

## ИНЖЕКЦИЯ В БУСТЕР NICA С ЭЛЕКТРОННЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ

*Е. М. Сыресин*<sup>1</sup>

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Для увеличения интенсивности накопленного пучка ионов золота  $^{197}\text{Au}^{31}$  с энергией инжекции 3,1 МэВ/нуклон в бустере NICA планируется использовать многоцикловую инжекцию из линейного ускорителя. При интенсивности инжектируемых ионов  $5 \cdot 10^8 - 10^9$  интенсивность накопленного пучка может быть увеличена в 3–5 раз по сравнению с инжекционной интенсивностью. При низкой интенсивности инжектируемых ионов  $10^8$  интенсивность накопленного пучка возрастает на порядок. Максимальная интенсивность накопленного ионного пучка ограничена некогерентным нагревом стека из-за его шумов и временем жизни ионов. Расчеты однооборотной инжекции ионов  $^{197}\text{Au}^{31}$  выполнены с использованием кода BETACOOOL. При накоплении ионных пучков высокой интенсивности в ходе электронного охлаждения возможно развитие когерентной неустойчивости. Инкремент развития неустойчивости существенно зависит от выбора рабочей точки.

The multicycling injection from the linear accelerator to the NICA booster is planned to use for storage of  $^{197}\text{Au}^{31}$  ions at energy 3.1 MeV/u. The intensity of the stored ions is increased 3–5 times at injection intensity of  $5 \cdot 10^8 - 10^9$ . The intensity of the stored beam is higher by one order of magnitude compared with injection intensity at  $10^8$ . The maximal intensity is restricted by the incoherent diffusion heating of the stack and the ion life time. The simulations of the single turn injection were performed by BETACOOOL code. The coherent instability can be developed at a high ion intensity in presence of the electron cooling. The increment of instability essentially depends on the choice of the working point.

PACS: 29.20.db

### ВВЕДЕНИЕ

В бустере NICA планируется осуществить однооборотную инжекцию со стекированием ионного пучка в ходе электронного охлаждения с повторением циклов инжекции с частотой до 10 Гц. В ходе этой инжекции бамп орбиты смещается в горизонтальном направлении на расстояние, обеспечивающее однооборотную инжекцию пучка и накопление стека. Среднеквадратичный эмиттанс пучка на выходе из линейного ускорителя равен  $\varepsilon_x/\varepsilon_y = 3\pi$  мм·мрад. Интенсивность выведенного пучка из линейного ускорителя составляет  $10^8 - 10^9$  ионов за один цикл инжекции. В бустере предполагается вакуум на уровне  $5 \cdot 10^{-11}$  торр, а газовый состав остаточного газа таков, что при энергии инжекции 3,1 МэВ/нуклон время жизни ионов  $^{197}\text{Au}^{31}$  составляет 3–5 с.

Основной характеристикой бустера в качестве инжектора в нуклотрон является средний поток, характеризующий отношение накопленных ионов к длительности цикла работы бустера:  $R = N/\tau$ . При интенсивности ионов  $N = 10^9$ , инжектируемых в ходе

---

<sup>1</sup>E-mail: syresin@nusun.jinr.ru

однооборотной одноцикловой инжекции, и длительности цикла работы бустера  $\tau = 5$  с средний поток  $R = 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Реализация схемы инжекции со стекированием ионного пучка, с одной стороны, позволяет поднять интенсивность накопленных ионов, с другой стороны, приводит к росту длительности цикла работы бустера за счет увеличения длительности инжекции. Средний поток ионов при инжекции со стекированием составляет  $(7-8) \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ . При интенсивности ионов  $5 \cdot 10^8-10^9$  за импульс инжекции интенсивность накопленного пучка может быть увеличена в 3-5 раз.

