

## РАСЧЕТ КАНАЛОВ ТРАНСПОРТИРОВКИ ИОНОВ ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА

*Н. Ю. Казаринов, В. И. Казача*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В каналах транспортировки ионов зачастую используются диафрагмы или щели (для ограничения размера пучка ионов) и дегрейдеры (для уменьшения кинетической энергии ионов). При прохождении ионного пучка через данные элементы его параметры, такие как среднеквадратичные размеры, угловой и импульсный разброс, меняются скачкообразно. Это необходимо учитывать при расчете последующих участков канала. В работе получены формулы для расчета новых параметров ионного пучка сразу после его прохождения через вышеуказанные элементы. Приводятся результаты расчетов транспортировки различных видов тяжелых ионов в каналах циклотрона У400-М ЛЯР ОИЯИ, предназначенных для тестирования электронных микросхем.

Diaphragms or slits (to limit the size of the ion beam) and degraders (to reduce the kinetic energy of the ions) are often used in beam lines intended for the ion transportation. With the passage of the ion beam through these elements the ion beam parameters, such as mean-square sizes, angular and momentum spread, change abruptly. This fact is necessary to take into account in calculations of further beam line sections. Formulas for the definition of the new ion beam parameters after it has passed through the above elements are obtained. The results of calculations for transportation of different heavy ions in the beam lines of the cyclotron U400-M at FLNR designed for testing electronic microchips are presented.

PACS: 29.20.dg; 29.27.Eg

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в ЛЯР ОИЯИ разработаны и используются каналы транспортировки пучков, предназначенные для тестирования электронных микросхем при их облучении тяжелыми ионами с энергиями от 3–6 до 40 МэВ/нуклон [1, 2]. В этих каналах используются такие элементы, как диафрагмы или щели (для ограничения размеров транспортируемого ионного пучка) и дегрейдеры (для уменьшения кинетической энергии ионов).

При прохождении пучка ионов через диафрагму, щель или дегрейдер его среднеквадратичные размеры, угловой и импульсный разброс изменяются скачкообразно. Это необходимо учитывать при расчете последующих участков канала. В данной работе получены формулы для вычисления новых параметров пучка ионов сразу после его прохождения через вышеуказанные элементы в пятимерном фазовом пространстве. Формулы учитывают корреляции пространственных и угловых координат и импульсного разброса (когда

величины дисперсий  $D_x$ ,  $D_y$  и их производных  $D'_x$  и  $D'_y$  в точке перед диафрагмой отличны от нуля). Изменение дисперсионных функций пучка необходимо учитывать, если после диафрагмы или щели в канале используются диспергирующие элементы, такие как поворотные магниты. Расчет новых параметров пучка проводится в предположении, что плотность пучка перед диафрагмой и щелью имеет гауссово распределение.

## 1. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ПУЧКА ИОНОВ ПОСЛЕ ЕГО ПРОХОЖДЕНИЯ ЧЕРЕЗ КРУГЛУЮ ДИАФРАГМУ

Инвариант Куранта–Снайдера  $I$  имеет следующий вид:

$$I = \frac{\left(x - D_x \frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left[\alpha_x \left(x - D_x \frac{\Delta p}{p}\right) + \beta_x \left(x' - D'_x \frac{\Delta p}{p}\right)\right]^2}{\varepsilon_x \beta_x} + \frac{\left(y - D_y \frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left[\alpha_y \left(y - D_y \frac{\Delta p}{p}\right) + \beta_y \left(y' - D'_y \frac{\Delta p}{p}\right)\right]^2}{\varepsilon_y \beta_y}. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha_x$ ,  $\beta_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\beta_y$  — параметры Твисса;  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  — горизонтальный и вертикальный среднеквадратичные эмиттансы пучка, а  $\Delta p/p$  — относительный разброс ионов по продольным импульсам. В дальнейшем величину  $\Delta p/p$  будем обозначать буквой  $\delta$ .  $\varepsilon_x \beta_x = \sigma_x^2$  и  $\varepsilon_y \beta_y = \sigma_y^2$  — горизонтальные и вертикальные бетатронные среднеквадратичные размеры пучка (определяемые только эмиттансом). Тогда нормированную на единицу функцию распределения ионов по координатам, углам и продольным импульсам в пятимерном фазовом пространстве представим в виде

$$f(x, x', y, y', \delta) = C_0 \exp\left(-I - \frac{\delta^2}{2\sigma_p^2}\right), \quad (2)$$

где  $\sigma_p^2$  — дисперсия начального распределения ионов пучка по продольным импульсам. Постоянная  $C_0$  определяется из условия нормировки

$$C_0 = \frac{1}{(2\pi)^{5/2} \sigma_p \varepsilon_x \varepsilon_y}. \quad (3)$$

Все величины в (1)–(3) определены в точке перед диафрагмой.

