

СВОЙСТВА МЕЗОНОВ И КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ В МОДЕЛИ НАМБУ–ЙОНА-ЛАЗИНИО С РАЗЛИЧНЫМИ СХЕМАМИ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

*Ю. Л. Калиновский, А. В. Фризен*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматриваются свойства мезонов и термодинамика системы в модели Намбу–Йона-Лазинио (НИЛ) с различными способами регуляризации. Изучено влияние выбора способа регуляризации и выбора параметров на поведение фазовой диаграммы материи. Отмечено, что при определенном выборе параметров в модели НИЛ с регуляризацией методом Паули–Вилларса возможна ситуация, когда в системе исчезает фазовый переход первого рода.

In the article the meson properties and the thermodynamics of dense matter are considered in the Nambu–Jona-Lasinio model with different regularization schemes. An influence of the regularization scheme and parameter sets on the phase diagram of dense matter was investigated. It was mentioned that the first order phase transition disappears at certain parameters set when the Pauli–Villars regularization is used.

PACS: 11.30.Rd; 12.20.Ds; 14.40.Be

ВВЕДЕНИЕ

Исследование фазовой диаграммы плотной и горячей ядерной материи является одной из основных задач квантовой хромодинамики (КХД) при конечных температуре и плотности. Согласно КХД, поведение адронной материи при низких температурах и плотностях должно характеризоваться спонтанным нарушением киральной симметрии с одной стороны и цветовым конфайнментом с другой. При увеличении температуры и/или плотности должно наблюдаться восстановление киральной симметрии и деконфайнмент. Киральный фазовый переход, согласно данным, полученным из расчетов на решетке, происходит при температуре $T_c^{\text{lat}} \sim (0,154 \pm 0,009)$ ГэВ [1] для случая с ароматами $2 + 1$ и $0,170$ ГэВ для случая с двумя ароматами [2] и должен совпадать с переходом типа «деконфайнмент». Но природа фазовых переходов до сих пор остается неясной. Расчеты на решетке в чисто калибровочном секторе показывают фазовый переход первого рода [3], а при включении легких кварков — переход типа «кроссовер». Расчеты на решетке затруднены в области конечного химического потенциала в связи с возникновением так называемой проблемы знака. В последних работах эта проблема решается, например, введением комплексного химического потенциала для двух ароматов [4].

¹E-mail: avfriesen@theor.jinr.ru

Эти сложности стали одной из причин развития эффективных КХД мотивированных моделей типа модели Намбу–Йона-Лазинио (НИЛ) [5, 6] и линейной σ -модели [7] как предельных случаев КХД при низких энергиях. Модель НИЛ дает простую и практическую иллюстрацию к основным механизмам, приводящим к спонтанному нарушению киральной симметрии, но не объясняет второе свойство КХД — конфайнмент кварков. Тем не менее модель типа НИЛ активно используется для описания динамики легких адронов и термодинамических свойств ядерной материи [8–12] при конечных температурах и плотности.

В рамках модели НИЛ, в киральном пределе, когда токовые массы кварков равны нулю, исследования [13, 14] показали киральный фазовый переход от голдстоуновской фазы к вигнеровской фазе при конечных T и μ . Однако и здесь нет полного согласия: в работе [13] авторы показали фазовый переход второго рода, в то время как в [14] предполагается фазовый переход первого рода при низких температурах и фазовый переход второго рода при более высоких температурах. Когда токовая масса кварка конечна, в [8–12] показан фазовый переход типа «кроссовер» при высоких температурах, заканчивающийся критической точкой и переходящий в фазовый переход первого рода при низких температурах и больших значениях химического потенциала. Учет векторного взаимодействия в модели типа НИЛ и ее производных (модель НИЛ с петлей Полякова) может привести к случаю, когда фазовый переход первого рода в системе и вовсе исчезает [15–17].