При накоплении ионных пучков высокой интенсивности в ходе электронного охлаждения возможно развитие когерентной неустойчивости, так называемого электронного нагрева. Чтобы избежать развития неустойчивости, планируется использовать полый электронный пучок с низкой интенсивностью в центральной области, где происходит накопление стека, и высокой интенсивностью в периферийной области, где осуществляется охлаждение вновь инжектируемых ионов. В этом случае инкремент развития неустойчивости может быть заметно снижен. Он также существенно зависит от выбора рабочей точки. Инкремент несимметричен по отношению к разностному  $Q_x - Q_y = 0$  и суммовому  $Q_x + Q_y = 9$  резонансам. Инкремент имеет максимум вблизи разностного резонанса и близок к минимуму в окрестностях суммового резонанса. Рабочая точка бустера  $Q_x/Q_y = 4,8/4,85$  находится в непосредственной близости от разностного резонанса:  $Q_x = Q_y$ . В результате при заданных плотностях электронного и ионного пучков инкремент неустойчивости близок к своему максимуму. С целью снижения инкремента неустойчивости при сохранении горизонтального бетатронного числа  $Q_x = 4,8$  выбрана рабочая точка  $Q_x/Q_y = 4,8/4,15$  с вертикальным бетатронным числом вблизи суммового резонанса. Расчетный инкремент рабочей точки в области суммового резонанса в несколько раз меньше, чем для рабочей точки бустера  $Q_x/Q_y = 4,8/4,85$ .

## 1. СХЕМА ОДНООБОРОТНОЙ ИНЖЕКЦИИ СО СТЕКИРОВАНИЕМ ИОННОГО ПУЧКА

Для накопления ионов  $^{197}\text{Au}^{31}$  в бустере планируется использовать схему однооборотной инжекции со стекированием в ходе электронного охлаждения.

**1.1. Эмиттанс пучка при инжекции в бустер.** Среднеквадратичный эмиттанс пучка  $\varepsilon = \sigma^2/\beta$  на выходе из линейного ускорителя равен  $\varepsilon_x/\varepsilon_y = 3\pi \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ . Для накопления ионов стека высокой интенсивности горизонтальный акцептанс составляет  $\varepsilon_{ac} = 10\pi \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ . Перед инжекцией равновесная орбита стека смещена относительно септума на расстояние  $(\beta_{inj}\varepsilon_{ac})^{1/2}$ , где  $\beta_{inj}$  — горизонтальная бета-функция в области инжекции. При однооборотной инжекции бамп равновесной орбиты смещается на расстояние  $2\sigma_x = 2(\beta_{inj}\varepsilon_x)^{1/2}$ . Потери инжектируемых частиц на септуме в этом случае составляют  $\int_{\sigma}^{\infty} \exp(-x^2/2\sigma_x^2) dx = 15,7\%$ . Радиус пучка, инжектированного в бустер при одном цикле инжекции, относительно равновесной орбиты стека равен  $2(\beta_{inj}\varepsilon_x)^{1/2} + (\beta_{inj}\varepsilon_{ac})^{1/2}$ . Угловой разброс инжектируемого пучка составляет  $(\varepsilon_x/\beta_{inj})^{1/2}$ . При однооборотной инжекции со стекированием начальный горизонтальный эмиттанс пучка в бустере  $\varepsilon_{in-x} = 2\varepsilon_x + (\varepsilon_x\varepsilon_{ac})^{1/2} = 11,5\pi \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ . Относительный среднеквадратичный разброс по импульсу составляет  $5 \cdot 10^{-4}$ .

**1.2. Инжекция при охлаждении однородным по радиусу электронным пучком.** Дальнейшие расчеты однооборотной инъекции ионов  $^{197}\text{Au}^{31}$  выполнены с использованием кода BETACOOOL [1]. Ток электронного пучка равен 0,1 А, радиус пучка — 2 см, пучок имеет однородную плотность по радиусу, длина секции охлаждения — 1,94 м. Эффективность электронного охлаждения равна отношению амплитуды второго импульса к первому импульсу и составляет 40 % при частоте повторения импульсов инъекции 10 Гц (рис. 1). При интенсивности инжектированного пучка  $10^9$  ионов максимальная накопленная интенсивность равна  $4,6 \cdot 10^9$  при времени жизни ионов 4,4 с.