**1.1. Вычисление числа частиц  $N$ , прошедших через отверстие диафрагмы, радиуса  $a$ .** Для вычисления величины  $N$  проинтегрируем функцию распределения (2) по переменным  $(x', y', \delta)$  на интервале  $(-\infty, +\infty)$ , а по переменным  $(x, y)$  — по площади круга радиуса  $a$ . При интегрировании удобно использовать замену переменных:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = M^{1/2} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' - D'_x \delta + \frac{\alpha_x}{\beta_x} (x - D_x \delta) \\ y' - D'_y \delta + \frac{\alpha_y}{\beta_y} (y - D_y \delta) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$w = \delta - \frac{\sigma_p^2}{\kappa_1} \left( \frac{x D_x}{\sigma_x^2} + \frac{y D_y}{\sigma_y^2} \right), \quad \kappa_1 = 1 + \frac{D_x^2 \sigma_p^2}{\sigma_x^2} + \frac{D_y^2 \sigma_p^2}{\sigma_y^2}.$$

Матрица  $M^{1/2}$  определена как

$$M^{1/2}M^{1/2} = M, \quad (5a)$$

$$M = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + D_x^2\sigma_p^2 & D_xD_y\sigma_p^2 \\ D_xD_y\sigma_p^2 & \sigma_y^2 + D_y^2\sigma_p^2 \end{pmatrix}, \quad (5b)$$

$$M^{1/2} = \frac{1}{\text{Sp } M^{1/2}} (M + \sqrt{\det M} E) \equiv \begin{pmatrix} m_1 & m \\ m & m_2 \end{pmatrix}, \quad (5b)$$

где символ «Sp» означает след матрицы; «det» — ее определитель,  $\text{Sp } M^{1/2} = \sqrt{\text{Sp } M + 2\sqrt{\det M}}$  и  $E$  — единичная матрица.

В новых переменных функция  $f$  имеет следующий вид:

$$f(t_1, t_2, p_x, p_y, w) = C_0 \sqrt{\det M} \exp \left[ -\frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2) - \frac{\beta_x^2 p_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\beta_y^2 p_y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\kappa_1 w^2}{2\sigma_p^2} \right]. \quad (6)$$

Число частиц  $N$  дается формулой

$$N = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{r_0^2(\varphi)}{2} \right) \right] d\varphi, \quad (7)$$

где

$$r_0^2(\varphi) = \frac{a^2}{M_{11} \cos^2 \varphi + M_{12} \sin 2\varphi + M_{22} \sin^2 \varphi}. \quad (8)$$

В пределе  $a \rightarrow +\infty$ , что соответствует отсутствию диафрагмы, величина  $N \rightarrow 1$  для любых значений  $\sigma_{x_0}$ ,  $\sigma_{y_0}$ ,  $D_{x_0}$  и  $D_{y_0}$ . Здесь и в дальнейшем индексом «0» обозначаются начальные параметры пучка перед диафрагмой, щелью или дегрейдером.

**1.2. Вычисление моментов  $\overline{x^2}$ ,  $\overline{y^2}$  и  $\overline{xy}$ .** Знак усреднения (черта сверху) означает интегрирование произведения усредняемой величины на функцию (2) по всему пятимерному фазовому пространству. Используя при усреднении переменные (4) и вводя обозначения