В данной работе рассматривается модель НИЛ с двумя ароматами кварков. Так как модель НИЛ не описывает конфайнмент кварков, КХД мотивированные варианты этой модели требуют регуляризации. В работе рассмотрены наиболее часто используемые способы регуляризации: трехмерное обрезание по импульсу и регуляризация Паули–Вилларса. Показано, что типы фазовых переходов, описываемые моделью НИЛ, зависят как от способа регуляризации, так и от выбора параметров. Для некоторого набора параметров при регуляризации Паули–Вилларса фазовый переход первого рода исчезает даже без наличия в системе векторного взаимодействия.

В разд. 1 рассмотрена модель НИЛ при $T = 0$ и $\mu = 0$ и различные способы регуляризации. Приведены результаты численных расчетов и сравнение параметров.

В разд. 2 проведено обобщение модели НИЛ на случай конечных температур и плотностей. Рассмотрена термодинамика модели, и проведен расчет критических точек фазовой диаграммы.

В заключении приведено обсуждение полученных результатов.

1. МОДЕЛЬ НАМБУ–ЙОНА-ЛАЗИНИО

Лагранжиан модели Намбу–Йона-Лазинио (НИЛ) с двумя кварками (u, d) имеет вид [5, 11, 14, 18]:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q}(i\not{\partial} - \hat{m}_0)q + G[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2], \quad (1)$$

где G — четырехкварковая константа связи; \bar{q} и q — кварковые поля; \hat{m}_0 — диагональная матрица, $\hat{m}_0 = \text{diag}(m_u^0, m_d^0)$, $m_u^0 = m_d^0$ — токовые массы кварков; τ — матрицы Паули в пространстве $SU(2)$. В выражениях $(\bar{q} \cdot q)$ подразумевается суммирование по цветам кварков, $N_c = 3$. Лагранжиан (1) инвариантен относительно $SU(2) \times SU(2)$ и воспроизводит все теоремы низкоэнергетической физики.

Процесс образования конstituентной массы кварка в модели НИЛ объясняется перестройкой вакуума в результате спонтанного нарушения киральной симметрии [12] и определяется как решение самосогласованного уравнения щели в приближении среднего поля [9]:

$$m = m_0 - 2G\langle\bar{q}q\rangle. \quad (2)$$

Кварковый конденсат $\langle\bar{q}q\rangle$ представляет собой кварковую петлю, в которой проведено суммирование по всем дискретным и интегрирование по непрерывным переменным кварковых полей:

$$\langle\bar{q}q\rangle = 4iN_cN_fm \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m^2} = 4N_cN_fmI_1, \quad (3)$$

$N_f = 2$ — число ароматов кварков.

В модели НИЛ мезоны вводятся как коллективные моды (кварк-антикварковые связанные состояния). Массы мезонов определяются из уравнения [19]

$$1 - 2G\Pi(k^2)|_{k^2=M^2} = 0, \quad (4)$$

где $\Pi(k^2)$ — поляризационный оператор. Для псевдоскалярных (ps, π -мезон (пион)) и скалярных (s, σ -мезон) мезонов явный вид поляризационных операторов следующий:

$$\Pi_{\text{ps}}(k^2) = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [i\gamma_5\tau^a S(p+k) i\gamma_5\tau^b S(p)], \quad (5)$$

$$\Pi_{\text{s}}(k^2) = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [iS(p+k) iS(p)]; \quad (6)$$

$S(p) = i(\hat{p} - m)^{-1}$ — кварковый пропагатор. Поляризационные операторы могут быть представлены в терминах интегралов I_1 и $I(k^2)$:

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{ps}}(k^2) &= 4N_cN_fi \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m^2} - \\ &- 2N_cN_fi \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{k^2}{(p^2 - m^2)((p+k)^2 + m^2)} = 4N_cN_fI_1 - 2N_cN_fk^2I(k^2), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{s}}(k^2) &= 4N_cN_fi \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m^2} - \\ &- 2N_cN_fi \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{k^2 - 4m^2}{(p^2 - m^2)((p+k)^2 + m^2)} = 4N_cN_fI_1 - 2N_cN_f(k^2 - 4m^2)I(k^2). \end{aligned} \quad (8)$$

Из уравнения (7) видно, что в киральном пределе, когда $m_u^0 = m_d^0 = 0$ и $k^2 = M_\pi^2 = 0$, оно совпадает с уравнением (2) и киральная симметрия восстанавливается.

