гравитино в вакуумную энергию: при обрезании на масштабе порядка Λ эти вклады оказываются недопустимо велики, т. е. того же порядка Λ^4 , что и для полей материи, хотя следовало бы ожидать, что гравитационные поля дают поправки к энергии вакуума, подавленные малым отношением $(\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}})^2$ как минимум. Далее мы убедимся в том, что модель космологического бутстрапа остается осмысленной именно тогда, когда однопетлевые вклады для поправок с участием гравитона и гравитино имеют обрезание с упомянутым фактором подавления по $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$.

3.4. Петли инфлатона. Однопетлевые поправки, в которых участвует только скалярное вещественное поле инфлатона, соответствуют вкладам в эффективный потенциал согласно диаграммам, показанным на рис. 6, т. е. поправкам к самодействию поля второй и четвертой степеней. Они приводят к выражениям для амплитуд

$$-iL_1 = -3 \frac{g_0^2}{16\pi^2} i c_2 \Lambda_E^2, \quad -iL_2 = 54 \frac{g_0^4}{16\pi^2} i \ln \frac{c_4 \Lambda_E^2}{\Lambda_{\text{reg}}^2}, \quad (64)$$

отвечающим поправкам в лагранжиане

$$\delta_1 \mathcal{L} = \frac{1}{2} L_1 \phi^2 + \frac{1}{4!} L_2 \phi^4,$$

причем в (64) введена шкала нормировки логарифмических поправок Λ_{reg} , а также безразмерные постоянные $c_{2,4}$, соответствующие вариации параметра обрезания для различных физических величин при регуляризации и перенормировке.

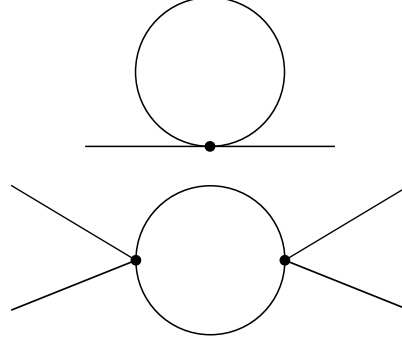


Рис. 6. Однопетлевые поправки к эффективному потенциалу инфлатона: самодействие второго и четвертого порядка по полю

Тогда L_2 обеспечивает стандартную перенормировку константы g_0 :

$$\delta g_0 = -9 \frac{g_0^3}{32\pi^2} \ln \frac{c_4 \Lambda_E^2}{\Lambda_{\text{reg}}^2} \Rightarrow \frac{dg_0}{d \ln \Lambda_{\text{reg}}} = 9 \frac{g_0^3}{16\pi^2}, \quad (65)$$

что при $\Lambda_{\text{reg}} < \Lambda_E$ и $g_0 < 0$ приводит к изменению

$$\delta g_0 \sim \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^6 > 0,$$

как это и следовало ожидать в модели бутстрапа, сценарий II (см. (42)).

Далее, L_1 естественно трактовать как поправку к исходной величине $2g_0\Lambda^2$, определяющей квадратичное самодействие поля, причем, поскольку вариация g_0 , как мы только что установили, имеет большую степень малости по $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$, следует положить

$$L_1 = 2g_0\delta\Lambda^2,$$

откуда

$$\delta\Lambda^2 = \frac{3}{2} \frac{g_0}{16\pi^2} c_2 \Lambda_E^2 < 0. \quad (66)$$

Согласно (45) находим

$$\frac{\delta\mu_0}{\mu_0} = \frac{3}{2} \frac{g_0}{16\pi^2} \frac{c_2 \Lambda_E^2}{\Lambda^2} \sim - \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^2 < 0. \quad (67)$$

Теперь переопределим безразмерные величины со «шляпками» в (14) посредством подстановки $\Lambda^2 \mapsto \Lambda^2 + \delta\Lambda^2$. Такая процедура даст нам потенциал скалярного поля в виде

$$V = (\Lambda^2 + \delta\Lambda^2)^2 \left(1 - \frac{\hat{\mu}^2}{2} \hat{\phi}^2 + \frac{\hat{\lambda}}{4} \hat{\phi}^4 \right), \quad (68)$$

где

$$\begin{aligned}\hat{\mu}^2 &= -5 \frac{\delta\mu_0}{\mu_0} = -\frac{15}{2} \frac{g_0}{16\pi^2} \frac{c_2 \Lambda_E^2}{\Lambda^2}, \\ \hat{\lambda} &= 4 \frac{\delta g_0}{g_0} = -9 \frac{g_0^2}{4\pi^2} \ln \frac{\Lambda_E \sqrt{c_4}}{\Lambda_{\text{reg}}},\end{aligned}\tag{69}$$

причем совершенно ясно, что легко подобрать вполне разумное значение точки нормировки Λ_{reg} , которое обеспечивало бы нулевое значение плотности энергии вакуума: $\hat{\mu}^4 = 4\hat{\lambda}$. При этом условии точка нормировки становится близкой к вакуумному значению самого поля:

$$\langle\phi\rangle^2 = \frac{3}{16\pi G} \langle\hat{\phi}\rangle^2 = \frac{3}{4\pi G \hat{\mu}^2} \sim \Lambda_{\text{reg}}^2.\tag{70}$$

Таким образом, рассмотренные нами сейчас вклады обеспечивают естественное условие реализации космологического бутстрапа.