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{4\pi N} \int_0^{2\pi} \exp \left( -\frac{r_0^2(\varphi)}{2} \right) r_0^2(\varphi) d\varphi, \\ I_2 &= -\frac{1}{2\pi N} \int_0^{2\pi} \exp \left( -\frac{r_0^2(\varphi)}{2} \right) \left( 1 + \frac{r_0^2(\varphi)}{2} \right) \cos 2\varphi d\varphi, \\ I_3 &= \frac{1}{2\pi N} \int_0^{2\pi} \exp \left( -\frac{r_0^2(\varphi)}{2} \right) \left( 1 + \frac{r_0^2(\varphi)}{2} \right) \sin 2\varphi d\varphi, \quad I_{23} = \begin{pmatrix} I_2 & -I_3 \\ -I_3 & -I_2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

получаем

$$M = \begin{pmatrix} \overline{x^2} & \overline{xy} \\ \overline{xy} & \overline{y^2} \end{pmatrix} = M_0(1 - I_1) + M_0^{1/2} I_{23} M_0^{1/2} \quad (10)$$

и следующие формулы для новых моментов:

$$\begin{aligned}\overline{x^2} &= \overline{x_0^2}(1 - I_1) + (m_1^2 - m^2) I_2 - 2m_1 m I_3, \\ \overline{y^2} &= \overline{y_0^2}(1 - I_1) + (m^2 - m_2^2) I_2 - 2m m_2 I_3, \\ \overline{xy} &= \overline{xy_0}(1 - I_1) + m(m_1 - m_2) I_2 - (m^2 + m_1 m_2) I_3.\end{aligned}\quad (11)$$

При  $a \rightarrow +\infty$  величины  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3 \rightarrow 0$ , а  $\overline{x^2}$ ,  $\overline{y^2}$  и  $\overline{xy}$  стремятся к исходным значениям этих величин  $\overline{x_0^2}$ ,  $\overline{y_0^2}$  и  $\overline{xy_0}$ .

**1.3. Вычисление нового значения  $\overline{\delta^2}$ .** В результате интегрирования функции (2), умноженной на  $\delta^2$ , по пятимерному фазовому пространству с учетом формул (4) и (9) получаем следующее выражение для величины  $\overline{\delta^2}$ :

$$\overline{(\delta)^2} = \sigma_p^2 \left( 1 + \frac{1 - \kappa_1}{\kappa_1} I_1 \right) + \left( \frac{\sigma_p^2}{\kappa_1} \right)^2 \begin{pmatrix} \frac{D_{x0}}{\sigma_{x0}^2} \\ \frac{D_{y0}}{\sigma_{y0}^2} \end{pmatrix}^T M_0^{1/2} I_{23} M_0^{1/2} \begin{pmatrix} \frac{D_{x0}}{\sigma_{x0}^2} \\ \frac{D_{y0}}{\sigma_{y0}^2} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Как можно видеть из формул (9) и (12), при  $D_{x0}$  и  $D_{y0} \rightarrow 0$  величина  $\overline{(\delta)^2} \rightarrow \sigma_p^2$ . При  $a \rightarrow +\infty$  величина  $\overline{(\delta)^2}$  также стремится к исходному значению  $\sigma_p^2$ .

**1.4. Вычисление новых значений величин  $\overline{x\delta}$  и  $\overline{y\delta}$ .** Величины  $\overline{x\delta}$  и  $\overline{y\delta}$  находятся следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \overline{x\delta} \\ \overline{y\delta} \end{pmatrix} = \sigma_p^2 \left[ (1 - I_1) \begin{pmatrix} D_{x0} \\ D_{y0} \end{pmatrix} + \frac{M_0^{1/2}}{\text{Sp } M_0^{1/2}} I_{23} \begin{pmatrix} (\sigma_{x0} + \sigma_{y0}/\kappa_1) D_{x0} \\ (\sigma_{y0} + \sigma_{x0}/\kappa_1) D_{y0} \end{pmatrix} \right]. \quad (13)$$

Как можно видеть из формулы (13), при  $D_{x0}$  и  $D_{y0} \rightarrow 0$  величины  $\overline{x\delta} \rightarrow 0$  и  $\overline{y\delta} \rightarrow 0$ . При  $a \rightarrow 0$  величины  $\overline{x\delta} \rightarrow 0$  и  $\overline{y\delta} \rightarrow 0$ . При  $a \rightarrow +\infty$  величина  $\overline{x\delta}$  стремится к исходному значению  $\overline{x\delta_0} = D_{x0}\sigma_p^2$ , а величина  $\overline{y\delta}$  — к исходному значению  $\overline{y\delta_0} = D_{y0}\sigma_p^2$ .