Кварк-мезонная константа связи также определяется из поляризационного оператора

$$g_{M\bar{q}q}^{-2}(T, \mu) = \left. \frac{\partial \Pi_{\text{ps/s}}(k^2)}{\partial k^2} \right|_{k^2=M^2}. \quad (9)$$

Интегралы I_1 и $I(k^2)$ являются расходящимися. Для расчета таких интегралов требуется провести процедуру регуляризации. Существует несколько способов регуляризации в модели НИЛ [9]: обрезание интегралов по трехмерному импульсу, четырехмерная регуляризация [9, 20, 21] и регуляризация Паули–Вилларса [22, 23]. В работе рассматриваются два типа регуляризаций: обрезание интегралов по трехмерному импульсу и регуляризация Паули–Вилларса.

1.1. Обрезание по трехмерному импульсу. Этот способ регуляризации подразумевает ограничение области интегрирования в импульсном пространстве $\mathbf{p}^2 < \Lambda^2$. Например, после интегрирования по p_0 интеграл I_1 примет вид

$$I_1 = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\sqrt{p^2 + m^2}} \rightarrow \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\Lambda \frac{p^2 dp}{\sqrt{p^2 + m^2}}. \quad (10)$$

Уравнение щели (2) после введения параметра обрезания Λ записывается как

$$m = m_0 + 4N_c N_f G m \int_0^\Lambda \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_p}, \quad (11)$$

где $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ — энергия кварка, и интеграл в правой части уравнения имеет простую аналитическую форму:

$$\int_0^\Lambda \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_p} = \frac{1}{4\pi^2} \left(\Lambda \sqrt{m^2 + \Lambda^2} - m^2 \operatorname{arcsch} \left(\frac{\Lambda}{m} \right) \right). \quad (12)$$

1.2. Метод регуляризации Паули–Вилларса. Особенностью метода регуляризации Паули–Вилларса [9, 22–24] является то, что такой способ регуляризации сохраняет калибровочную инвариантность теории (за исключением случая неабелевых калибровочных теорий). Сама процедура заключается в замене подынтегральной функции суммой модифицированных функций

$$f^{\text{reg}}(m, p) = \sum_a C_a f(M_a, p)$$

с параметрами, удовлетворяющими условиям $\sum_a C_a = 0$, $\sum_a C_a M_a^2 = 0$, где величины M_a несут смысл масс тяжелых вспомогательных частиц и определяются через параметр Λ как

$$M_a^2 = m^2 + \alpha_a \Lambda^2.$$

Чаще всего выбирают сумму с набором параметров $\alpha_a = (0, 2, 1)$, $C_a = (1, 1, -2)$ [9, 25, 26]:

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} f(m, p) \rightarrow \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(f(m, p) + f(\sqrt{m^2 + 2\Lambda^2}, p) - 2f(\sqrt{m^2 + \Lambda^2}, p) \right). \quad (13)$$

Подставляя явный вид функции $f(m, p) = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \right)^{-1}$, получаем

$$I_1 = \frac{1}{16\pi^2} \left(m^2 \ln \left(\frac{m^2}{m^2 + \Lambda^2} \right) + (m^2 + 2\Lambda^2) \ln \left(\frac{m^2 + 2\Lambda^2}{m^2 + \Lambda^2} \right) \right). \quad (14)$$

Таблица 1. Параметры модели НИЛ

Метод регуляризации	m_0 , МэВ	Λ , ГэВ	G , ГэВ ⁻²	F_π , ГэВ	m_π , ГэВ	m , ГэВ
А						
3D	5,5	0,639	5,227	0,092	0,139	0,319
PV	5,4	0,788	5,11	0,092	0,132	0,319
В						
3D	5,6	0,646	5,56	0,099	0,141	0,394
PV	6,77	0,8	5,45	0,111	0,140	0,395