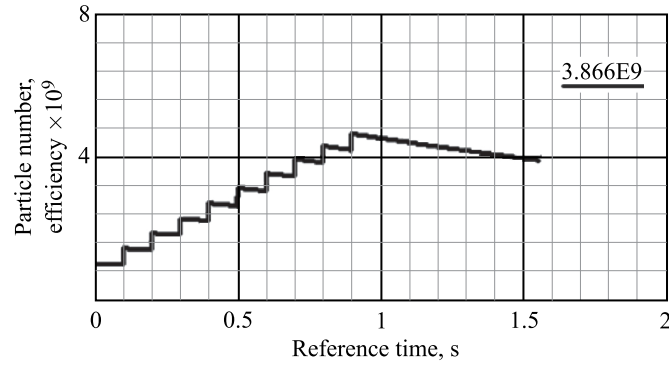


Рис. 1. Зависимость числа накопленных частиц в бустере при 10-цикловой инъекции

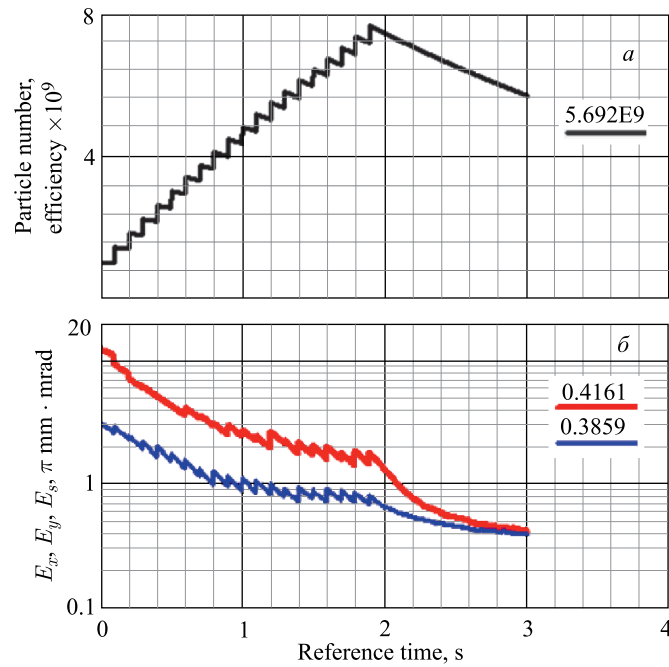


Рис. 2. а) Зависимость числа накопленных частиц в бустере при 20-цикловой инъекции от времени. б) Зависимость эмиттанса от времени

Средний поток ионов, характеризующий отношение числа накопленных ионов к длительности цикла работы бустера в схеме инжекции со стекированием ионов для  $N = 4,6 \cdot 10^9$  и  $\tau = 6$  с, равен  $R = 7,6 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Реализация схемы инжекции со стекированием позволяет в 3,8 раза увеличить средний поток ионов по сравнению с однооборотной одноцикловой инжекцией.

При 20-цикловой инжекции с частотой 10 Гц максимальная интенсивность ионов составляет  $N = 7,8 \cdot 10^9$  при длительности стекирования 2 с (рис. 2). В этом случае средний поток ионов при  $\tau = 7$  с равен  $1,1 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Дальнейшее увеличение количества циклов ведет к росту среднего потока. Максимальный средний поток ионов ограничен рядом эффектов: некогерентными шумами стека, устойчивостью охлажденного стека и временем жизни ионов при их взаимодействии с атомами остаточного газа.

**1.3. Эмиттанс стека в присутствии его некогерентного шума.** В приведенных на рис. 2 расчетах эмиттанс пучка определяется равновесием между электронным охлаждением и внутривидковым рассеянием. В присутствии некогерентных шумов стека охлажденный эмиттанс стека определяется числом частиц в нем  $N$  и бетатронным сдвигом частоты  $\Delta Q$ :

$$\varepsilon_v = \frac{r_p}{4\pi} \frac{Z^2}{A} \frac{N}{\beta^2 \gamma^3 \Delta Q},$$

где  $Z$  — заряд ядра;  $A$  — атомный номер;  $\beta$  и  $\gamma$  — релятивистские факторы;  $r_p$  — радиус протона. Для  $\Delta Q = 0,05$ , числа частиц стека  $N = 3 \cdot 10^9$  эмиттанс стека