Новые значения дисперсионных функций находятся согласно их определению с использованием формул (12), (13):

$$D_x = \frac{\overline{x\delta}}{\overline{\delta^2}}, \quad D_y = \frac{\overline{y\delta}}{\overline{\delta^2}}. \quad (14)$$

Новые производные дисперсионных функций вычисляются по формулам

$$D'_x = D'_{x0} - \frac{\alpha_{x0}}{\beta_{x0}} (D_x - D_{x0}), \quad D'_y = D'_{y0} - \frac{\alpha_{y0}}{\beta_{y0}} (D_y - D_{y0}). \quad (15)$$

**1.5. Вычисление новых значений  $\overline{xx'}$  и  $\overline{yy'}$ .** Аналогично нахождению значений  $D_x$ ,  $D_y$  для величин  $\overline{xx'}$  и  $\overline{yy'}$  получаем выражения

$$\begin{aligned}\overline{xx'} &= -D_x D'_x \overline{\delta^2} - \frac{\alpha_{x0}}{\beta_{x0}} \left( \overline{x^2} - D_x^2 \overline{\delta^2} \right), \\ \overline{yy'} &= -D_y D'_y \overline{\delta^2} - \frac{\alpha_{y0}}{\beta_{y0}} \left( \overline{y^2} - D_y^2 \overline{\delta^2} \right).\end{aligned}\quad (16)$$

Как можно видеть из формулы (16), при  $D_{x0}$ ,  $D'_{x0}$  и  $D_{y0}$ ,  $D'_{y0} \rightarrow 0$  величины  $\overline{xx'}$  и  $\overline{yy'}$  стремятся к первоначальным значениям этих величин.

**1.6. Вычисление новых значений  $\overline{x'^2}$  и  $\overline{y'^2}$ .** Величины находятся следующим образом:

$$\begin{aligned}\overline{x'^2} &= D_x'^2 \overline{\delta^2} + \frac{\sigma_{x0}^2}{\beta_{x0}^2} + \frac{\alpha_{x0}^2}{\beta_{x0}^2} (\overline{x^2} - D_x^2 \overline{\delta^2}), \\ \overline{y'^2} &= D_y'^2 \overline{\delta^2} + \frac{\sigma_{y0}^2}{\beta_{y0}^2} + \frac{\alpha_{y0}^2}{\beta_{y0}^2} (\overline{y^2} - D_y^2 \overline{\delta^2}).\end{aligned}\quad (17)$$

Как можно видеть из формулы (17), при  $D_{x0}$ ,  $D_{x0}'$  и  $D_{y0}$ ,  $D_{y0}' \rightarrow 0$  величины  $\overline{x'^2}$  и  $\overline{y'^2}$  стремятся к первоначальным значениям этих величин.

**1.7. Вычисление новых значений эмиттансов и параметров матрицы Твисса.** С помощью полученных новых моментов (11), (16), (17) новые величины эмиттансов пучка вычисляются так:

$$\varepsilon_x^2 = \frac{\overline{x^2} - D_x^2 \overline{\delta^2}}{\sigma_{x0}^2}, \quad \varepsilon_y^2 = \frac{\overline{y^2} - D_y^2 \overline{\delta^2}}{\sigma_{y0}^2}. \quad (18)$$

Новые параметры матрицы Твисса определяются по формулам

$$\alpha_x = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{x0}} \alpha_{x0}, \quad \alpha_y = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{y0}} \alpha_{y0}, \quad (19)$$

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_{x0}} \beta_{x0}, \quad \beta_y = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{y0}} \beta_{y0}. \quad (20)$$

## 2. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ПУЧКА ИОНОВ ПОСЛЕ ЕГО ПРОХОЖДЕНИЯ ЧЕРЕЗ ЩЕЛЬ

Рассмотрим бесконечную вертикальную щель шириной  $2h_0$ . Исходная функция распределения частиц (2) после преобразования координат

$$\begin{aligned}p_x &= x' - D_x' \delta + \frac{\alpha_x}{\beta_x} (x - D_x \delta), \\ p_y &= y' - D_y' \delta + \frac{\alpha_y}{\beta_y} (y - D_y \delta), \\ z &= y - D_y \delta, \quad w = \delta - \frac{1}{\kappa_2} \frac{x D_x \sigma_p^2}{\sigma_x^2}, \quad \kappa_2 = 1 + \frac{D_x^2 \sigma_p^2}{\sigma_x^2}\end{aligned}\quad (21)$$

