Письма в ЭЧАЯ. 2015. Т. 12, № 2(193). С. 281–298

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ПРИНЦИП МАХА ДЛЯ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Ю. В. Чугреев [1]

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Принцип Маха в релятивистской теории гравитации (РТГ) позволяет проводить предварительную селекцию возможных решений теории, в том числе космологических сценариев. Такой анализ показал, что в РТГ с ненулевой массой покоя принципу Маха удовлетворяют только плоская и открытая Вселенные, а замкнутая исключается. В отличие от стандартного космологического сценария РТГ, содержащего одну константу, которую следует ограничить сверху, исходя из принципа причинности, наиболее общее плоское решение должно содержать две константы. Показано, что вторая постоянная не оказывает существенного влияния на реалистичные космологические сценарии. Если масса гравитона равна нулю, то открытое решение противоречит принципу причинности.

Mach's principle in relativistic theory of gravity (RTG) allows one to previously select all possible solutions of the theory, including cosmological ones. It was shown that Mach's principle in RTG with massive gravitons admits only flat and open Universe evolution scenarios, with excluding the closed option. Contrary to the standard cosmological solution in RTG containing only one free constant to constrain by the causality principle, the most general flat scenario should have two parameters. The realistic cosmological solutions are not under significant influence of the second constant. The open scenario for massless graviton theory is ruled out by the causality principle.

PACS: 04.50.Kd; 95.30.Sf

ВВЕДЕНИЕ

Принцип Маха сыграл важную роль при разработке Эйнштейном общей теории относительности (ОТО). В настоящее время существует несколько его формулировок и множество толкований. Самому Маху наиболее близка была трактовка, согласно которой 1-й закон Ньютона (закон инерции) говорит о существовании инерциальных систем отсчета и их связи с распределением материи. Именно такой смысл мы будем вкладывать в понятие «принцип Маха» [1]. В такой формулировке этот принцип оказался невостребованным в ОТО, поскольку в ней отсутствуют инерциальные системы отсчета во всем пространстве, и поэтому не только скорость, но и ускорение не имеют абсолютного смысла. Однако на представления об инерциальных системах отсчета во всем пространстве,

[1] E-mail: chugreev@goa.bog.msu.ru

а также о связанных с ними неинерциальных системах в значительной мере опираются как все физические и астрономические эксперименты и наблюдения, так и все успешные физические теории. Как впервые было установлено Пуанкаре, в основе теории электромагнетизма лежит псевдоевклидово пространство Минковского с нулевой 4-кривизной, имеющее выделенные инерциальные системы отсчета. Ускорение относительно них имеет абсолютный смысл. Это же пространство лежит и в основе современных, надежно подтвержденных теорий квантовой хромодинамики и стандартной модели электрослабых взаимодействий. Все теории, построенные на базе пространства Минковского, обладают полным набором законов сохранения, что также с необходимостью приводит к существованию инерциальных систем отсчета во всем пространстве. Открытие псевдоевклидовой геометрии пространства-времени Минковского, на фоне которой происходят все физические процессы, позволило с единой точки зрения рассмотреть не только инерциальные, но и неинерциальные (ускоренные) системы отсчета. Силы инерции и силы, вызванные физическими полями, сильно отличаются друг от друга. Действительно, силы инерции путем выбора соответствующей неинерциальной системы отсчета можно сделать равными нулю, тогда как силы, отвечающие воздействию физических полей в любой системе отсчета, нельзя обратить в нуль, поскольку они имеют векторную природу в 4-мерном пространстве-времени.

1. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА В РТГ

Для теории поля в духе Фарадея–Максвелла в пространстве Минковского инерциальные системы отсчета, ввиду сказанного выше, должны реально существовать. Можно ли их построить, изучая движение вещества, например, частиц или света? Очевидно, ответ на этот вопрос будет положительным, если эта теория гравитации — теория гравитационного поля в пространстве Минковского. Именно такой теорией является релятивистская теория гравитации (РТГ) [1–14], развиваемая группой А. А. Логунова. В ее основе лежит представление о гравитационном поле как о тензорном поле $\varphi^{\alpha\beta}$, развивающемся в пространстве-времени Минковского с метрикой $\gamma_{\alpha\beta}$. Источником этого поля является сохраняющийся полный тензор энергии-импульса, включающий и вклад самого гравитационного поля. Движение вещества в пространстве Минковского под действием этого гравитационного поля проявляется как движение в эффективном римановом пространстве с метрикой $g_{\alpha\beta}$, причем

$$\sqrt{-g}g^{\alpha\beta} = \sqrt{-\gamma}\left(\gamma^{\alpha\beta} + \varphi^{\alpha\beta}\right), \quad g = \det\left(g_{\alpha\beta}\right), \quad \sqrt{-\gamma} = \det\left(\gamma_{\alpha\beta}\right). \tag{1}$$

Система уравнений гравитационного поля в РТГ с необходимостью содержит массу гравитона m:

$$R^{\mu}_{\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}R + \frac{1}{2}m^2\left(\delta^{\mu}_{\nu} + g^{\mu\varepsilon}\gamma_{\varepsilon\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}g^{\varepsilon\tau}\gamma_{\varepsilon\tau}\right) = 8\pi T^{\mu}_{\nu}, \tag{2}$$

$$D_{\beta}\sqrt{-g}g^{\alpha\beta} = 0; \tag{3}$$

R^{μ}_{ν}, R — соответствующие значения кривизны эффективного риманова пространства-времени; T^{α}_{β} — тензор энергии-импульса вещества; D_{α} — ковариантная производная в пространстве Минковского. Мы используем гауссову систему единиц

$$G = \hbar = c = 1.$$

Наблюдаемо ли пространство Минковского? Как в РТГ построить инерциальную систему отсчета по движению и распределению вещества? Для ответа на эти вопросы запишем уравнение (2) как

$$\frac{m^2}{2}\gamma_{\mu\nu}(x) = \frac{8\pi}{\sqrt{-g}}\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}g_{\mu\nu}. \tag{4}$$