Однако петли скалярного поля приводят также к поправкам для вершин контактного взаимодействия инфлатона с гравитино и инфлатино при введении супертока, причем эти петли вполне аналогичны рассмотренным нами выше. Вместе с тем следует принять во внимание, что при низких энергиях инфлатино с массой планковского масштаба «заморожено», а значит, внешние поля инфлатино равны нулю, и, стало быть, петли скалярного поля в упомянутых нами вершинах супертока не имеют отношения к рассматриваемым вкладам, так как внешние концы инфлатино в таких диаграммах приводят к нулевым значениям этих поправок.

3.5. Петли гравитино и гравитона. Для нахождения поправки, квадратичной по полю инфлатона, рассмотрим петлевую диаграмму¹ с участием гравитино и инфлатино (рис. 7)

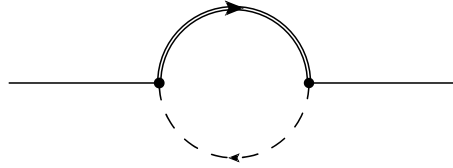


Рис. 7. Вклад петли с инфлатино в квадратичное самодействие инфлатона

по правилам Фейнмана (см. приложение 3), в которой полагаем входящие и выходящие импульсы инфлатона равными нулю, а циркулирующий по петле импульс — k . Тогда

$$\begin{aligned}\delta\mu^2 &= -\frac{\mu_0^2(8\pi G)}{4} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ \frac{P(k)^{\mu\nu}}{k^2 + m_g^2} \gamma_\nu \gamma^5 \frac{-i\gamma k + m'}{k^2 + m'^2} \gamma_\mu \gamma^5 \right\} = \\ &= -\frac{(8\pi G)\mu_0^2 c_m \Lambda_E^4}{24\pi^2 m_g} \left(\frac{1}{m'} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m'^2}\right) \right).\end{aligned}\tag{71}$$

¹Здесь все интегралы берутся в евклидовом пространстве.

Здесь введена постоянная c_m как параметр ультрафиолетового обрезания. Поскольку в петле распространяется гравитино, следует положить $c_m \ll 1$, так что с учетом выражения для массы гравитино находим, что этот вклад подавлен как

$$\frac{\delta\mu^2}{\mu_0^2} \sim -c_m \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^2,$$

и он несущественен при рассмотрении нарушения космологического бутстрапа.

Поправка к g_0 дается двумя диаграммами с нулевыми входящими импульсами и циркулирующим импульсом k (рис. 8).

Согласно первой диаграмме на рис. 8 имеем

$$\begin{aligned} g_0\delta g_0 &= \frac{3}{12} \frac{g_0^2(8\pi G)}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ \frac{P(k)^{\mu\nu}}{k^2 + m_g^2} \gamma_\nu \frac{-i\gamma k + m'}{k^2 + m'^2} \gamma_\mu \right\} = \\ &= -\frac{(8\pi G)g_0^2 c'_g \Lambda_E^4}{48\pi^2 m_g} \left(\frac{1}{m'} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m'^2}\right) \right) \sim -g_0^2 c'_g \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^2. \end{aligned} \quad (72)$$

Из второй диаграммы на рис. 8 выводим следующее аналитическое выражение:

$$\begin{aligned} g_0\delta g_0 &= \frac{6}{12} \frac{\mu_0^4(8\pi G)^2}{16} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \times \\ &\times \text{Tr} \left\{ \frac{P(k)^{\mu\nu}}{k^2 + m_g^2} \gamma_\nu \gamma^5 \frac{-i\gamma k + m'}{k^2 + m'^2} \gamma_\sigma \gamma^5 \frac{P(k)^{\sigma\rho}}{k^2 + m_g^2} \gamma_\rho \gamma^5 \frac{-i\gamma k + m'}{k^2 + m'^2} \gamma_\mu \gamma^5 \right\} \approx \\ &\approx \frac{\mu_0^4(8\pi G)^2 c''_g \Lambda_E^2}{8m'^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m'^3}\right) \sim -g_0 c''_g \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{12}. \end{aligned} \quad (73)$$

Из (72) следует, что постоянная обрезания при наличии в петле гравитино должна быть подавлена как $c'_g \sim (\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}})^2$. Тогда модель космологического бутстрапа остается самоогласованной, но инфлатино вносит существенный вклад в вариацию самодействия поля, сравнимую с логарифмической перенормировкой, и, возможно, играет определяющую роль, что, впрочем, не изменяет оценочных численных расчетов по порядку величины, проделанных ранее. Из (73) следует, что роль постоянной c''_g несущественна.

Поправки, обусловленные взаимодействием канонического тензора энергии-импульса с гравитоном, даются диаграммами на рис. 9.