Таким образом, при любой регуляризации в модели НИЛ существуют три параметра: m_0 , G , Λ . Эти параметры фиксируются из значений физических величин: константы распада пиона, которая определяется экспериментально из распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ и равна $F_\pi = 0,092$ ГэВ, плотности кваркового конденсата $\langle \bar{q}q \rangle^{-1/3} = -0,25$ ГэВ [27] и значения массы пиона $M_\pi = 0,14$ ГэВ. Самосогласованное решение уравнений шели, уравнения на массу связанного состояния и константы распада пиона позволяет вычислить необходимые параметры. Результаты численных расчетов представлены в табл. 1.

Параметры модели, приведенные в табл. 1, численно определены так, чтобы при рассматриваемых методах регуляризации совпадали конституентные массы кварков. Представлены два набора параметров. Параметры для трехмерной регуляризации (3D) взяты из [28] (набор А), а параметры для регуляризации Паули–Вилларса (PV) соответствуют параметрам, приведенным в работе [29] (набор В). Из таблицы видно, что для набора параметров А получается хорошее согласие с воспроизведением F_π , M_π , m , а для В не удается удовлетворительно получить F_π .

2. МОДЕЛЬ НАМБУ–ЙОНА-ЛАЗИНИО ПРИ КОНЕЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРЕ И ПЛОТНОСТИ

Для обобщения модели НИЛ на случай конечных температуры и плотности в интегралах I_1 и $I(k^2)$ при интегрировании по p_0 производится замена

$$\int \frac{dp_0}{2\pi} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \rightarrow iT \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}$$

с $p_0 = i\omega_n + \mu$, где $\omega_n = (2n+1)\pi T$ — частота Мацубары, а μ — химический потенциал. После суммирования по ω_n интегралы I_1 и $I(k^2)$ примут вид

$$I_1 = \int \frac{p^2 dp}{4\pi^2} \frac{1}{E_p} (1 - f(E_p) - \bar{f}(E_p)), \quad (15)$$

$$I(k^2) = \int \frac{p^2 dp}{2\pi^2} \frac{1}{E(k^2 - 4E_p^2)} (1 - f(E_p) - \bar{f}(E_p)), \quad (16)$$

где

$$f(E_p) = \frac{1}{1 + e^{(E_p - \mu)/T}}, \quad \bar{f}(E_p) = \frac{1}{1 + e^{(E_p + \mu)/T}}$$

— функции Ферми для кварков. В интегралах часть, содержащая экспоненты, является сходящейся. В случае регуляризации Паули–Вилларса интегралы делят на вакуумную,

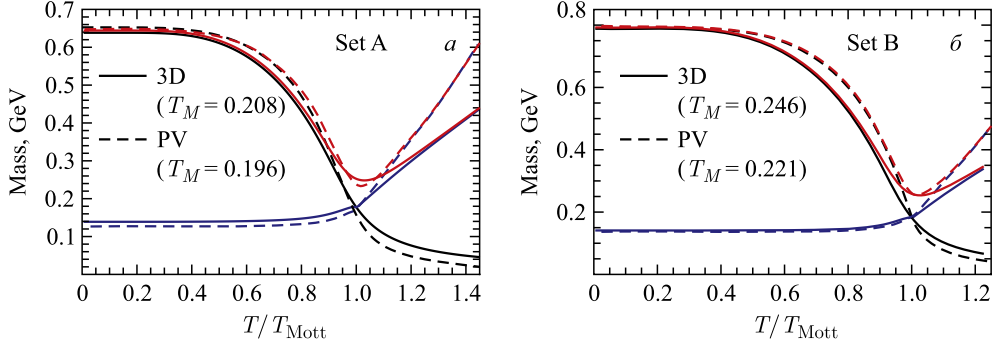


Рис. 1. Температурная зависимость масс кварков и мезонов для двух способов регуляризации при $\mu = 0$. *a*) Результаты для набора параметров А: $M_\sigma = 0,644$ (3D) и $0,645$ (PV) ГэВ. *б*) Результаты для параметров набора В: $M_\sigma = 0,793$ (3D) и $0,7934$ (PV) ГэВ

расходящуюся часть, которую необходимо регуляризовать, и температурную, сходящуюся часть, которая считается отдельно.