Отсюда видно, что в правой части этого уравнения содержатся только геометрические характеристики эффективного риманова пространства и величины, определяющие распределение вещества в этом пространстве. Как отмечалось в работе [9], согласно теореме Вейля–Лоренца–Петрова [15], «зная... уравнения всех времениподобных и всех изотропных геодезических линий, можно определить метрический тензор с точностью до постоянного множителя». Отсюда следует, что путем экспериментального изучения движения частиц и света в римановом пространстве можно в принципе определить метрический тензор $g_{\mu\nu}$ эффективного риманова пространства. Подставляя его в правую часть, можно определить метрический тензор пространства Минковского $\gamma_{\mu\nu}$. После этого с помощью координатных преобразований можно осуществить переход из этой, в общем случае, неинерциальной системы отсчета в соответствующую инерциальную. Следовательно, пространство Минковского в принципе наблюдаемо. Необходимо только подчеркнуть, что такой вывод стал возможным из-за наличия у гравитона массы покоя. Если же она строго равна нулю, то вместо (2) мы имеем уравнения общей теории относительности и построение инерциальных систем отсчета в этом случае невозможно. В этом состоит причина неудачи в попытках вывести принцип Маха из постулатов ОТО, предпринятых Д. Шамой [16]. Несовместимость принципа Маха с ОТО была также продемонстрирована в работе С. Бранса [17].

Принцип Маха в РТГ имеет и другую, более практическую сторону. Очевидно, что не для всякой римановой метрики $g_{\mu\nu}$ мы можем найти соответствующий ей тензор $\gamma_{\mu\nu}$ согласно (4). Представим ситуацию, что, исходя из симметрии задачи или других начальных условий, мы будем искать $g_{\mu\nu}$ в некотором классе, но при этом подстановка такого метрического тензора в правую часть уравнения (4) не сможет придать его левой части вида метрики Минковского ни в инерциальных, ни в неинерциальных координатах. Это будет означать, что все решения, отвечающие $g_{\mu\nu}$ из этого класса, не будут удовлетворять системе уравнений РТГ. Этот результат мы получим, не решая, как правило, очень сложных нелинейных уравнений поля. Таким образом, принцип Маха позволяет проводить первичную селекцию и, часто значительно, сужать область поиска решений для каждой конкретной задачи. Здесь мы рассмотрим, как этот метод работает для наиболее важного случая поиска космологических решений в РТГ.

Изучение фридмановского космологического решения, описывающего эволюцию однородной и изотропной Вселенной, является ключевой задачей в любой теории гравитации. В РТГ этой теме было посвящено уже большое количество работ [2–14], описывающих осциллирующую модель Вселенной. В настоящей работе с помощью принципа Маха мы строго ограничим выбор возможных типов фридмановских сценариев в РТГ на основе пространства Минковского только пространственно-плоским и открытым типами, исключив замкнутый. Плоское решение приведет к метрике Минковского $\gamma_{\mu\nu}$ в обычной инерциальной системе отсчета, где расстояние между покоящимися относительно нее частицами не меняется, а открытое — к метрике $\gamma_{\mu\nu}$ в обобщенной инерциальной системе, где сопутствующие ей частицы движутся относительно обычной инерциальной системы с постоянными скоростями, тем большими, чем дальше они находятся друг от друга, т. е. по закону Хаббла. Также мы покажем, что оба этих решения не удовлетворяют принципу причинности, если масса гравитона строго равна нулю.

2. ОБОБЩЕННОЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ В РТГ

В качестве интервала эффективного риманова пространства для однородной и изотропной Вселенной мы, как обычно, будем использовать метрику Фридмана–Робертсона–Уокера с собственным временем τ и радиусом R:

$$ds^2 = d\tau^2 - a(\tau)^2 \left(\frac{dR^2}{1-kR^2} + R^2\left(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2\right)\right), \tag{5}$$

где $k = 1, -1, 0$ — соответственно для замкнутой (эллиптической), открытой (гиперболической) и плоской (параболической) Вселенных. Переменные t, r, θ, φ являются сферическими галилеевыми координатами пространства Минковского, задающими инерциальную систему отсчета с метрикой

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu = dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta^2, \tag{6}$$

где функции времени t и радиуса пространства Минковского r являются некоторыми функциями переменных Фридмана–Робертсона–Уокера:

$$t = t(\tau, R), \quad r = r(\tau, R). \tag{7}$$

Эти и обратные функции $\tau = \tau(t, r)$, $R = R(t, r)$ должны быть определены из уравнений поля (2), (3). Если такие функции существуют, то существует и метрика Минковского $\gamma_{\mu\nu}$ в левой части (4) (принцип Маха). Как мы увидим ниже, это позволит строго исключить замкнутый случай $k = 1$, а также расширить класс возможных космологических сценариев в РТГ, добавив открытое решение.

Итак, рассмотрим систему уравнений (2), (3) при наиболее общем выборе метрик $g_{\mu\nu}$ и $\gamma_{\mu\nu}$:

$$ds^2 = d\tau^2 - a(\tau)^2 \left(\frac{dR^2}{1-kR^2} + R^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2)\right), \tag{8}$$

$$d\sigma^2 = dt(\tau, R)^2 - dr(\tau, R)^2 - r^2(\tau, R)\, d\theta^2 - r^2(\tau, R) \sin\theta^2. \tag{9}$$

С учетом (7) запишем метрику Минковского в виде

$$\begin{aligned} d\sigma^2 = (\dot{t}^2 - \dot{r}^2)\, d\tau^2 + 2(\dot{t}\acute{t} - \dot{r}\acute{r})\, d\tau\, dR - {}\\ - (\acute{r}^2 - \acute{t}^2)\, dR^2 - r^2(\tau, R)\, d\theta^2 - r^2(\tau, R) \sin\theta^2. \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь $\dot{()} \equiv \dfrac{\partial}{\partial\tau}$, $\acute{()} \equiv \dfrac{\partial}{\partial R}$.

Выберем, как обычно, в качестве модели вещества модель идеальной жидкости с тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)\, u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu},$$

где ρ, p — соответственно плотность вещества и давление в системе его покоя, u_ν — 4-скорость вещества.

Подставляя (8), (10) в уравнение (2) для $\begin{pmatrix}\mu\\ \nu\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tau\\ \tau\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix}R\\ R\end{pmatrix}$ соответственно, получаем

$$\frac{\dot a^2}{a^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{k}{a^2} - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{2a^2}\left((1-kR^2)(\acute r^2 - \acute t^2) + \frac{2r^2}{R^2}\right) + \frac{1}{2}(\dot t^2 - \dot r^2)\right], \qquad (11)$$

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - (\dot t^2 - \dot r^2)\right]. \qquad (12)$$

Так как масштабный фактор a, плотность вещества ρ и давление p являются функциями только времени τ, то из (12) следует, что $\gamma_{\tau\tau} (= \dot t^2 - \dot r^2)$ также зависит только от τ:

$$\dot t^2 - \dot r^2 = F(\tau). \qquad (13)$$

Подчеркнем, что соотношение (13) нельзя получить в ОТО при $m = 0$.