приводится к виду, удобному для вычисления моментов:

$$f(x, z, p_x, p_y, w) = C_0 \exp \left[ -\frac{x^2}{2(\sigma_x^2 + D_x^2 \sigma_p^2)} - \frac{z^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\beta_x^2 p_x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\beta_y^2 p_y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\kappa_2 w^2}{2\sigma_p^2} \right]. \quad (22)$$

Количество прошедших через щель частиц  $N$  находится как

$$N = \operatorname{erf}(h). \quad (23)$$

Здесь  $\operatorname{erf}(h)$  — интеграл ошибок,  $h = \frac{h_0}{\sqrt{2(\sigma_{x0}^2 + D_{x0}^2 \sigma_p^2)}}$ .

Новые моменты  $\overline{x^2}$  и  $\overline{y^2}$  находятся следующим образом:

$$\overline{x^2} = \overline{x_0^2}(1 - I_1), \quad \overline{y^2} = \overline{y_0^2}, \quad I_1 = \frac{2h}{\sqrt{\pi N}} \exp(-h^2). \quad (24)$$

В результате интегрирования функции (22), умноженной на  $\delta^2$ , по пятимерному фазовому пространству получаем выражение для величины  $\overline{\delta^2}$ :

$$\overline{\delta^2} = \sigma_p^2 \left( 1 - \frac{\kappa_2 - 1}{\kappa_2} I_1 \right). \quad (25)$$

Для нахождения величины моментов  $\overline{x\delta}$  и  $\overline{y\delta}$  могут быть использованы формулы

$$\begin{aligned} \overline{x\delta} &= D_{x0} \sigma_p^2 (1 - I_1), \\ \overline{y\delta} &= D_{y0} \sigma_p^2 \left( 1 - \frac{\kappa_2 - 1}{\kappa_2} I_1 \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Величины моментов  $\overline{x'\delta}$  и  $\overline{y'\delta}$  находятся как

$$\begin{aligned} \overline{x'\delta} &= \overline{x'\delta_0} \left( 1 - \frac{\kappa_2 - 1}{\kappa_2} I_1 \right) + \frac{\alpha_{x0}}{\beta_{x0}} \overline{x\delta_0} \frac{I_1}{\kappa_2}, \\ \overline{y'\delta} &= \overline{y'\delta_0} \left( 1 - \frac{\kappa_2 - 1}{\kappa_2} I_1 \right). \end{aligned} \quad (27)$$

Тогда новые дисперсионные функции и их производные вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} D_x &= D_{x0} \left( 1 - \frac{I_1}{\kappa_2 + (1 - \kappa_2) I_1} \right), \quad D'_x = D'_{x0} - \frac{\alpha_{x0}}{\beta_{x0}} (D_x - D_{x0}), \\ D_y &= D_{y0}, \quad D'_y = D'_{y0}. \end{aligned} \quad (28)$$

Величины новых эмиттансов пучка находятся по формулам

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} \sqrt{\frac{1 - I_1}{1 - \frac{\kappa_2 - 1}{\kappa_2} I_1}}, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{y0}. \quad (29)$$

Новые значения параметров Твисса горизонтального движения  $\alpha_x$ ,  $\beta_x$  определяются по формулам (19), (20). Параметры Твисса вертикального движения не изменяются при прохождении щели.

### 3. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ПУЧКА ИОНОВ ПОСЛЕ ЕГО ПРОХОЖДЕНИЯ ЧЕРЕЗ ДЕГРЕЙДЕР

В ряде экспериментов возникает задача изменения энергии пучка от величины  $W_0$  до величины  $W$  с помощью тонкой (например, танталовой) фольги, расположенной в некоторой точке канала. В этом разделе получены формулы для вычисления новых параметров пучка, прошедшего через дегрейдер. Они справедливы для любой начальной

функции распределения. Для ионных пучков, выведенных из циклотрона,  $D_{y0} \ll D_{x0}$  и  $D'_{y0} \ll D'_{x0}$ , поэтому в полученных формулах считается, что  $D_{y0} = 0$  и  $D'_{y0} = 0$ .