На рис. 1 показано поведение масс кварков, массы пиона и σ -мезона как функций температуры. Значения масс получены из самосогласованного решения уравнения щели (2) и уравнения (4) для π - и σ -мезона для наборов параметров, приведенных в табл. 1. Температура нормирована на T_{Mott} , которая определяется из условия $2m(T = T_{\text{Mott}}) = M_\pi(T = T_{\text{Mott}})$. Ее значение для каждого случая указано на рисунке.

Из рисунка видно изменение масс с ростом температуры. Когда $T > T_{\text{Mott}}$, пион превращается в резонансное состояние кварка и антикварка, его масса и ширина начинают расти. Масса пиона становится близкой к массе σ -мезона, а масса кварка стремится к ее токовому значению. Восстановление киральной симметрии при $\mu = 0$ происходит при температуре, превышающей так называемую псевдокритическую температуру T_c . В данной работе значения $T_c^{\text{PV}} = 0,186, 0,211$ ГэВ и $T_c^{3\text{D}} = 0,192, 0,2265$ ГэВ для набора параметров А и В соответственно.

Для описания термодинамики рассмотрим большой термодинамический потенциал. В модели НИЛ он имеет вид [12, 14, 18]

$$\Omega_{\text{NJL}} = G\langle\bar{q}q\rangle^2 + \Omega_q, \quad (17)$$

где $\langle\bar{q}q\rangle$ обозначен кварковый конденсат ($\langle\bar{q}q\rangle = \partial\Omega/\partial m_0$) и

$$\Omega_q = -2N_c N_f \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_p - 2N_c N_f T \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [\ln N^+(E_p) + \ln N^-(E_p)], \quad (18)$$

функции

$$N^+(E_p) = 1 + e^{-\beta(E_p - \mu)}, \quad N^-(E_p) = 1 + e^{-\beta(E_p + \mu)},$$

$E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ и $\beta = 1/T$.

Термодинамические величины, такие как давление, плотность кварков, плотность энергии и энтропия, выражаются через термодинамический потенциал (17) как

$$p = -\frac{\Omega}{V}, \quad s = -\left(\frac{\partial\Omega}{\partial T}\right)_\mu, \quad n_q = -\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}\right)_T, \quad \varepsilon = -p + Ts + \mu n_q. \quad (19)$$

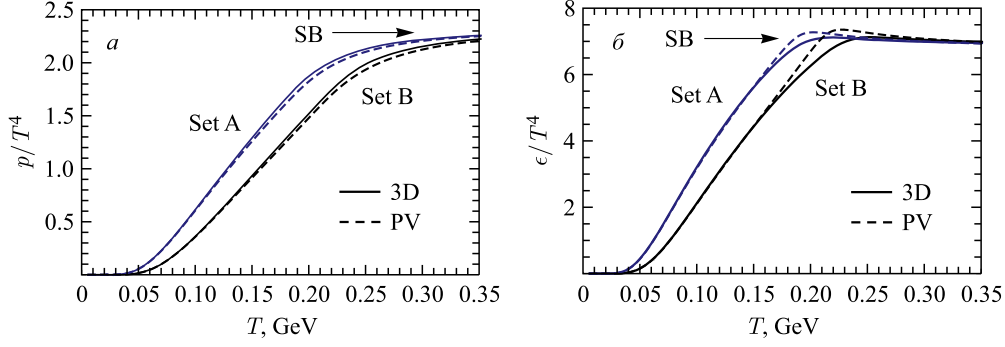


Рис. 2. Нормированные давление и плотность энергии как функции температуры при нулевом химическом потенциале для двух наборов параметров