Первая диаграмма рис. 9 дает логарифмическую поправку к массе вида

$$\begin{aligned} \delta\mu^2 &= -(8\pi G)(\mu_0^2 + 2g_0\Lambda^2)^2 \eta_{\mu\nu} (\eta^{\mu\mu'} \eta^{\nu\nu'} + \eta^{\mu\nu'} \eta^{\nu\mu'} - \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu\nu'}) \eta_{\mu'\nu'} \times \\ &\times \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{2k^2} \frac{1}{k^2} = \frac{(8\pi G)(\mu_0^2 + 2g_0\Lambda^2)^2}{4\pi^2} \ln \frac{c'_m \Lambda_E^2}{\Lambda_{\text{reg}}^2} \sim \Lambda^2 \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^6 \ln \frac{c'_m \Lambda_E^2}{\Lambda_{\text{reg}}^2}, \end{aligned} \quad (74)$$

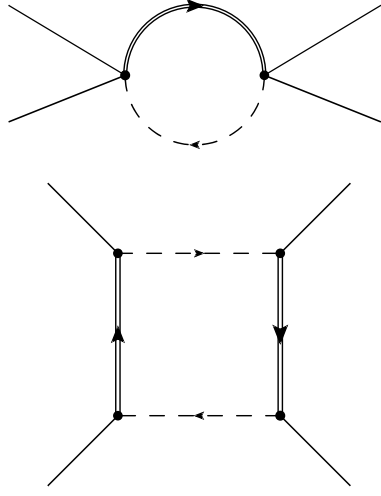


Рис. 8. Вклад петли с инфлатино в самодействие инфлатона четвертой степени

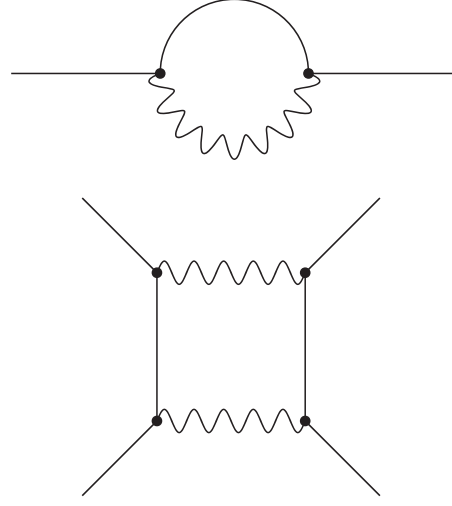


Рис. 9. Вклад петель с гравитоном (волнистая линия) в самодействие инфлатона

а вторая диаграмма — поправку к константе самодействия

$$\begin{aligned}
 g_0 \delta g_0 &= -\frac{6}{12} (8\pi G)^2 (\mu_0^2 + 2g_0 \Lambda^2)^4 \eta_{\mu\nu} (\eta^{\mu\mu'} \eta^{\nu\nu'} + \eta^{\mu\nu'} \eta^{\nu\mu'} - \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu\nu'}) \eta_{\mu'\nu'} \times \\
 &\times \eta_{\mu_1\nu_1} (\eta^{\mu_1\mu'_1} \eta^{\nu_1\nu'_1} + \eta^{\mu_1\nu'_1} \eta^{\nu_1\mu'_1} - \eta^{\mu_1\nu_1} \eta^{\mu'_1\nu'_1}) \eta_{\mu'_1\nu'_1} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{4k^4} \frac{1}{(k^2)^2} = \\
 &= \frac{(8\pi G)^2 (\mu_0^2 + 2g_0 \Lambda^2)^4}{4\pi^2} \left\{ \frac{1}{\tilde{c}_g \Lambda_E^4} - \frac{1}{\Lambda_{\text{reg}}^4} \right\} \sim -g_0 \frac{1}{\tilde{c}_g} \left(\frac{\Lambda}{\tilde{m}_{\text{Pl}}} \right)^{10}. \quad (75)
 \end{aligned}$$

Вклад (74) можно отнести как к подавленной логарифмической поправке к масштабу Λ^2 вида $g_0 \delta \Lambda^2$, что несущественно, так и к аналогичной вариации δg_0 , которая может быть сравнима с логарифмической поправкой за счет петли инфлатона, рассчитанной ранее. В этом случае с учетом $c_m \sim \Lambda / \tilde{m}_{\text{Pl}}$ находим, что аргумент логарифма имеет дополнительную степень малого параметра, что тем не менее оставляет его величиной одного порядка с ренормгрупповой поправкой. При этом поправка в (74) имеет другой знак, так что может иметь место компенсация вкладов. Это свидетельствует о том, что основной вклад, видимо, задается (72).

Из (75) заключаем, что даже при $\tilde{c}_g \sim (\Lambda / \tilde{m}_{\text{Pl}})^2$ этот вклад несущественен для нашего рассмотрения.