Для недиагональных уравнений (2) при $\mu = \tau$ и $\nu = R$ находим, что перекрестный член в метрике (10) обращается в нуль:

$$\gamma_{\tau R} = \dot t\acute t - \dot r\acute r = 0, \quad \text{т. е.} \quad \dot t\acute t = \dot r\acute r. \qquad (14)$$

Дифференцируя (13) по R, имеем

$$\dot t\dot{\acute t} = \dot r\dot{\acute r}. \qquad (15)$$

Разделив это уравнение (15) на (14) ($\dot t\acute t = \dot r\acute r$), при условии

$$\acute t \neq 0, \quad \dot r \neq 0 \qquad (16)$$

получим соотношение

$$\frac{\dot{\acute t}}{\acute t} = \frac{\dot{\acute r}}{\acute r}.$$

Интегрируя его по τ, найдем следующую связь

$$\acute t = G(R)\acute r, \qquad (17)$$

где $G(R) > 0$ — произвольная пока функция R.

Если же теперь разделить уравнение (14) на (17), то имеем

$$\dot r = G(R)\dot t. \qquad (18)$$

Отсюда с помощью (13) мы находим, что производные по времени $\dot t$ и $\dot r$ факторизуются:

$$\dot t = \frac{\sqrt{F(\tau)}}{\sqrt{1 - G^2(R)}}, \quad \dot r = \frac{G(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}\sqrt{F(\tau)}. \qquad (19)$$

Рассмотрим теперь уравнение РТГ (3) при $\alpha = R$. С помощью (8)–(10) получим

$$0 = -\left(R^2\sqrt{1-kR^2}\right)' - \frac{1}{2}\frac{(\acute r^2 - \acute t^2)' R^2\sqrt{1-kR^2}}{\acute r^2 - \acute t^2} + \frac{(r^2)'}{\sqrt{1-kR^2}(\acute r^2 - \acute t^2)}, \qquad (20)$$

а при $\alpha = 0$:

$$(\dot{t}^2 - \dot{r}^2)\frac{(a^3)^{\cdot}}{a} = \frac{1}{2}(1 - kR^2)(\acute{r}^2 - \acute{t}^2)^{\cdot} + \frac{(r^2(\tau, R))^{\cdot}}{R^2}. \tag{21}$$

С учетом (13) из (11) находим

$$(1 - kR^2)(\acute{r}^2(\tau, R) - \acute{t}^2(\tau, R)) + 2\frac{r^2(\tau, R)}{R^2} = L(\tau). \tag{22}$$

Явный вид функции $L(\tau)$ определяется из уравнения (13). Для нас важно, что она не зависит от переменной R. Это уравнение также нельзя получить при $m = 0$.

Проинтегрируем теперь (13) по τ:

$$\begin{aligned} r(\tau, R) &= \frac{G(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}h(\tau) + P(R),\\ t(\tau, R) &= \frac{1}{\sqrt{1 - G^2(R)}}h(\tau) + Q(R), \end{aligned} \tag{23}$$

$$h(\tau) = \int^{\tau} \sqrt{F(\tau)}\, d\tau,$$

$P(R), Q(R)$ — некоторые функции R, связанные соотношением

$$Q' = G(R)P'. \tag{24}$$

Найдем из (23) производные $\acute{t}$ и $\acute{r}$, подставим их в (22) и представим результат в виде

$$A(R)h(\tau)^2 + 2B(R)h(\tau) + C(R) = L(\tau), \tag{25}$$

$$A(R) = (1 - kR^2)\,(1 - G^2(R))\left[\left(\frac{G(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}\right)'\right]^2 + \frac{2}{R^2}\frac{G^2(R)}{1 - G^2(R)}, \tag{26}$$

$$B(R) = (1 - kR^2)\,(1 - G^2(R))\left(\frac{G(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}\right)'P'(R) + \frac{2}{R^2}\frac{G(R)P(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}, \tag{27}$$

$$C(R) = 2\frac{P^2(R)}{R^2}. \tag{28}$$

Проанализируем уравнение (25). Рассмотрим вначале случай $L(\tau) = \mathrm{const}$.

Так как $h(\tau) \neq 0$ (иначе $\dot{t} = 0$), то

$$A(R) = B(R) = 0, \quad C(R) = \mathrm{const}. \tag{29}$$

Оба слагаемых в $A(R)$ (26) положительно определены, поэтому

$$G(R) = 0$$

и, следовательно, $P(R) = \mathrm{const}$. Из (28) следует, что решение (23), (29) принимает простой вид

$$r(\tau, R) = \mu R, \quad \mu = \mathrm{const} > 0, \quad t(\tau, R) = h(\tau) \tag{30}$$

что противоречит исходному предположению $\acute{t} \neq 0$ и $\dot{r} \neq 0$, при котором было получено решение (30).

Нам остается только рассмотреть случай $L(\tau) \neq \mathrm{const}$. Тогда из (25) мы сразу получаем

$$C\,(R) = 0,$$

что означает, что функция $r(\tau, R)$ факторизуется, а функция $B(R)$ обращается в нуль:

$$P(R) = B(R) = 0.$$

Также из (25) следует, что функция $G(R)$ должна удовлетворять уравнению

$$A(R) = \mathrm{const} = (1 - kR^2)\,(1 - G^2(R))\left[\left(\frac{G(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}\right)'\right]^2 + \frac{2}{R^2}\frac{G^2(R)}{1 - G^2(R)}. \qquad (31)$$

У нас осталось еще одно, последнее уравнение (20), которому должна подчиняться функция $r(\tau, R)$ и, в силу (23), функция $G(R)$. С помощью (17), учитывая факторизацию $r(\tau, R)$, тогда найдем

$$\left(R^2\sqrt{(1 - kR^2)}\right)' = -\frac{\sqrt{(1 - kR^2)}}{2(1 - G^2(R))}\frac{\left[\acute{d}^2(R)(1 - G^2(R))\right]'}{\acute{d}^2(R)} +$$
$$+ \frac{1}{(1 - G^2(R))\sqrt{(1 - kR^2)}}\frac{\left[d^2(R)\right]'}{\acute{d}^2(R)}, \qquad (32)$$

где

$$d(R) \equiv \frac{G(R)}{\sqrt{1 - G^2(R)}}.$$

Рассмотрим подробнее все три случая $k = 0, \pm 1$.