Так как в (17) и (18) есть вакуумная часть, которая не исчезает при $T \rightarrow 0$, $\mu \rightarrow 0$

$$\Omega_{\text{vac}} = \frac{(m - m_0)^2}{4G} - 2N_c N_f \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_p, \quad (20)$$

для изучения термодинамики системы введем нормированное давление

$$\frac{p}{T^4} = \frac{p(T, \mu, m) - p(0, 0, m)}{T^4}. \quad (21)$$

Нормированные давление и плотность энергии как функции температуры при нулевом химическом потенциале для двух наборов параметров показаны на рис. 2. Интегралы, содержащие функции Ферми, являются сходящимися, их расчет производился при $\Lambda \rightarrow \infty$. Видно, что при $T \rightarrow \infty$ давление стремится к пределу Стефана–Больцмана p_{SB} , который для модели НИЛ определяется как

$$\frac{p_{\text{SB}}}{T^4} = N_c N_f \frac{7\pi^2}{180} \simeq 2,3.$$

Соответствующее значение энергии $\varepsilon_{\text{SB}} = 3p_{\text{SB}}$.

Рассмотрим теперь структуру фазовой диаграммы кварк-адронной материи. Согласно КХД, при низких температуре и плотности должно наблюдаться спонтанное нарушение киральной симметрии и цветовой конфайнмент. При больших температурах и плотностях киральная симметрия восстанавливается и в системе происходит деконфайнмент. Так как модель НИЛ конфайнмент не описывает, фазовая диаграмма будет включать только киральный фазовый переход. Согласно данным, полученным из расчетов на решетке, он должен происходить при температуре $T_c^{\text{lat}} \sim 0,16\text{--}0,19$ ГэВ [1, 2].

В точке фазового перехода термодинамический потенциал должен иметь минимум, определяемый как

$$\frac{\partial \Omega(T, \mu, m)}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega(T, \mu, m)}{\partial m^2} \geq 0. \quad (22)$$

Фазовые диаграммы для двух случаев регуляризации приведены на рис. 3.

В случае, когда токовая масса кварка не равна нулю, кривая кирального перехода определяется как минимум $\partial \langle \bar{q}q \rangle / \partial T$. Данная кривая соответствует фазовому переходу

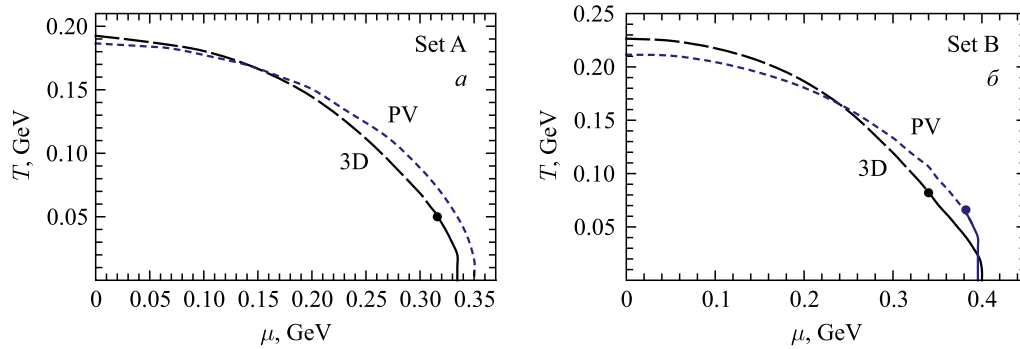


Рис. 3. Фазовые диаграммы. Пунктирные кривые показывают фазовый переход типа «кроссовер», сплошные — фазовый переход первого рода

Таблица 2. Критические температуры модели НИЛ

Метод регуляризации	T_{Mott} , ГэВ	T_c , ГэВ	$T_{\text{СЕР}}(T, \mu)$, ГэВ
А			
3D	0,208	0,186	(0,05, 0,3165)
PV	0,196	0,211	—
В			
3D	0,246	0,192	(0,08, 0,3425)
PV	0,221	0,2265	(0,0655, 0,38)

типа «кроссовер» и с ростом химического потенциала убывает до определенного значения температуры, где она заканчивается критической точкой, после которой кроссовер превращается в фазовый переход первого рода, определяемый как максимум $\partial n_q / \partial \mu$. Значения всех критических температур приведены в табл. 2. Температуры фазового перехода при нулевом химическом потенциале, полученные с использованием набора параметров А для двух способов регуляризации, лучше соответствуют данным расчетов решеточной КХД [1, 2].