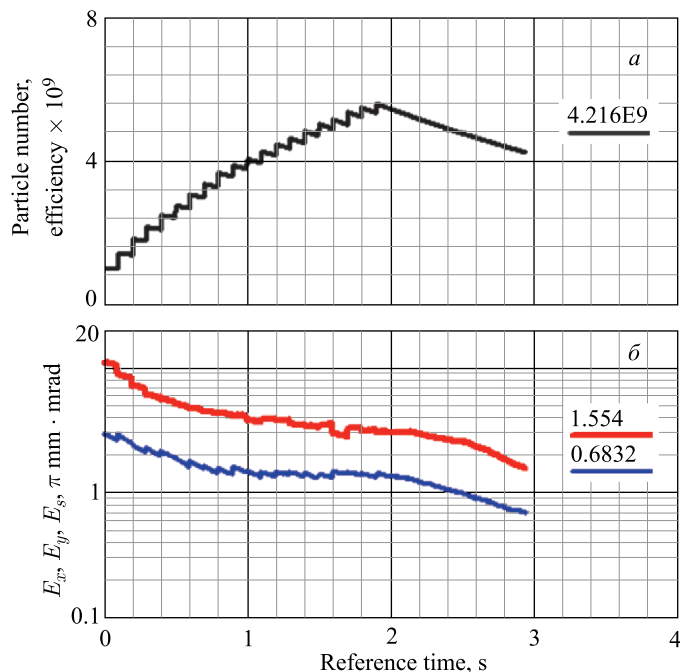


Рис. 3. а) Зависимость числа накопленных частиц в бустере при 20-цикловой инжекции от времени в присутствии некогерентного нагрева. б) Зависимость эмиттанса от времени

$\varepsilon_v = 5,5\pi$  мм·мрад. В результате некогерентных шумов происходит дополнительный диффузионный нагрев стека, приводящий к снижению эффективности охлаждения, а в конечном счете к снижению интенсивности стека. В присутствии диффузионного нагрева эмиттанс стека  $\varepsilon$  определяется декрементом электронного охлаждения  $\lambda$  и ростом эмиттанса при нагреве с коэффициентом диффузии  $D$ :  $d\varepsilon/dt = -\lambda\varepsilon + D$ . В равновесном состоянии коэффициент диффузии  $D = \lambda\varepsilon$ . Поскольку в присутствии некогерентных шумов эмиттанс стека пропорционален числу частиц  $N$ , коэффициент диффузии и темп диффузионного нагрева эмиттанса также пропорциональны числу частиц стека:  $D \sim N$  [2]. В дальнейших расчетах темп диффузионного нагрева эмиттанса, пропорциональный числу частиц стека  $N$ , будем нормировать на количество инжектируемых ионов  $N_{inj}$ :  $\dot{\varepsilon} = kN/N_{inj}$ . Максимальная интенсивность ионов составляет  $N = 5,5 \cdot 10^9$  при длительности стекирования 2 с (рис. 3) в присутствии шумов стека с темпом диффузионного нагрева эмиттанса  $\dot{\varepsilon}_h/\dot{\varepsilon}_v = 0,3N/N_{inj}$  с<sup>-1</sup> для 20-циклового инжекции с частотой 10 Гц. Из-за некогерентного нагрева интенсивность стека снизилась в 1,4 раза. Равновесный эмиттанс стека в ходе диффузионного нагрева и охлаждения возрос в несколько раз по сравнению с равновесным эмиттансом, определяемым внутрипучковым рассеянием и охлаждением.

**1.4. Инжекция при охлаждении полым электронным пучком.** При накоплении высокоинтенсивных ионных пучков в присутствии электронного охлаждения развивается когерентная неустойчивость стека и реализуется режим так называемого электронного нагрева. Чтобы избежать развития неустойчивости, применяют полый электронный пу-