В итоге, мы показали, что однопетлевая структура теории согласуется с соотношениями, необходимыми для разумного нарушения космологического бутстрапа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы установили возможность построения реалистической модели, в которой:

- первичная космологическая постоянная с характерным масштабом порядка энергии великого объединения отвечает плоскому потенциалу вещественного скалярного поля модуля, обладающего нетривиальным суперпотенциалом, после учета ведущих поправок по гравитационной константе в супергравитации,
- тонкая подстройка параметров суперпотенциала нарушается за счет квантовых петлевых поправок, что приводит к неустойчивости исходной космологической постоянной,
- имеет место релаксация первичной космологической постоянной за счет инфляции, вызванной неустойчивостью потенциала поля модуля, играющего роль инфлатона,
- параметры потенциала после учета петлевых квантовых поправок по порядку величины естественным образом согласуются с величинами, феноменологически наблюдаемыми при описании крупномасштабной структуры нашей Вселенной.

Существование нетривиального первичного суперпотенциала поля модуля обусловлено связью его параметров — космологическим бутстрапом.

В построенной модели имеется лишь два масштаба энергии: масса Планка \tilde{m}_{Pl} и шкала первичной космологической постоянной порядка энергии великого объединения Λ со строгой иерархией $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}} \ll 1$. Этого оказывается достаточно для реализации космологического бутстрапа и естественного объяснения параметров реального инфлатона.

В разд. 3 мы провели расчеты однопетлевой структуры теории, согласно которым были сформулированы условия, позволяющие получить необходимую для космологического бутстрапа иерархию петлевых поправок, нарушающих тонкую настройку первичного суперпотенциала: параметр обрезания импульса в петле с инфлатоном должен быть масштаба Λ , а в петлях с гравитоном, гравитино или инфлатино необходимо обрезание с фактором подавления диаграмм порядка $(\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}})^2$.

Следует также отметить некоторые технические вопросы: во-первых, мы рассматривали поправки к потенциалу за счет супергравитации в ведущем порядке по константе гравитационного взаимодействия; во-вторых, мы учитывали вклады только в перенормируемые члены самодействия скалярного поля, т. е. самодействие не выше четвертой степени поля. При этом мы считали, что самодействие высших степеней по инфлатону находится вне контроля, так как подобные члены лагранжиана допускают произвольную конечную перенормировку, поэтому мы полагали их пренебрежимо малыми в нашей модели. В-третьих, сама схема тонкой настройки параметров потенциала — космологический бутстрап — включает в себя также и фиксированное разложение этих параметров по высшим степеням малого отношения масштаба космологической постоянной к массе Планка: $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$. Поэтому введение петлевых поправок по $\Lambda/\tilde{m}_{\text{Pl}}$ разрушит структуру космологического бутстрапа и создает условия для инфляции. Отсюда можно заключить, что в целом предложенная схема связи первичной космологической постоянной с инфляцией представляется вполне обоснованной.

Данная работа частично поддержана грантами РФФИ 10-02-00061, ФЦП «Научные и педагогические кадры» грант НОЦ 2009-1.1-125-055-008; кроме того, работа С. А. Т. поддержана грантом президента РФ МК-406.2010.2.

Приложение 1

МНИМАЯ ЧАСТЬ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ
И ОБЩИЙ ВИД ПОТЕНЦИАЛА

Без ограничения общности в суперпотенциале (12) можно считать параметр Λ вещественным, в то время как μ_0 и g_0 , вообще говоря, нужно рассматривать комплексными. Тогда потенциал имеет вид

$$V_S = \left| \frac{\partial W}{\partial \Phi} \right|^2 = \Lambda^4 + g_0 g_0^* (\Phi^* \Phi)^2 + \mu_0 \mu_0^* \Phi^* \Phi + \Lambda^2 \{g_0^* (\Phi^*)^2 + g_0 \Phi^2\} + \\ + i \{ \mu_0 \Phi - \mu_0^* \Phi^* \} + i \Lambda^2 \Phi^* \Phi \{ \mu_0 g_0^* \Phi^* - \mu_0^* g_0 \Phi \}, \quad (\text{П1.1})$$

так что дискретная симметрия относительно инверсии $\Phi \leftrightarrow -\Phi^*$ сразу приводит к условиям вещественности:

$$\mu_0^* = \mu_0, \quad g_0^* = g_0 \quad (\text{П1.2})$$

и потенциалу

$$V_S = \Lambda^4 + \frac{1}{2} \{ \mu_0^2 + 2g_0 \Lambda^2 \} \phi^2 + \frac{1}{4} g_0^2 \phi^4 + \Delta V_S, \quad (\text{П1.3})$$

где добавка

$$\Delta V_S = \mu_0 \{ g_0 \phi^2 - 2\Lambda^2 \} \tilde{\phi} - 4g_0 \Lambda^2 \tilde{\phi}^2, \quad (\text{П1.4})$$

в терминах вещественных полей

$$\phi = \sqrt{2} |\Phi|, \quad \tilde{\phi} = \text{Im } \Phi, \quad (\text{П1.5})$$

а значит, имеет место ограничение

$$|\tilde{\phi}| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \phi. \quad (\text{П1.6})$$

В исследуемой модели $g_0 < 0$, так что добавка ΔV_S имеет минимум по $\tilde{\phi}$ при фиксированном абсолютном значении поля Φ и при этом нулевая величина мнимой части поля нестабильна.