3. СЛУЧАЙ ПЛОСКОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Для плоской Вселенной $(k = 0)$ решать уравнения (31) и (32) в явном виде нет никакой необходимости, так как нам нужно всего лишь доказать, что решение (31) не является решением (32). Для этого достаточно убедиться, что асимптотики этих (совершенно разных по виду) уравнений не совпадают. Действительно, рассмотрим асимптотику (31) при больших R. При $R \to \infty$ это уравнение дает линейную зависимость $d(R)$:

$$d(R) \cong \nu R, \quad G^2(R) = \frac{d^2(R)}{1 + d^2(R)} \cong 1 - \frac{1}{\nu^2 R^2}, \qquad (33)$$

где $\nu = \mathrm{const}$. Подстановка (33) в (32) дает следующую оценку по порядку величины в асимптотической области трех членов уравнения (39)

$$O(R), \quad O(R), \quad O(R^3).$$

Отсюда следует, что уравнения (31) и (32) имеют различные асимптотики на бесконечности (нескомпенсированный $O(R^3)$-член), следовательно, их решения не совпадают. Это означает, что решение (23) (при $\acute{t} \neq 0$ и $\dot{r} \neq 0$) не удовлетворяет всей системе полевых уравнений (2), (3). Мы приходим к противоречию, разрешение которого возможно только в случае

$$\acute{t} = 0, \quad \dot{r} = 0,$$

т. е. для случая плоской Вселенной мы приходим к выводу, что в данном случае мы находимся в инерциальной системе отсчета:

$$k = 0, \quad t = t(\tau), \quad r = r(R).$$

Чтобы убедиться в этом, напомним критерий, согласно которому преобразование координат, оставляющих нас в той же инерциальной системе отсчета, в общем виде задается так [18]:

$$\begin{aligned} x'^0 &= f^0(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad & x'^1 &= f^1(x^1, x^2, x^3), \\ x'^2 &= f^2(x^1, x^2, x^3), & x'^3 &= f^3(x^1, x^2, x^3). \end{aligned}$$

где $\{x^0, x^1, x^2, x^3\}$ — галилеевы координаты инерциальной системы отсчета пространства Минковского с интервалом

$$d\sigma^2 = d(x^0)^2 - d(x^1)^2 - d(x^2)^2 - d(x^3)^2.$$

Здесь функции f^μ — некоторые произвольные достаточно гладкие функции. Важно, чтобы пространственные координаты $\{x'^i\}$ не зависели от координаты x^0.

4. СЛУЧАЙ ОТКРЫТОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Для случая открытой Вселенной $(k = -1)$ легко проверить, что линейная функция $d(R) = \nu R$ является точным решением уравнений (31) и (32), и поэтому из (23) получаем факторизованные функции t и r:

$$t = \sqrt{1 + k_0 R^2}\, h(\tau), \quad r = \sqrt{k_0} R h(\tau) \tag{34}$$

и, соответственно, обратные к ним

$$h = \sqrt{t^2 - r^2}, \quad R = \frac{1}{\sqrt{k_0}} \frac{r}{\sqrt{t^2 - r^2}}. \tag{35}$$

Здесь для большей общности, что понадобится в дальнейшем, мы ввели произвольную постоянную $k_0 > 0$, такую, что $k = -\dfrac{k_0}{|k_0|} = -1$. Функция $d(R) = k_0 R$, которая приводит к (34), является решением (31) и (32) при любом $k = -k_0$. Функция $h(\tau)$ остается пока произвольной. Она определяет интервал открытого пространства Минковского:

$$d\sigma^2 = \dot{h}^2 d\tau^2 - k_0 h^2 \left(\frac{dR^2}{1 + k_0 R^2} + R^2 (d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2) \right),$$

который фактически записан в системе отсчета с координатами $\{h, R, \theta, \varphi\}$

$$d\sigma^2 = dh^2 - k_0 h^2 \left(\frac{dR^2}{1 + k_0 R^2} + R^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2) \right). \tag{36}$$

Эта система отсчета является обобщенной инерциальной в том смысле, что покоящиеся относительно нее частицы с фиксированным радиусом R_0, согласно (35), движутся относительно начала отсчета, и, значит, друг относительно друга, со скоростью, пропорциональной расстоянию R_0, т. е. имеет место масштабное расширение по закону Хаббла с постоянной, равной $\sqrt{k_0}$ (при $R_0 \ll k_0^{-1/2}$):

$$r = \frac{\sqrt{k_0} R_0}{\sqrt{1 + k_0 R_0^2}} t, \quad \frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{k_0}}{\sqrt{1 + k_0 R_0^2}} R_0 < 1. \tag{37}$$

Так как скорости всех таких частиц постоянны, то эта система отсчета относится не к классу ускоренных, таких, например, как равномерно ускоренная [18] или вращающаяся [19, 20], а к классу обобщенных инерциальных. В ускоренных системах полная синхронизация часов невозможна, поскольку собственное время $d\widetilde{\tau}$, определенное как [18]

$$d\widetilde{\tau} = \sqrt{\gamma_{00}}\, dx^0 + \frac{\gamma_{0i}\, dx^i}{\sqrt{\gamma_{00}}},$$

не является полным дифференциалом. В системе отсчета (36) собственное время $d\widetilde{\tau}$ равно $d\widetilde{\tau} = dh$, что служит еще одним свидетельством ее инерциальности.

Подчеркнем, что в отличие от плоского космологического сценария, где все частицы находились в покое и не двигались, а к красному смещению в законе Хаббла приводило изменяющееся со временем гравитационное поле, в открытой Вселенной частицы (звезды и галактики) действительно движутся со скоростями (37) друг относительно друга и относительно обычной инерциальной системы отсчета.

Таким образом, мы показали, что единственным решением для открытой Вселенной в РТГ на базе пространства Минковского является решение, содержащее произвольную (пока) положительную константу k_0 и произвольную функцию $h(\tau)$. Связь с инерциальными координатами t и r задается соотношениями (35).