Из рис. 3, а видно, что в случае регуляризации Паули–Вилларса фазовый переход первого рода отсутствует. Эти результаты согласуются с результатами, полученными в [23, 24]. Аналогичная ситуация возникает, когда в модель НИЛ (в том числе НИЛ с петлей Полякова [30]) включают векторное взаимодействие. С ростом константы связи векторного взаимодействия область фазового перехода первого рода становится все уже и при определенном ее значении вовсе исчезает [15–17]. Положение критической конечной точки для первого набора параметров в случае трехмерной регуляризации на плоскости (T, μ) определяется как (0,05, 0,3165). Для второго набора параметров критическая конечная точка определяется как (0,08, 0,3425) для трехмерной регуляризации и (0,0655, 0,38) для регуляризации Паули–Вилларса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были рассмотрены два способа регуляризации модели Намбу–Йона-Лазинио: обрезание по трехмерному импульсу ($p^2 < \Lambda^2$) [8–12] и регуляризация Паули–Вил-

ларса [9, 23, 24, 26]. Два набора параметров модели фиксировались исходя из значений физических наблюдаемых величин и подбирались так, чтобы массы конститuentных кварков, образующих связанное состояние, совпадали для двух способов регуляризации. Параметры представлены в табл. 1. Численные решения уравнения щели и уравнений на массу мезонов воспроизводят все температурные зависимости $m(T)$, $M_\pi(T)$, $M_\sigma(T)$ и описывают восстановление киральной симметрии вне зависимости от выбора способа регуляризации. Особое внимание в работе уделено структуре фазовой диаграммы адронного вещества. Показано, что выбор способа регуляризации влияет на поведение системы значительно меньше, чем выбор набора параметров. Значения критических температур, характерных для модели, отличаются для различных способов регуляризации (см. табл. 2). Отмечено также, что при использовании регуляризации Паули–Вилларса и набора параметров A в системе исчезает фазовый переход первого рода. В работах [15–17] было показано, что такая ситуация в модели НИЛ (и модели НИЛ с петлей Полякова) с трехмерной регуляризацией возможна в случае наличия в системе сильного векторного взаимодействия.

Благодарности. Авторы выражают благодарность Д. Блашке. Работа Ю.Л. Калиновского поддержана грантом РФФИ № 13-01-00060а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bazavov A. et al.* The Chiral and Deconfinement Aspects of the QCD Transition // *Phys. Rev. D*. 2012. V. 85. P. 054503; arXiv:1111.1710 [hep-lat].
2. *Ejiri S.* Lattice QCD at Finite Temperature // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 2009. V. 94. P. 19.
3. *Kogut J. et al.* Deconfinement and Chiral Symmetry Restoration at Finite Temperatures in $SU(2)$ and $SU(3)$ Gauge Theories // *Phys. Rev. Lett.* 1983. V. 50. P. 393–396; Quark and Gluon Latent Heats at the Deconfinement Phase Transition in $SU(3)$ Gauge Theory // *Ibid.* V. 51. P. 869–872.
4. *Wu L. K., Luo X. Q., Chen H. S.* Phase Structure of Lattice QCD with Two Flavors of Wilson Quarks at Finite Temperature and Chemical Potential // *Phys. Rev. D*. 2011. V. 76. P. 034505-1–034505-10.
5. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity I, II // *Phys. Rev.* 1961. V. 122. P. 345; V. 124. P. 246.
6. *Volkov M. K.* Meson Lagrangians in a Superconductor Quark Model // *Ann. Phys.* 1984. V. 157. P. 282–303.
7. *Gell-Mann M., Levi M.* The Axial Vector Current in Beta Decay // *Nuovo Cim.* 1960. V. 16. P. 705–726.
8. *Vogl U., Weise W.* The Nambu and Jona-Lasinio Model: Its Implications for Hadrons and Nuclei // *Progr. Part. Nucl. Phys.* 1991. V. 27. P. 195–272.
9. *Klevansky S. P.* The Nambu–Jona-Lasinio Model of Quantum Chromodynamics // *Rev. Mod. Phys.* 1992. V. 64. P. 649–708.
10. *Hatsuda T., Kunihiro T.* QCD Phenomenology Based on a Chiral Effective Lagrangian // *Phys. Rep.* 1994. V. 27. P. 221–367.
11. *Buballa M.* NJL-Model Analysis of Dense Quark Matter // *Phys. Rep.* 2005. V. 407. P. 205–376.
12. *Волков М. К., Раджабов А. Е.* Модель Намбу–Йона-Лазинио и ее развитие // *УФН*. 2006. Т. 176. С. 569–580.
13. *Hatsuda T., Kunihiro T.* Fluctuation Effects in Hot Quark Matter: Precursors of Chiral Transition at Finite Temperature // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 55. P. 158–161.