Минимум по $\tilde{\phi}$ достигается в точке

$$\tilde{\phi}_* = \mu_0 \frac{g_0 \phi^2 - 2\Lambda^2}{8g_0 \Lambda^2}, \quad (\text{П1.7})$$

а следовательно, это поле можно аппроксимировать константой

$$\tilde{\phi}_* \approx -\frac{\mu_0}{4g_0} \quad (\text{П1.8})$$

в области

$$\phi^2 \ll -\frac{\Lambda^2}{g_0}, \quad (\text{П1.9})$$

если $\phi^2 > \mu_0^2/8g_0^2$. В реалистической модели $g_0 \sim -(\Lambda/\tilde{m}_{\text{P1}})^6$, и ограничение (П1.9) сводится к $\phi \ll \tilde{m}_{\text{P1}}(\tilde{m}_{\text{P1}}/\Lambda)^2$, т. е. к условию: поле заведомо меньше своего вакуумного среднего.

Подстановка (П1.7) дает потенциал для поля ϕ в виде

$$V_S \mapsto \frac{\lambda_0}{4} (\phi^2 - \phi_0^2)^2, \quad (\text{П1.10})$$

где

$$\phi_0^2 = -\frac{2\Lambda^2}{g_0}, \quad \lambda_0 = g_0 \left(g_0 + \frac{\mu_0^2}{4\Lambda^2} \right), \quad (\text{П1.11})$$

т. е. потенциал с нулевым значением вакуумной энергии, как это и должно быть в случае одного кирального суперполя, когда всегда существует комплекснозначное решение квадратного уравнения $\partial W/\partial \Phi = 0$ для поля Φ , совпадающее, конечно, с $\phi_0 = |\Phi|$.

В итоге мы пришли к выводу о том, что в случае реальной космологической роли скалярного поля феноменологическое требование «выключения» его мнимой части из динамики означает введение нарушающего суперсимметрию члена, обеспечивающего $\tilde{\phi} \rightarrow 0$. Этого можно достичь, например, добавлением «массового члена» вида

$$\Delta \tilde{V} = \tilde{m}^2 \left(\tilde{\phi} + C \mu_0 \frac{\Lambda^2}{\tilde{m}^2} \right)^2 + \text{const}, \quad (\text{П1.12})$$

где масса принимает значения порядка планковских $\tilde{m} \sim \tilde{m}_{\text{P1}}$. Первый вариант $\Delta \tilde{V}$ с $C = 0$ не содержит параметров тонкой настройки и дает пренебрежимо малое значение мнимой части скалярного поля $\tilde{\phi}_* \sim \mu_0 \Lambda^2 / \tilde{m}_{\text{P1}}^2 \rightarrow 0$, слабо зависящее от поля ϕ , тогда как второй вариант с $C = 1$ приводит к сокращению линейного по полю $\tilde{\phi}$ члена потенциала, не зависящего от вещественной части поля, и к еще большему подавлению мнимой части и существенно расширяет область применимости приближения с нулевым значением поля $\tilde{\phi}$. Наконец, в третьем варианте при $C = 2 + \mu_0^2/(2g_0\Lambda^2)$ мнимая часть поля становится равной нулю в вакууме, т. е. в минимуме потенциала для вещественной части поля при $\phi_*^2 = -2\Lambda^2/g_0 - \mu_0^2/g_0^2 > 0$, так что в этом феноменологически актуальном случае вакуумное состояние становится инвариантным относительно операции комплексного сопряжения поля Φ . При этом динамика мнимой части поля становится совершенно несущественной при энергиях заметно ниже планковских, т. е. при классическом описании гравитации.

Таким образом, включение скалярного поля в космологическую модель действительно позволяет считать это поле вещественным.

Наконец, отметим, что введение массы для мнимой части скалярного поля с нарушением суперсимметрии приводит к стандартным правилам сумм для квадратов масс компонент кирального суперполя с фермионным числом $F = \{0, 1\}$:

$$\sum (-1)^F m^2 = 0 \Rightarrow m^2 + \tilde{m}^2 = 2m'^2, \quad (\text{П1.13})$$

где m' — масса суперпартнера скалярного поля — майорановского поля инфлатино. В итоге инфлатино с необходимостью приобретает массу порядка планковской.

Приложение 2

КИРАЛЬНЫЙ ПОВОРОТ

Суперпартнер скалярного поля — инфлатино — описывается майорановским спинором ψ , т. е. зарядово-самосопряженным дираковским спинором, с левыми и правыми компонентами в киральном представлении:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi \\ \bar{\chi} \end{pmatrix}, \quad (\text{П2.1})$$

где двухкомпонентные спиноры зарядово сопряжены: $\bar{\chi} = i\sigma_2\chi^*$, так что суперпотенциал (12) приводит к квадратичным по инфлатино членам лагранжиана в виде

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2} (i\mu_0\chi\chi - i\mu_0\bar{\chi}\bar{\chi} + 2g_0\Phi\chi\chi + 2g_0\Phi^*\bar{\chi}\bar{\chi}). \quad (\text{П2.2})$$