Напомним, что для открытой Вселенной на данном этапе еще не исключается случай

$$\acute{t} = 0, \quad \dot{r} = 0,$$

так как при выводе (37) мы его не рассматривали.

5. СЛУЧАЙ ЗАКРЫТОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Наконец, проанализируем последнее, закрытое решение уравнений (31) и (32) при $k = +1$.

В этом случае радиальная переменная изменяется на отрезке: $0 \leqslant R \leqslant 1$. По аналогии с плоским случаем, чтобы убедиться, что уравнения (31) и (32) имеют разные решения, сравним их асимптотики при $R \to 1$: $R = 1 - x$, $x \ll 1$. Обозначая константу в левой части (31) как $\gamma(\gamma > 0)$, получим из этого уравнения соотношения

$$d = \frac{G}{\sqrt{1-G^2}} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} + \delta x + O(x^2), \tag{38}$$

$$2\delta^2 + 2\delta\sqrt{\frac{\gamma}{2}}(2+\gamma) + \gamma(2+\gamma) = 0. \tag{39}$$

Подставляя разложение (38) в (32), найдем еще одно соотношение между γ и δ:

$$\delta = \sqrt{\frac{\gamma}{2}}(2+\gamma). \tag{40}$$

Делая замену в (39) с помощью (40), приходим к противоречию

$$\delta^2 = -\frac{1}{4}\gamma(2+\gamma) < 0. \tag{41}$$

Поэтому исходное предположение, с помощью которого мы получили (41),

$$\acute{t} \neq 0, \quad \dot{r} \neq 0$$

несправедливо, и при $k = +1$ на данном этапе мы можем сильно упростить зависимости $t = t(\tau, R)$, $r = r(\tau, R)$:

$$t = t(\tau), \quad r = r(R). \tag{42}$$

Подводя промежуточный итог, отметим, что во всех трех случаях $k = 0, \pm 1$ мы значительно сузили класс допустимых функций $t = t(\tau, R)$, $r = r(\tau, R)$ до вида (42), а в случае открытой Вселенной нашли еще одно решение (37), отвечающее обобщенной инерциальной системе отсчета. Отметим, что в качестве исходных во всех работах по космологии в РТГ на базе пространства Минковского [1–4, 6–14] использовались решения уравнений поля (2), (3) в еще более простом, чем (42), виде:

$$t = t(\tau), \quad r = R,$$

а решение (37) рассматривалось в нашей работе [5] без вывода.

Покажем теперь, что закрытое решение (42) не удовлетворяет всей системе уравнений поля (2), (3), а плоское должно содержать не одну, а *две* постоянные, на что ранее не обращалось внимания [1–14].

6. РЕДУКЦИЯ ФРИДМАНОВСКИХ УРАВНЕНИЙ

Подставим в исходные метрики для фридмановской однородной и изотропной Вселенной, которые теперь удобнее записывать в инерциальной системе отсчета в галилеевых координатах t, r, θ, φ, обратные к (42) соотношения:

$$ds^2 = U(t)\,dt^2 - V(t)\left(\frac{dR(r)^2}{1-kR(r)^2} + R(r)^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2)\right), \tag{43}$$

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta^2. \tag{44}$$

Чтобы сразу исключить неплоские случаи $k \neq 0$, запишем уравнение (3) с метриками (43), (44).

Уравнения (3) для $\alpha = t$ и $\alpha = r$ дают соотношения

$$\frac{d}{dt}\sqrt{\frac{V^3(t)}{U(t)}} = 0, \tag{45}$$

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{R^2(r)\sqrt{1-kR^2(r)}}{R'(r)}\right) - \frac{2rR'(r)}{\sqrt{1-kR^2(r)}} = 0. \tag{46}$$

Из (45) находим

$$\alpha V^3(t) = U(t),$$

где $\alpha = \mathrm{const} > 0$. Тогда интервалы (43), (44) можно записать в более привычном виде, содержащими масштабный фактор $a(\tau)$:

$$ds^2 = d\tau^2 - a^2(\tau)\left(\frac{dR(r)^2}{1-kR(r)^2} + R(r)^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2)\right), \tag{47}$$

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{\alpha a^6(\tau)} - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta^2. \tag{48}$$

Если теперь подставить метрики $g_{\mu\nu}$ и $\gamma_{\mu\nu}$ из (47), (48) в полевые уравнения (2), то мы найдем

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{k}{a^2} - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{(1-kR^2(r)+2)}{2a^2} + \frac{1}{\alpha a^6}\right], \tag{49}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{\alpha a^6}\right]. \tag{50}$$

Так как все члены уравнений (49), (50), помимо членов, пропорциональных m^2, зависят только от τ, то случаи закрытой и открытой Вселенных, отвечающие значениям $k = \pm 1$, в инерциальной системе отсчета (48), относительно которой частицы покоятся, очевидно, исключаются. Еще раз отметим, что для такого вывода существенным условием является отличие от нуля массы гравитона. Тем самым на базе принципа Маха мы произвели первичную селекцию возможных решений и строго доказали, что фридмановская Вселенная в релятивистской теории гравитации не может быть замкнутой, а открытой Вселенной отвечает только обобщенная инерциальная система отсчета, где покоящиеся относительно нее частицы движутся относительно обычной инерциальной системы с постоянными скоростями, зависящими от расстояния между этими частицами в духе хаббловского расширения.

7. МЕТРИКИ ДЛЯ ПЛОСКОГО И ОТКРЫТОГО РЕШЕНИЙ

Рассмотрим теперь подробнее плоский случай $k = 0$. Тогда уравнение (46)

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{R^2(r)}{R'(r)}\right) - 2rR'(r) = 0$$

имеет два независимых решения

$$R_1(r) = \beta^2 r, \quad R_2(r) = \frac{\xi}{\sqrt{r}}, \quad \beta, \xi = \mathrm{const} > 0.$$

Отбрасывая второе решение как нефизическое, находим окончательно

$$R(r) = \beta^2 r. \tag{51}$$

Таким образом, общее решение уравнений (2), (3) для плоского случая содержит не одну, а две постоянные, которые мы, с целью сохранения преемственности привычных обозначений, запишем в следующем виде:

$$ds^2 = \alpha a^6(t)\, dt^2 - \beta^4 a^2(t)(dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2)), \tag{52}$$

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta^2. \tag{53}$$

Появление (пока неопределенной) постоянной α как раз и отличает наше общее решение уравнений (2), (3) от выбора всех предшествующих работ по космологии в РТГ [1–14]. То, что постоянных должно быть две, очевидно следует из наличия двух уравнений первого порядка (45) и (46).