Для заданной толщины фольги с помощью, например, программы LISE ++ [3] определяются следующие параметры пучка после прохождения фольги:

1) конечная энергия ионного пучка  $W$ ;

2) дополнительный среднеквадратичный разброс (страгглинг) ионов по энергии  $\Delta W$ , определяющий величину дополнительного среднеквадратичного разброса ионов по импульсам

$$\delta_S = \frac{1}{2} \frac{\Delta W}{W}; \quad (30)$$

3) дополнительный среднеквадратичный разброс ионов по углам  $\delta_\theta$ .

Полученные данные позволяют рассчитать новые параметры ионного пучка, прошедшего через фольгу, в предположении, что отсутствуют корреляции между начальными координатами и углами частиц и их изменениями в мишени. Поперечные размеры пучка при прохождении фольги не меняются, т. е. выполняются условия

$$\overline{x^2} = \overline{x_0^2}, \quad \overline{y^2} = \overline{y_0^2}. \quad (31)$$

Остальные моменты второго порядка рассчитываются как

$$\overline{(x')^2} = \frac{W_0}{W} \overline{x_0'^2} + \frac{(\delta_\theta)^2}{2}, \quad \overline{(y')^2} = \frac{W_0}{W} \overline{(y'_0)^2} + \frac{(\delta_\theta)^2}{2}, \quad (32)$$

а также

$$\overline{xx'} = \sqrt{\frac{W_0}{W}} \overline{xx'_0}, \quad \overline{yy'} = \sqrt{\frac{W_0}{W}} \overline{yy'_0}. \quad (33)$$

Конечный разброс пучка по продольным импульсам с учетом влияния фольги находится как

$$\overline{\delta^2} = \delta^2 + \delta_S^2, \quad \text{где} \quad \delta^2 = \frac{W_0}{W} \delta_0^2. \quad (34)$$

Величины дисперсионной функции и ее производной находятся по формулам

$$D_x = \sqrt{\frac{W}{W_0}} \frac{D_{x0}}{1 + \delta_S^2/\delta^2}, \quad D'_x = \frac{D'_{x0}}{1 + \delta_S^2/\delta^2}. \quad (35)$$

Горизонтальный эмиттанс пучка после дегрейдера  $\varepsilon_x$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^2 = \varepsilon_{x0}^2 \frac{W_0}{W} + \frac{\delta_\theta^2}{2} \left( \overline{x_0^2} + \frac{W}{W_0} D_{x0}^2 \frac{\delta_S^2}{1 + \delta_S^2/\delta^2} \right) + \\ + (\overline{x_0'^2} D_{x0}^2 - 2\overline{xx'_0} D_{x0} D'_{x0} + \overline{x_0^2} D_{x0}'^2) \frac{\delta_S^2}{1 + \delta_S^2/\delta^2}. \end{aligned} \quad (36)$$

А величина вертикального эмиттанса  $\varepsilon_y$  находится как

$$\varepsilon_y^2 = \varepsilon_{y0}^2 \frac{W_0}{W} + \frac{\delta_\theta^2}{2} \overline{y_0^2}. \quad (37)$$

Тогда новые величины элементов матрицы Твисса могут быть найдены следующим образом:

$$\beta_x = \beta_{x0} \frac{\varepsilon_{x0}}{\varepsilon_x}, \quad \alpha_x = \sqrt{\frac{W_0}{W}} \frac{\varepsilon_{x0}}{\varepsilon_x} \left( \alpha_{x0} - \frac{W_0}{W} \frac{D_{x0} D'_{x0}}{\varepsilon_{x0}} \frac{\delta_S^2}{1 + \delta_S^2 / \delta^2} \right),$$

$$\beta_y = \beta_{y0} \frac{\varepsilon_{y0}}{\varepsilon_y}, \quad \alpha_y = \sqrt{\frac{W_0}{W}} \frac{\varepsilon_{y0}}{\varepsilon_y} \alpha_{y0}.$$
(38)

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ КАНАЛОВ ТРАНСПОРТИРОВКИ ИОННЫХ ПУЧКОВ

На рис. 1 показано рассчитанное изменение полуразмеров пучка ионов  $^{20}\text{Ne}^{10+}$  в канале высоких энергий циклотрона У400-М при прохождении пучка через диафрагму (вход в квадруполь  $Q_4$ ). На входе в квадруполь  $Q_4$  размеры пучка существенно превышают апертуру квадруполя. Сплошная кривая — горизонтальный полуразмер, штриховая — вертикальный.  $\text{BM}_1, \text{BM}_2$  — горизонтальные поворотные магниты.