Этот лагранжиан можно свести к стандартному виду с вещественной массой майорановского поля, если сделать киральное вращение:

$$\psi_u = e^{i\gamma_5 u}\psi \Rightarrow \chi_u = e^{iu}\chi, \quad \bar{\chi}_u = e^{-iu}\bar{\chi} \quad (\text{П2.3})$$

с параметром $u = -\pi/4$, так что

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2} (\mu_0\chi_u\chi_u + \mu_0\bar{\chi}_u\bar{\chi}_u - 2ig_0\Phi\chi_u\chi_u + 2ig_0\Phi^*\bar{\chi}_u\bar{\chi}_u), \quad (\text{П2.4})$$

$$= -\frac{1}{2} (\mu_0\bar{\psi}_R\psi_L + \mu_0\bar{\psi}_L\psi_R - 2ig_0\Phi\bar{\psi}_R\psi_L + 2ig_0\Phi^*\bar{\psi}_L\psi_R), \quad (\text{П2.5})$$

$$= -\frac{1}{2} (\mu_0\bar{\psi}\psi - \sqrt{2}ig_0\phi\bar{\psi}\gamma_5\psi + 2g_0\phi\bar{\psi}\gamma_5\psi), \quad (\text{П2.6})$$

где мы для краткости обозначений опустили несущественный для дальнейшего изложения индекс u у биспиноров.

Таким образом, после кирального поворота имеем майорановское поле с вполне определенными вершинами юкавского взаимодействия с вещественным и мнимым скалярными полями кирального суперполя. При этом важно отметить, что кинетические члены для левых и правых компонент спинора остаются инвариантными относительно кирального вращения. Более того, инвариантными остаются и контактные члены взаимодействия инфлатино с гравитино и скалярным полем; это обусловлено тем, что гравитино также описывается майорановским полем, а контактные члены взаимодействия сохраняют киральность.

Приложение 3

ПРАВИЛА ФЕЙНМАНА

Опишем правила диаграммной техники. Мы используем определение метрики и соответствующих матриц Дирака по Вайнбергу [54]:

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1), \quad \{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2\eta_{\mu\nu}. \quad (\text{П3.1})$$

Пропагатор инфлатона обозначаем сплошной линией и сопоставляем выражение:

$$\overline{\hspace{10em}} \quad (-i) \frac{1}{p^2 + m^2}, \quad (\text{П3.2})$$

где m — масса инфлатона, которую мы полагаем равной нулю.

Для обозначения инфлатино используем двойную линию и аналитическое выражение для пропагатора вида

$$\overline{\hspace{10em}} \quad (-i) \frac{-i\gamma p + m'}{p^2 + m'^2}, \quad (\text{П3.3})$$

где m' — масса инфлатино.

Для гравитино — штриховая линия и пропагатор:

$$\overline{\hspace{10em}} \quad (-i) \frac{P^{\mu\nu}(p)}{p^2 + m_g^2} = (-i) \frac{1}{p^2 + m_g^2} \left\{ \left(\eta^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{m_g^2} \right) (-i\gamma p + m_g) - \frac{1}{3} \left(\gamma^\mu - i \frac{p^\mu}{m_g} \right) (i\gamma p + m_g) \left(\gamma^\nu - i \frac{p^\nu}{m_g} \right) \right\}, \quad (\text{П3.4})$$

где $m_g = \sqrt{\frac{(8\pi G)}{12}} \Lambda^4$ — масса гравитино.

Выражения для вершин появляются при рассмотрении суперсимметрии: гравитино взаимодействует с супертоком через член в лагранжиане:

$$\sqrt{8\pi G} \int d^4x \frac{1}{2} \overline{S}^\mu \psi_\mu, \quad (\text{П3.5})$$

где ψ_μ — поле гравитино, а суперток

$$S^\mu = \sqrt{2} \left[\gamma^\nu \partial_\nu \phi \gamma^\mu \psi_R + \gamma^\nu \partial_\nu \phi^* \gamma^\mu \psi_L + \left(\frac{\partial W}{\partial \phi} \right) \gamma^\mu \psi_L + \left(\frac{\partial W}{\partial \phi} \right)^* \gamma^\mu \psi_R \right],$$

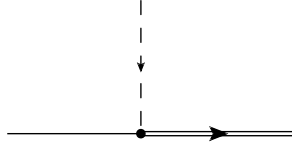
причем здесь ϕ — инфлатон, ψ — инфлатино, а W — суперпотенциал.