Переходя к собственному времени τ, находим окончательный вид плоского космологического решения для РТГ на базе пространства Минковского

$$ds^2 = d\tau^2 - \beta^4 a^2(\tau)(dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2)), \tag{54}$$

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{\alpha a^6(\tau)} - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta^2. \tag{55}$$

Здесь β^4 — «традиционная» постоянная, впервые введенная в нашей работе [3]. В дальнейшем сценарий эволюции Вселенной, содержащий только одну постоянную β, т. е. при $\alpha = 1$, мы будем называть базовым сценарием.

Найдем теперь общий вид открытого космологического решения в РТГ на основе пространства Минковского, отвечающего выбору неинерциальной системы отсчета с координатами (35) $\{\tau, R, \theta, \varphi\}$ и содержащего произвольную константу k_0, а также произвольную функцию $h(\tau)$, которая играет роль времени:

$$ds^2 = d\tau^2 - a(\tau)^2 \left(\frac{dR^2}{1 + k_0 R^2} + R^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2) \right), \tag{56}$$

$$d\sigma^2 = \frac{d\tau^2}{U(\tau)} - k_0 h^2(\tau) \left(\frac{dR^2}{1 + k_0 R^2} + R^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2) \right), \tag{57}$$

где

$$U(\tau) = \frac{1}{\dot{h}^2(\tau)}. \tag{58}$$

8. ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ В РТГ

Обсудим в заключение, какие ограничения накладывает принцип причинности на космологические решения релятивистской теории гравитации. Рассматривая гравитационное поле как физическое поле в пространстве Минковского, необходимо потребовать соблюдения принципа причинности [1]. Это означает, что световой конус в эффективном римановом пространстве должен лежать внутри светового конуса пространства Минковского, т. е. для всех $ds^2 = 0$ должно выполняться требование $d\sigma^2 \geqslant 0$. Для плоского решения из (40), (41) получаем

$$\alpha a^4(\tau) - \beta^4 \leqslant 0. \tag{59}$$

Таким образом, масштабный фактор ограничен условием $a^4(\tau) \leqslant \beta^4/\alpha$, поэтому естественно было бы принять его максимальное значение равным

$$a_{\max} = \frac{\beta}{\alpha^{1/4}}. \tag{60}$$

При таком выборе $a_{\max}$ световые конусы эффективного риманова пространства и пространства Минковского в точке остановки расширения Вселенной при $a = a_{\max}$ совпадают, как совпадают и физические скорости света для этих конусов. Далее, поскольку вторая производная $\ddot{a}$, а следовательно, и скалярная кривизна R отличны от нуля, то от этой точки идет сжатие под действием сил притяжения и будет происходить уменьшение физической скорости света риманова пространства вплоть до точки остановки сжатия, когда под действием уже сил отталкивания начнется обратный процесс ее роста до величины физической скорости света пространства Минковского.

Условие (60) не допускает неограниченного роста масштабного фактора со временем, т. е. неограниченного расширения Вселенной. Отметим, что сама Вселенная при этом пространственно бесконечна, поскольку радиальная координата определена в области $0 \leqslant r \leqslant \infty$.

Подчеркнем, что отличие от рассмотренного ранее базового сценария, отвечающего $\beta = a_{\max}$ ($\alpha = 1$), состоит в том, что параметр β пока не фиксируется, а остается свободным.

9. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПРОИЗВОЛЬНЫЕ ПОСТОЯННЫЕ ПЛОСКОГО РЕШЕНИЯ

Выпишем сейчас основные уравнения (2), сохраняя две константы α и β в метриках (54) и (55):

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2\beta^4 a^2} + \frac{1}{2\alpha a^6}\right], \tag{61}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{\alpha a^6}\right]. \tag{62}$$

Уравнения (61), (62) отличаются от ОТО членами, содержащими массу гравитона и суммирующимися с компонентами плотности и давления. Для понимания влияния этих членов на эволюцию мы, следовательно, может дать им интерпретацию в терминах некоторых субстанций вещества, как если бы эти члены появились в уравнениях (61), (62) не из лагранжиана гравитационного поля, а из лагранжиана вещества:

$$\rho_i = \frac{A_i}{a^{3(1+\omega_i)}}, \quad p_i = \omega_i \rho_i.$$

Итак, первые слагаемые в квадратных скобках (61), (62) есть не что иное, как космологический Λ-член с отрицательным знаком (анти-де Ситтер), и, следовательно, с отрицательной энергией вакуума:

$$\rho_\Lambda = -\frac{m^2}{16\pi}, \quad p_\Lambda = -\rho_\Lambda, \quad \omega_\Lambda = -1,$$

средний член в (61), (62) имеет вид вещества квинтэссенции с предельным значением $\nu_\beta \equiv \omega_\beta + 1 = 2/3(\omega_\beta = -1/3)$ и положительной плотностью энергии

$$\rho_\beta = \frac{A_\beta}{a^2}, \quad A_\beta = \frac{3m^2}{32\pi\beta^4}, \quad \rho_\beta + 3p_\beta = 0,$$

а последние a^{-6}-слагаемые есть не что иное, как «антивещество» с отрицательной энергией и предельно жестким уравнением состояния, когда скорость звука равна скорости света:

$$\rho_\alpha = \frac{A_\alpha}{a^6}, \quad A_\alpha = -\frac{m^2}{32\pi\alpha}, \quad \omega_\alpha = 1, \quad -\frac{4\pi}{3}(\rho_\alpha + 3p_\alpha) = \frac{m^2}{6}\frac{1}{\alpha a^6}.$$

Отрицательный Λ-член, доминирующий в нерелятивистскую эпоху, не может привести к остановке расширения, поэтому в «состав» обычного вещества необходимо включать квинтэссенцию с $\nu < 2/3$, которая бы его скомпенсировала [9]. Второй, a^{-2}-член, содержащий β, не дает вклад во вторую производную $\ddot{a}$ и поэтому не может претендовать на роль темной энергии, приводящей к ускорению. Как мы увидим далее, роль этого члена незначительна, и им можно пренебречь. Наконец, последнее α-«антивещество» проявляет себя в гравитационном отталкивании. При высоких плотностях (и, соответственно, малых a) оно настолько сильно, что предотвращает образование сингулярности типа Большого взрыва, приводя к отскоку.