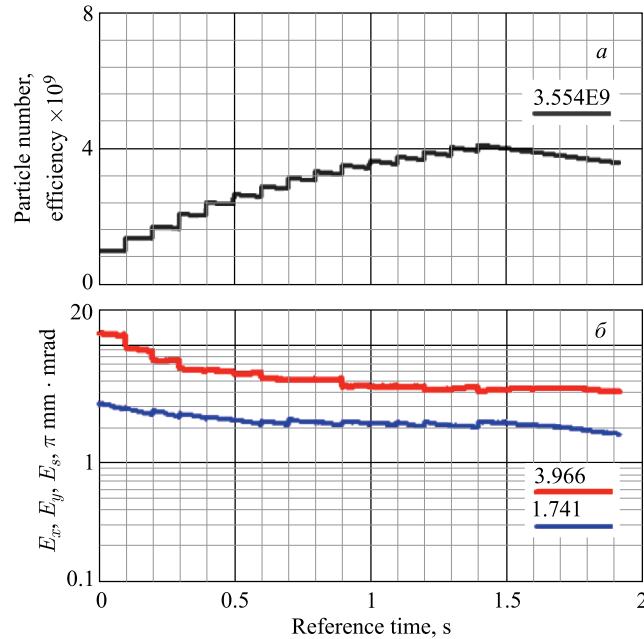


Рис. 4. а) Зависимость числа накопленных частиц в бустере при 15-циклового инжекции от времени для полого электронного пучка в присутствии некогерентного нагрева ионов. б) Зависимость эмиттанса от времени

чок с низкой интенсивностью в центральной области, где происходит накопление стека, и высокой интенсивностью в периферийной области, где происходит охлаждение вновь инжектируемых ионов. В этом случае инкремент развития неустойчивости может быть заметно снижен.

Внутренний радиус с пониженной плотностью  $n = 5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$  равен 0,5 см. В периферийной области по отношению к радиусу 0,5 см плотность пучка составляет  $n = 2 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$ , полный ток полого пучка равен 0,095 А. Полость пучка не приводит к снижению накопления по сравнению с однородным пучком. В присутствии некогерентного диффузионного нагрева стека с темпом  $\dot{\epsilon}_h/\dot{\epsilon}_v = 0,1N/N_{inj} \text{ с}^{-1}$  интенсивность накопленного пучка снижается с  $6,3 \cdot 10^9$  до  $5,7 \cdot 10^9$ . В ходе некогерентного диффузионного нагрева стека с темпом  $\dot{\epsilon}_h/\dot{\epsilon}_v = 0,3N/N_{inj} \text{ с}^{-1}$  интенсивность накопленного пучка снижается с  $6,3 \cdot 10^9$  до  $4,1 \cdot 10^9$  (рис. 4). В присутствии некогерентного нагрева равновесный эмиттанс стека определяется внутренним радиусом полого пучка.

Таким образом, стекирование ионов при инжекции с электронным охлаждением и полым электронным пучком в присутствии некогерентных шумов стека позволяет в 4–5 раз увеличить средний поток ионов по сравнению с одноцикловой однооборотной инжекцией.

**1.5. Время жизни ионов.** Число накопленных ионов зависит от их времени жизни. Время жизни ионов определяется их взаимодействием с атомами и молекулами остаточного газа. Оно зависит от двух параметров: давления остаточного газа и его массового состава.

Зависимость числа накопленных ионов от времени их жизни для параметров, приведенных на рис. 4, представлена на рис. 5. Снижение времени жизни с 4,4 до 0,65 с приводит к снижению интенсивности накопленного пучка с  $4,1 \cdot 10^9$  до  $2,2 \cdot 10^9$ .

Примеры спектров остаточного газа в теплых синхротронах LEAR [3] и HIMAC [4] представлены в таблице. Там же дан расчетный спектр газового состава в бустере. Время жизни практически не зависит от рекомбинации с электронами в системе электронного охлаждения. При коэффициенте рекомбинации  $10^{-7} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$  [3] и токе электронного пучка 0,1 А время жизни ионов  $^{197}\text{Au}^{31}$ , определяемое рекомбинацией, равно 47,6 с.

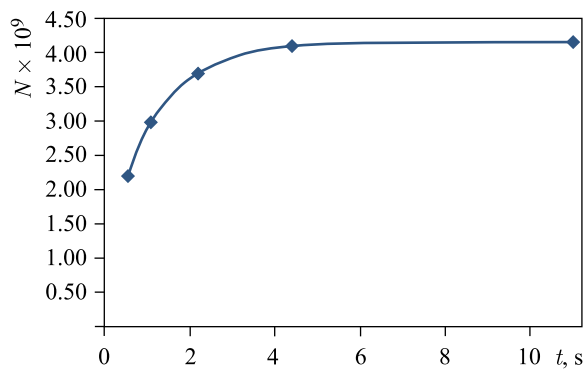


Рис. 5. Зависимость числа накопленных ионов в бустере от времени их жизни при частоте следования циклов инжекции 10 Гц