Также в лагранжиане имеются потенциальные члены, отвечающие за самодействие поля инфлатона и взаимодействие инфлатона с инфлатино, вида

$$\int dx^4 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \Phi^2} \right) (\overline{\psi_L} \psi_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \Phi^2} \right)^* (\overline{\psi_L} \psi_L)^* + \left(\frac{\partial W}{\partial \Phi} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial \Phi} \right)^*. \quad (\text{П3.6})$$

В теории существует три типа вершин, следующих из супертока:

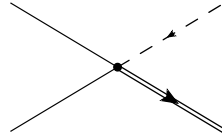
- в первой сходятся три линии: инфлатона, инфлатино и гравитино; соответственно, вершина и аналитическое выражение выглядят так:



$$(i)(i)\frac{1}{2}\mu_0\sqrt{8\pi G}\gamma^\nu\gamma^5 = -\frac{1}{2}\mu_0\sqrt{8\pi G}\gamma^\nu\gamma^5, \quad (\text{П3.7})$$

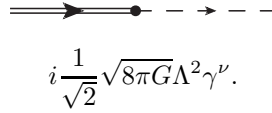
где $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$;

- во втором типе вершин, который становится возможным вследствие рассмотрения самодействующего поля, сходятся четыре линии: инфлатино, гравитино и два инфлатона; вершина и ее аналитическое выражение имеют вид



$$(i)\frac{1}{\sqrt{2}}g_0\sqrt{8\pi G}\gamma^\nu; \quad (\text{П3.8})$$

- в третьем типе инфлатино переходит в гравитино:



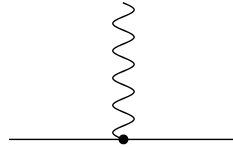
$$i\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{8\pi G}\Lambda^2\gamma^\nu. \quad (\text{П3.9})$$

Пропагатор для гравитона имеет следующий вид:



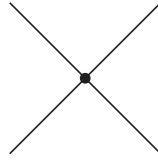
$$G^{\mu\nu,\mu'\nu'} = (-i)\frac{1}{2p^2}(\eta^{\mu\mu'}\eta^{\nu\nu'} + \eta^{\mu\nu'}\eta^{\nu\mu'} - \eta^{\mu\nu}\eta^{\mu'\nu'}). \quad (\text{П3.10})$$

Вершина взаимодействия гравитона и скалярной частицы следует из члена лагранжиана $\sqrt{8\pi G}\int d^4x T^{\mu\nu}h_{\mu\nu}$, где $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса, а поправка $h_{\mu\nu}$ задается следующим образом: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + 2\sqrt{8\pi G}h_{\mu\nu}$ и равна



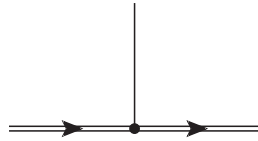
$$(-i)\sqrt{8\pi G}\eta^{\mu\nu}(\mu_0^2 + 2g_0\Lambda^2). \quad (\text{П3.11})$$

Вследствие самодействия поля четвертого порядка по полю имеется вершина



$$-i\lambda_0 = -6ig_0^2, \quad (\text{П3.12})$$

а вершина взаимодействия поля инфлатона с инфлатино возникает из члена лагранжиана после кирального поворота (приложение 2):



$$-\sqrt{2}g_0\gamma^5. \quad (\text{П3.13})$$

В каждой вершине должен выполняться закон сохранения импульса: входящий импульс равен выходящему. По импульсам внутренних линий, остающихся нефиксированными после учета всех законов сохранения, производится интегрирование по $d^4p/(2\pi)^4$. Каждая фермионная петля добавляет множитель (-1) . Виковский поворот соответствует замене $p_0 \rightarrow ip_4$ при переходе в евклидовы координаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weinberg S. // Rev. Mod. Phys. 1989. V. 61. P. 1.
2. Guth A. H. // Phys. Rev. D. 1981. V. 23. P. 347.
3. Linde A. D. // Phys. Lett. B. 1982. V. 108. P. 389.
4. Albrecht A., Steinhard P. J. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 1220.
5. Linde A. D. // Phys. Lett. B. 1983. V. 129. P. 177.
6. Linde A. // Lect. Notes Phys. 2008. V. 738. P. 1.
7. Dunkley J. et al. (WMAP Collab.) // Astrophys. J. Suppl. 2009. V. 180. P. 306.
8. Komatsu E. et al. (WMAP Collab.) // Ibid. P. 330.
9. Komatsu E. et al. (WMAP Collab.) // Astrophys. J. Suppl. 2011. V. 192. P. 18.
10. Percival W. J. et al. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2007. V. 381. P. 1053.
11. Riess A. G. et al. (Supernova Search Team Collab.) // Astrophys. J. 2004. V. 607. P. 665.
12. Riess A. G. et al. // Astrophys. J. 2007. V. 659. P. 98.
13. Astier P. et al. (The SNLS Collab.) // Astron. Astrophys. 2006. V. 447. P. 31.
14. Wood-Vasey W. M. et al. (ESSENCE Collab.) // Astrophys. J. 2007. V. 666. P. 694.
15. Shapiro I. L., Sola J. // Phys. Lett. B. 2000. V. 475. P. 236.
16. Shapiro I. L., Sola J. // JHEP. 2002. V. 0202. P. 006.
17. Guberina B., Horvat R., Stefancic H. // Phys. Rev. D. 2003. V. 67. P. 083001.