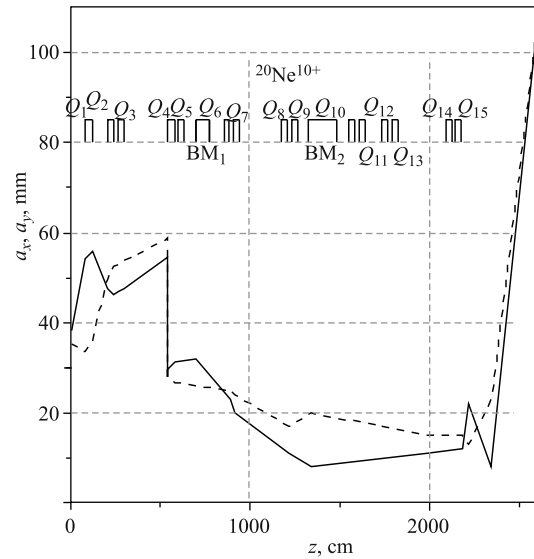


Рис. 1. Рассчитанное изменение полуразмеров пучка вдоль канала высоких энергий

На рис. 2 показано рассчитанное изменение полуразмеров пучка ионов  $^{22}\text{Ne}^{10+}$  в канале В5 циклотрона У400-М при прохождении пучка через диафрагму D и фольгу дегрейдера F.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных расчетов выведены формулы, позволяющие вычислять параметры пучка ионов после его прохождения круглой диафрагмы радиуса  $a$ , вертикальной щели ширины  $2h_0$  и фольги дегрейдера с учетом вертикальной и горизонтальной дисперсионных функций пучка и их производных.



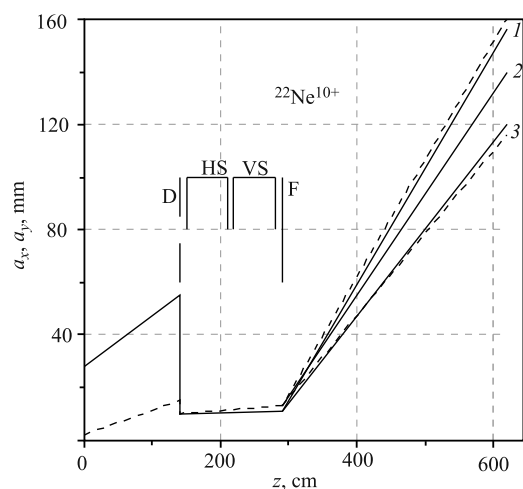


Рис. 2. Рассчитанное изменение полуразмеров пучка вдоль канала В5. Здесь D — диафрагма; HS и VS — горизонтальный и вертикальный сканеры; F — фольга дегрейдера. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют энергиям ионов после дегрейдера, равным 3, 4,5 и 6 МэВ/нуклон

Полученные формулы использовались в расчетах каналов транспортировки тяжелых ионов, предназначенных для тестирования микросхем на циклотронах ЛЯР. Они позволяют значительно сократить время расчета канала по сравнению с методом крупных частиц.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Skurratov V.A. et al. Roscosmos Facilities for SEE Testing at U400M FLNR JINR Cyclotron // Proc. of RADECS-2011, Sevilla, Spain, 2011. P. 756–761.
2. Kazarinov N.Yu., Kazacha V.I. Calculation of Second Order Moments for Ion Beam in Degradier // Proc. of Intern. Particle Acceleration Conf. (IPAC-10), Kyoto, Japan, 2010; <http://cern.ch/AccelConf/IPAC10/papers/mopec041.pdf>.
3. Tarasov O.B. LISE++ Development Application to Low-Energy Fission of Projectiles at Relativistic Energies // Eur. Phys. J. 2005. V. 25. Suppl. Issue 1. P. 751–752.

Получено 3 октября 2012 г.