**Массовый спектр остаточного газа в теплых синхротронах LEAR и HIMAC и расчетное время жизни ионов  $^{197}\text{Au}^{31}$  при давлении  $5 \cdot 10^{-11}$  торр**

Параметр	LEAR			HIMAC	Бустер
	июнь 1995 г.	декабрь 1995 г.	апрель 1996 г.		
Газовый состав	70 % H <sub>2</sub> , 10 % He, 10 % CH <sub>4</sub> , 10 % H <sub>2</sub> O	87 % H <sub>2</sub> , 7 % CH <sub>4</sub> , 4 % H <sub>2</sub> O, 2 % Ar	60 % H <sub>2</sub> , 5 % He, 15 % CH <sub>4</sub> , 20 % N <sub>2</sub>	50 % H <sub>2</sub> , 36 % H <sub>2</sub> O, 10 % CO, 4 % CO <sub>2</sub>	73 % H <sub>2</sub> , 15 % He, 7 % CO, 5 % Ar
Время жизни ионов $^{197}\text{Au}^{31}$ , с	10,4	8,4	3,1	1,9	4,4

**1.6. Накопление низкоинтенсивных пучков.** При инжекции ионных пучков  $^{197}\text{Au}^{31}$  с низкой интенсивностью  $10^8$  частиц за импульс однооборотной инжекции возможно их накопление с большей интенсивностью в 10–15 раз при 50-цикловой инжекции с частотой 10–5 Гц (рис. 6, 7). Ток электронного пучка равен 0,1 А, радиус пучка — 2 см,

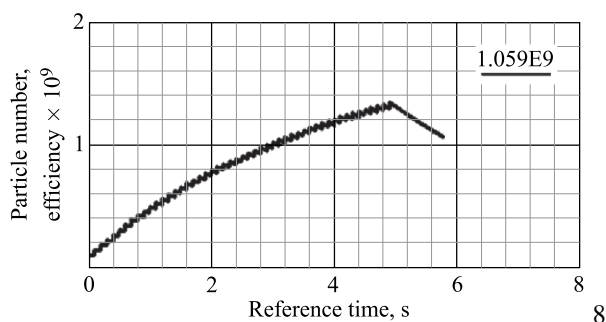


Рис. 6. Зависимость числа накопленных частиц в бустере при 50-цикловой инжекции с частотой 10 Гц от времени

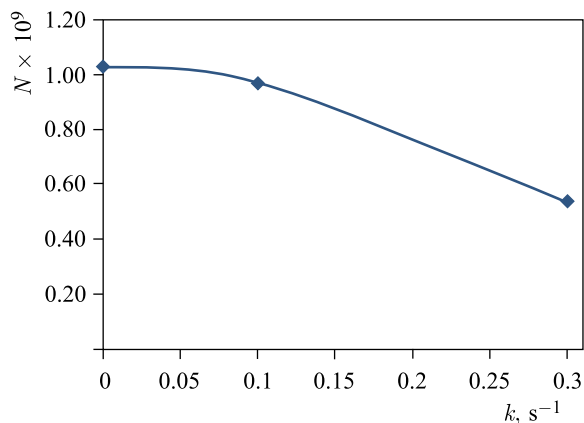


Рис. 7. Зависимость интенсивности накопленных ионов от темпа диффузионного нагрева стека

пучок имеет однородную плотность по радиусу. Снижение частоты повторения с 10 до 5 Гц приводит к снижению интенсивности накопленного пучка с  $1,3 \cdot 10^9$  до  $10^9$  за счет конечного времени жизни ионов, равного 4,4 с. Зависимость интенсивности накопленных ионов от темпа роста эмиттанса  $\dot{\epsilon}_h/\dot{\epsilon}_v = kN/N_{inj} \text{ с}^{-1}$  для диффузионного нагрева представлена на рис. 7. При скорости роста эмиттанса  $\dot{\epsilon}_h/\dot{\epsilon}_v = 0,3N/N_{inj} \text{ с}^{-1}$  интенсивность накопленного пучка снижается в два раза.