Возвращаясь к уравнениям (61), (62), покажем, что влияние β-члена действительно крайне незначительно, а общее решение этих уравнений в действительности будет определяться не двумя, а одной свободной константой, которую в дальнейшем можно зафиксировать, если будет известна максимальная температура космологического сценария.

Исключая α с помощью (60), мы получаем

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2\beta^4 a^2} + \frac{a_{\max}^4}{2\beta^4 a^6}\right], \tag{63}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{a_{\max}^4}{\beta^4 a^6}\right]. \tag{64}$$

Эти уравнения можно привести к виду

$$\frac{\dot{x}^2}{x^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2\beta^4 a_0^2 x^2} + \frac{a_{\max}^4}{2\beta^4 a_0^6 x^6}\right] \equiv$$

$$\equiv \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2\tilde{a}_0^6 x^2}\left(\frac{a_0}{a_{\max}}\right)^4 + \frac{1}{2\tilde{a}_0^6 x^6}\right], \quad (65)$$

$$\frac{\ddot{x}}{x} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{\tilde{a}_0^6 x^6}\right]. \quad (66)$$

Здесь a_0 — значение масштабного фактора в современную эпоху и

$$x = \frac{a_0}{a}, \quad \tilde{a}_0^6 = a_0^6 \frac{\beta^4}{a_{\max}^4}.$$

Сравнение (65), (66) с уравнением эволюции базового сценария

$$\frac{\dot{x}^2}{x^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{3}{2a_0^6 x^2}\left(\frac{a_0}{a_{\max}}\right)^4 + \frac{1}{2a_0^6 x^6}\right], \quad (67)$$

$$\frac{\ddot{x}}{x} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6}\left[1 - \frac{1}{a_0^6 x^6}\right] \quad (68)$$

показывает, что они имеют одинаковую с (67), (68) форму, причем в (65), (66) входит параметр $\tilde{a_0}$, а в (67), (68) — a_0. Но есть одно, несущественное, как мы сейчас покажем, отличие в среднем члене в квадратной скобке уравнения (65) — туда входит параметр a_0 без «тильды».

Действительно, чтобы фиксировать космологический сценарий, т. е., используя известные из данных астрофизических наблюдений значения ρ и p как начальные данные, проинтегрировать назад по времени уравнение эволюции (67) или, соответственно, (65) и найти $\rho_{\max}$, $x_{\min}$, нужно вначале задать значение a_0. При этом в [9] показано, что для того, чтобы получить бóльшую величину $\rho_{\max}$, нужно выбирать большие значения a_0 в соответствии с формулой

$$\rho_{\max} = 9\pi \frac{H_0^4}{m^2}\Omega_r^3 a_0^{12},$$

где $\Omega_r = 3{,}7 \cdot 10^{-5}$ — радиационная плотность, $H_0 = 74$ км/с/Мпс — постоянная Хаббла, $H_0 \sim m$. Тогда величина $\rho_{\max}$ на энергиях $kT \approx 1$ ТэВ, отвечающих электрослабой шкале, при учете всех степеней свободы лептонов, кварков и т. д.:

$$\rho_{\max} = 10^{31} \text{ г/см}^3,$$

соответствует $a_0 = 5 \cdot 10^5$, а на шкале великого объединения $kT \approx 10^{15}$ ГэВ максимальная плотность

$$\rho_{\max} = 10^{79} \text{ г/см}^3$$

может быть получена, если $a_0 = 5 \cdot 10^9$. Поэтому, учитывая, что для всех a_0 справедливо неравенство $a_0/a_{\max} < 1$, средним членом в квадратной скобке (65) можно пренебречь, так как на всем сценарии $x_{\min} \leqslant x \leqslant x_{\max}$ он намного меньше соседних членов. Но, как мы видели, отличие обобщенного космологического сценария (65), (66) от базового сценария (67), (68) состоит именно в этом среднем члене, поскольку в обобщенном решении параметр a_0 не фиксируется. Это отличие оказывает ничтожное влияние на космологический сценарий, так как из условия $a_0 < a_{\max}$ следует, как видно из (65), что такой средний член также всегда меньше соседних с ним слагаемых, определяющих поведение $x(\tau)$ вблизи от $x_{\min}$ и $x_{\max}$. Поэтому базовый и расширенный сценарии будут (практически) совпадать, с той лишь разницей, что в первом случае перед интегрированием к высоким плотностям нужно вначале выбирать параметр a_0, а во втором — параметр $\tilde{a}_0 = a_0(\beta/a_{\max})^{2/3}$. Тем самым формально отличный от стандартного сценария расширенный сценарий де-факто к нему сводится. Поэтому в дальнейшем можно положить $\beta = a_{\max}$ и это обобщенное космологическое решение больше не рассматривать.

В отсутствие вещества и гравитационных волн уравнения (58), (59) имеют тривиальное решение $a = \alpha = \beta = 1$, т. е. эволюции пустой Вселенной не происходит и эффективное риманово пространство совпадает с пространством Минковского, как и для базового сценария [14].

Решение уравнений (63), (64) при равной нулю массе покоя гравитона совпадает с известным решением ОТО для плоской Вселенной, и оно, как известно, описывает бесконечно расширяющуюся Вселенную, вступая в противоречие с принципом причинности.

10. ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ И ОТКРЫТОЕ РЕШЕНИЕ

Аналогичная ситуация имеет место и для открытого решения (56)–(58). Уравнения (2), (3) в этом случае приобретают вид