18. *Shapiro I. L., Sola J., Stefancic H.* // Running G and Lambda at Low Energies from Physics at $M(X)$: Possible Cosmological and Astrophysical Implications // JCAP. 2005. V. 0501. P. 012; hep-ph/0410095.
19. *Bilic N. et al.* // Phys. Lett. B. 2007. V. 657. P. 232.
20. *Sola J.* Dark Energy: A Quantum Fossil from the Inflationary Universe? hep-th/0710.4151.
21. *Shapiro I. L., Sola J.* // J. Phys. A. 2007. V. 40. P. 6583.
22. *Shapiro I. L., Sola J.* On the Possible Running of the Cosmological «Constant». hep-th/0910.4925.
23. *Bauer F., Sola J., Stefancic H.* // Phys. Lett. B. 2009. V. 678. P. 427.
24. *Weinberg S.* Critical Phenomena for Field Theorists // Understanding the Fundamental Constituents of Matter / Ed. A. Zichichi. N. Y.: Plenum Press, 1977.
25. *Weinberg S.* Asymptotically Safe Inflation. hep-th/0911.3165.
26. *Chalmers G.* // Class. Quant. Grav. 2002. V. 19. P. L193.
27. *McGuigan M.* Cosmological Constant Seesaw in Quantum Cosmology. hep-th/0602112; Cosmological Constant Seesaw in String/M-Theory. hep-th/0604108.
28. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* // Phys. Rev. D. 2008. V. 77. P. 063518.
29. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* Natural Scale of Cosmological Constant in Seesaw Mechanism with Broken SUSY. hep-th/0710.1685.
30. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* Properties of Potential Modelling Three Benchmarks: The Cosmological Constant, Inflation and Three Generations. hep-ph/1004.4112.
31. *Enqvist K., Hannestad S., Sloth M. S.* // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 031301.
32. *Banks T.* Cosmological Breaking of Supersymmetry or Little Lambda Goes Back to the Future. II. hep-th/0007146.
33. *Banks T.* Heretics of the False Vacuum: Gravitational Effects on and of Vacuum Decay. II. hep-th/0211160.
34. *Mazumdar A., Rocher J.* Particle Physics Models of Inflation and Curvaton Scenarios. hep-ph/1001.0993.
35. *Allahverdi R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. P. 191304.
36. *Allahverdi R., Kusenko A., Mazumdar A.* // JCAP. 2007. V. 0707. P. 018.
37. *Allahverdi R. et al.* // Ibid. V. 0706. P. 019.
38. *Barvinsky A. O., Kamenshchik A. Y.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 332. P. 270.
39. *Bezrukov F. L., Shaposhnikov M.* // Phys. Lett. B. 2008. V. 659. P. 703.
40. *De Simone A., Hertzberg M. P., Wilczek F.* Running Inflation in the Standard Model. hep-ph/0812.4946.
41. *Barvinsky A. O. et al.* Asymptotic Freedom in Inflationary Cosmology with a Non-Minimally Coupled Higgs Field. hep-ph/0904.1698.
42. *Bezrukov F., Shaposhnikov M.* Standard Model Higgs Boson Mass from Inflation: Two Loop Analysis. hep-ph/0904.1537.
43. *Burgess C. P., Lee H. M., Trott M.* Power-Counting and the Validity of the Classical Approximation during Inflation. hep-ph/0902.4465.
44. *Barbon J. L. F., Espinosa J. R.* On the Naturalness of Higgs Inflation. hep-ph/0903.0355.
45. *Cervantes-Cota J. L., Dehnen H.* // Nucl. Phys. B. 1995. V. 442. P. 391.
46. *Cervantes-Cota J. L., Dehnen H.* // Phys. Rev. D. 1996. V. 51. P. 395.
47. *Barvinsky A. O. et al.* Higgs Boson, Renormalization Group, and Cosmology. hep-ph/0910.1041.
48. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* Decoupling of Higgs Boson from the Inflationary Stage of Universe Evolution. gr-qc/0906.4191.

49. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* // *Yad. Fiz.* 2011. V. 74. P. 804 (*Phys. At. Nucl.* 2011. V. 74. P. 778).
50. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* Cosmological Constraint on the Mass of Higgs Boson in the Standard Model // *Proc. of ICHEP2010. Paris, 2010.* P. 454.
51. *Arbuzov A. B. et al.* Higgs Particle Mass in Cosmology. hep-ph/0705.4672.
52. *Kawasaki M., Yamaguchi M., Yanagida T.* // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85. P. 3572.
53. *Kachru S. et al.* // *Phys. Rev. D.* 2003. V. 68. P. 046005.
54. *Weinberg S.* The Quantum Theory of Fields. V. III: Supersymmetry. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000.
55. *Pervushin V., Proskurin D.* // *Grav. Cosmol. Suppl.* 2002. V. 8N1. P. 161.
56. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* // *Gen. Rel. Grav.* 2010. V. 42. P. 183.
57. *Urena-Lopez L. A., Reyes-Ibarra M. J.* // *Intern. J. Mod. Phys. D.* 2009. V. 18. P. 621.
58. *Kiselev V. V., Timofeev S. A.* Quasi-Attractor Dynamics of $\lambda\phi^4$ -Inflation. gr-qc/0801.2453.
59. *Andrianov A. A. et al.* // *Phys. Lett. B.* 2007. V. 651. P. 306.

Получено 6 июня 2011 г.