## 2. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ИОННОГО ПУЧКА. ВЫБОР РАБОЧЕЙ ТОЧКИ

При накоплении ионных пучков высокой интенсивности в присутствии электронного охлаждения возможно развитие когерентной неустойчивости, так называемого электронного нагрева [5]. При развитии неустойчивости потери ионов драматически возрастают, когда ионная интенсивность достигает критической величины. Эффекты пространственного заряда электронного и ионного пучков, а также магнитное поле соленоида охлаждения осуществляют связь между горизонтальными и вертикальными когерентными колебаниями. Поперечное движение центра гравитации ионного и электронного пучков описывается следующими уравнениями [5]:

$$\begin{aligned}\ddot{z} + i\omega_c \dot{z} + \omega_i^2 z &= \omega_i^2 z_e, \\ \dot{z}_e + i\omega_d z_e &= i\omega_d z\end{aligned}$$

при начальных условиях  $z(0) = z_0$ ,  $\dot{z}(0) = \dot{z}_0$ ,  $z_e(0) = \dot{z}_e(0) = 0$ , где  $\omega_c = ZeB/\gamma m_i$  — ионная циклотронная частота;  $\omega_i^2 = Ze^2 n_e / 2\epsilon_0 \gamma m_i$  — ионная плазменная частота в поле электронного пучка;  $\omega_d = \omega_e^2 / \omega_{ce}$  — дрейфовая электронная частота,  $\omega_e^2 = Ze^2 n_i / 2\epsilon_0 \gamma^3 m_e$  — электронная плазменная частота,  $\omega_{ce} = eB/\gamma m_e$  — электронная циклотронная частота,  $B$  — магнитное поле соленоида охлаждения,  $n_e$  и  $n_i$  — электронная и ионная плотность соответственно. Движение центра гравитации ионного пучка может быть переписано в матричной форме  $X = M_{cool} X_0$  [5], где  $M_{cool}$  — матрица  $4 \times 4$  секции охлаждения. Матрица  $M_{cool}$  соответствует неустойчивому ионному движению, потому что  $|M_{cool}| \neq 1$  [5]. Ионное движение снаружи секции электронного охлаждения характеризуется матрицей Твисса. Однооборотная матрица бустера  $M_{ring}$  с электронным охлаждением равна  $M_{ring} = L_{dr} R_{Twiss} L_{dr} M_{sol}^{-1} M_{cool} M_{sol}$  [5], где  $L_{dr}$  — матрица дрейфовой секции охлаждения с отрицательной длиной  $-L/2$  и  $M_{sol}$  — матрица соленоида. Особенность матрицы бустера  $M_{ring}$  заключается в том, что модули ее собственных чисел не равны 1:  $\Delta\lambda_{1,2,3,4} \equiv |\lambda_{1,2,3,4}| - 1 \neq 0$  [5]. При малых значениях величина  $\Delta\lambda$  характеризует инкремент неустойчивости  $\gamma_{in} = |\lambda| - 1$  в единицах числа оборотов иона в бустере. Две дипольные моды возбуждаются с инкрементом  $\gamma_1$ , а две другие — с декрементом  $\gamma_2$ . Моды имеют резонансный характер при  $Q_x - Q_y = 0$ . Как показано на рис. 8, значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  меняют свои знаки при прохождении через резонанс связи  $Q_x - Q_y = 0$ . Для резонанса связи  $Q_x - Q_y = 0$  инкремент неустойчивости в числе оборотов [5]

$$\gamma_{in} = \frac{2\pi^2 n_e n_i \beta_{x,y} r_e r_i L^2 c}{\gamma^5 \beta^3 \omega_{ci}}$$