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi}{3}\rho - \frac{m^2}{6} - \frac{m^2}{2}\left(\frac{\dot{h}^2}{6} - \frac{k_0 h^2}{2a^2}\right) + \frac{k_0}{a^2}, \tag{69}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) - \frac{m^2}{6} + \frac{m^2}{6}\dot{h}^2, \tag{70}$$

$$\frac{d}{d\tau}(R^3\dot{h}) = 3k_0 Rh. \tag{71}$$

Как показано в [5], при $\tau \to \infty$ решение уравнений (69)–(71) является неограниченным:

$$a(\tau) = k_0 h(1 + \varphi(h)), \quad \varphi(h) \ll 1, \tag{72}$$

$$\dot{h} = \frac{1}{\sqrt{U}} = 1 + \psi(h), \quad \psi(h) \ll 1, \tag{73}$$

причем для случая $m = 0$ имеем ($\rho = A/a^\gamma$, $p = \omega\rho$, $\gamma = 3(1+\omega)$):

$$\varphi(h) = C_1 + \frac{C_2}{h^4} + \frac{4\pi A}{3k_0^\gamma}\frac{8-\gamma}{(2-\gamma)(6-\gamma)}h^{2-\gamma}, \tag{74}$$

$$\psi(h) = -C_1 + 3\frac{C_2}{h^4} + \frac{4\pi A}{3k_0^\gamma}\frac{\gamma-4}{(2-\gamma)(6-\gamma)}h^{2-\gamma}, \tag{75}$$

$$h = \tau\left(1 - C_1 - \frac{C_2}{\tau^4} + \frac{4\pi A}{3k_0^\gamma}\frac{8-\gamma}{(2-\gamma)(6-\gamma)(3-\gamma)}\tau^{2-\gamma}\right). \tag{76}$$

Принцип причинности в случае открытой Вселенной (56)–(58)

$$a^2\dot{h}^2 \geqslant k_0 h^2$$

можно, подставляя асимптотики (72), (73), записать в виде

$$\varphi(h) + \psi(h) \geqslant 0. \tag{77}$$

С помощью (74), (75) из (77) находим условие соблюдения принципа причинности

$$4\frac{C_2}{h^4} - \frac{8\pi A}{3k_0^\gamma}\frac{8-\gamma}{(6-\gamma)}h^{2-\gamma} > 0.$$

Но так как $h \to \infty$, а $\gamma \leqslant 4$, то это условие не будет выполняться при достаточно большом h. Следовательно, решение (72)–(76) не удовлетворяет принципу причинности.

Таким образом, мы можем сделать общий вывод о том, что все космологические решения РТГ при равной нулю массе гравитона не удовлетворяют принципу причинности и принципу Маха.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Принцип Маха в РТГ определяет построение инерциальной системы отсчета базового пространства Минковского по движению и распределению вещества. Он позволяет проводить первичную селекцию и сужать область поиска решений для каждой конкретной задачи, в частности для наиболее важного случая поиска космологических решений в РТГ. Такой анализ показал, что случаю замкнутой фридмановской Вселенной не отвечает никакая система отсчета пространства Минковского, что отрицает возможность существования подобных решений в РТГ. Строгое рассмотрение плоского случая позволило расширить произвол подобных решений до двух свободных постоянных, однако если максимальная температура космологического сценария достаточно высока для того, чтобы объяснить первичный нуклеосинтез, то влияние второй константы на сценарий эволюций Вселенной фактически ничтожно. Наконец, в добавление к стандартному космологическому плоскому сценарию в РТГ, в настоящей работе показано, что существует и открытое фридмановское решение, которому отвечает только обобщенная инерциальная система отсчета, где покоящиеся относительно нее частицы движутся относительно обычной инерциальной системы с постоянными скоростями, зависящими от расстояния между этими частицами в духе хаббловского расширения. Если же масса покоя гравитона равна нулю, то такая модель открытой Вселенной противоречит принципу причинности и должна быть отвергнута.

В заключение автор выражает глубокую благодарность А. А. Логунову, М. А. Мествиришвили и К. А. Модестову за ценные обсуждения и замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Логунов А. А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2006. 253 с.
2. *Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.* Развитие Вселенной в релятивистской теории гравитации // ТМФ. 1988. Т. 74, № 1. С. 3–15.
3. *Чугреев Ю. В.* Космологические следствия релятивистской теории гравитации с массивными гравитонами // ТМФ. 1989. Т. 79, № 2. С. 307–313.
4. *Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В.* Фридмановская модель эволюции Вселенной в релятивистской теории гравитации // Там же. Т. 80, № 3. С. 474–480.
5. *Емельянов Е. Ю., Чугреев Ю. В.* Эволюция фридмановской Вселенной в релятивистской теории гравитации на основе пространств постоянной кривизны // ТМФ. 1993. Т. 97, № 3. С. 459–479.
6. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Эволюция Вселенной и масса гравитона // ЯФ. 1998. Т. 63, № 8. С. 1526–1536.
7. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Рождение гравитонов в горячей однородной и изотропной Вселенной // Докл. РАН. 2001. Т. 378, № 3. С. 331–332.
8. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Масса гравитона и полная относительная плотность массы во Вселенной Ω_{tot} // Докл. РАН. 2003. Т. 390, № 6. С. 755–757.
9. *Герштейн С. С. и др.* Масса гравитона, квинтэссенция и осциллирующий характер эволюции Вселенной // ЯФ. 2004. Т. 67, № 8. С. 1618–1626.
10. *Чугреев Ю. В.* Нарушается ли принцип причинности для гравитационных волн? // ТМФ. 2004. Т. 138, № 2. С. 349–357.
11. *Мествиришвили М. А., Модестов К. А., Чугреев Ю. В.* Скалярное поле квинтэссенции в релятивистской теории гравитации // ТМФ. 2006. Т. 152, № 3. С. 551–560.
12. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Самоограничение гравитационного поля и его роль во Вселенной // УФН. 2006. Т. 176, № 11. С. 1207–1225.
13. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Космологическая постоянная и пространство Минковского // ЭЧАЯ. 2007. Т. 38, № 3. С. 569–586.
14. *Чугреев Ю. В.* Единственность вакуумного космологического решения в релятивистской теории гравитации // ТМФ. 2009. Т. 161, № 1. С. 115–119.
15. *Петров А. З.* Новые методы в общей теории относительности. М., 1966. 319 с.
16. *Sciama D.* On the Origin of Inertia // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1953. V. 113, No. 1. P. 34–42.
17. *Brans C. H.* Mach’s Principle and a Relativistic Theory of Gravitation // Phys. Rev. 1962. V. 125, No. 6. P. 2194–2201.
18. *Логунов А. А.* Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы. М.: Наука, 1987. 271 с.
19. *Логунов А. А., Чугреев Ю. В.* Специальная теория относительности и эффект Саньяка // УФН. 1988. Т. 156, № 1. С. 137–143.
20. *Логунов А. А., Чугреев Ю. В.* Специальная теория относительности и эксперименты на центрифуге // Вестн. МГУ. Сер. 3. 1988. Т. 29, № 1. С. 3–11.

Получено 13 октября 2014 г.