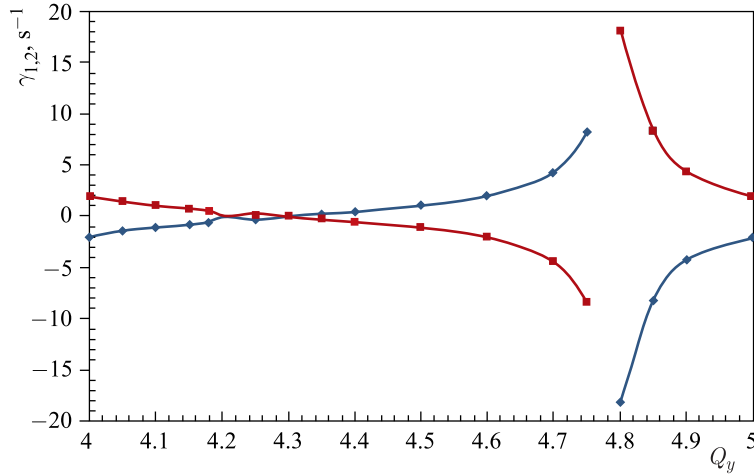


Рис. 8. Зависимость инкремента и декремента нарастания неустойчивости от вертикального бетатронного числа при постоянном значении горизонтального бетатронного числа  $Q_x = 4,8$

где  $n_e$  и  $n_i$  — электронная и ионная плотность;  $L$  — длина области взаимодействия электронного и ионного пучков;  $\beta_{x,y}$  — бета-функция в системе электронного охлаждения;  $\omega_{ci}$  — ионная циклотронная частота. Неустойчивая мода возбуждается до резонанса и затухает после его прохождения, и наоборот, затухающая мода после резонанса возбуждается. Таким образом, в системе всегда имеется возбужденная мода. Инкремент несимметричен по отношению к разностному  $Q_x - Q_y = 0$  и суммовому  $Q_x + Q_y = 9$  резонансам. Инкремент имеет максимум вблизи разностного резонанса и близок к минимуму в окрестностях суммового резонанса [4]. Зависимость инкремента и декремента от вертикального бетатронного числа при фиксированном значении горизонтального бетатронного числа  $Q_x = 4,8$  для полого электронного пучка с плотностью в центре  $n_e = 5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$  и числом накопленных ионов  $^{197}\text{Au}^{31} 3 \cdot 10^9$  приведена на рис. 8. Для снижения инкремента неустойчивости планируется использовать полый электронный пучок, в котором плотность электронов в центральной области в 4 раза ниже, чем в периферийной области. Однако и для полого электронного пучка возможно развитие неустойчивости при высокой интенсивности ионного пучка. Инкремент развития неустойчивости существенно зависит от выбора рабочей точки [4].

Выбранная для бустера рабочая точка  $Q_x/Q_y = 4,8/4,85$  близка к разностному резонансу  $Q_x - Q_y = 0$  и соответствует нарастанию инкремента неустойчивости, близкого к его максимальному значению. Предполагается, что в бустере горизонтальное значение бетатронного числа будет зафиксировано, а вертикальное значение  $Q_y$  может быть изменено при вариации токов в квадрупольных линзах. Кардинальным решением при снижении инкремента является выбор рабочей точки в окрестности суммового резонанса. Рабочая точка  $Q_x/Q_y = 4,8/4,15$  находится в квадранте, образованном резонансами  $Q_x + Q_y = 9$ ,  $2Q_y + Q_x = 13$  и  $4Q_x = 19$ . Расчетный инкремент для рабочей точки в области суммового резонанса в несколько раз меньше, чем для рабочей точки бустера  $Q_x/Q_y = 4,8/4,85$ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sidorin A. et al.* BETACOOL Program for Simulation of Beam Dynamic in Storage Rings // Nucl. Instr. Meth. A. 2006. V. 558. P. 325–328.
2. *Сыресин Е. М.* Некогерентные вертикальные потери ионов при многооборотной инжекции пучка с накоплением и электронным охлаждением // Письма в ЭЧАЯ. 2014. Т. 11, № 4. С. 768–776.
3. *Baird S. et al.* Recent Results on Lead-Ion Accumulation in LEAR for the LHC // Nucl. Instr. Meth. A. 1997. V. 391. P. 17–23.
4. *Uesugi T. et al.* Cool-Stacking Injection and Damping of a Transverse Ion-Beam Instability at the HIMAC Synchrotron // Nucl. Instr. Meth. A. 2005. V. 545. P. 43–56.
5. *Пархомчук В. В., Рева В. Б.* Когерентное взаимодействие ионных и электронных пучков в системах с электронным охлаждением // ЖЭТФ. 2000. Т. 118, № 5. С. 1125–1133.

Получено 26 февраля 2015 г.