14. Asakawa M., Yazaki K. // Nucl. Phys. A. 1989. V. 504. P. 668.
15. Friesen A. V., Kalinovsky Yu. L., Toneev V. D. Impact of the Vector Interaction on the Phase Structure of QCD Matter. arXiv:1412.6872.
16. Kashiwa K. et al. Critical Endpoint in the Polyakov-Loop Extended NJL Model // Phys. Lett. B. 2008. V. 662. P. 26–32.
17. Hatsuda T., Kunihiro T. QCD Phenomenology Based on a Chiral Effective Lagrangian // Phys. Rep. 1994. V. 247. P. 221–367.
18. Hüfner J., Klevansky S. P., Zhuang P. Thermodynamics of a Quark Plasma in the Mean Field // Acta Phys. Polon. B. 1994. V. 25. P. 85–98.
19. Salpeter E. E., Bethe H. A. A Relativistic Equation for Bound-State Problems // Phys. Rev. 1951. V. 84, No. 6. P. 1232–1242.
20. Джафаров П. Г., Рочев В. Е. Две регуляризации — две разные модели Намбу–Йона-Лазинио. Препринт ИФВЭ. 27. Протвино, 2004. 15 с.
21. Джафаров П. К., Рочев В. Е. Разложение среднего поля и мезонные эффекты в киральном конденсате модели Намбу–Йона-Лазинио с аналитической регуляризацией. Препринт ИФВЭ. 23. Протвино, 2003. 14 с.
22. Pauli W., Villars F. On the Invariant Regularization in Relativistic Quantum Theory // Rev. Mod. Phys. 1949. V. 21. P. 434–444.
23. Florkowski W. Description of Hot Compressed Hadronic Matter Based on an Effective Chiral Lagrangian // Acta Phys. Polon. B. 1997. V. 28. P. 2079–2205.
24. Christov Ch. V., Ruiz Arriola E., Goeke K. Meson Properties and Chiral Transition at Finite Temperature and Density in Nambu–Jona-Lasinio Model with Different Regularization Schemes // Acta Phys. Polon. 1991. V. 22. P. 187–202.
25. Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. М.: Мир, 1984.
26. Ishii M. et al. Effective Model to Meson Screening Masses at Finite Temperature // Phys. Rev. D. 2014. V. 89. P. 071901-1–071901-15.
27. Reinders L., Rubinstein J. H., Yazaki S. // Phys. Rep. 1985. V. 127. P. 2.
28. Friesen A. V., Kalinovsky Yu. L., Toneev V. D. Effects of Model Parameters in Thermodynamics of the PNJL Model // Intern. J. Mod. Phys. A. 2012. V. 27. P. 1250013-1–1250013-15.
29. Oertel M. Investigation of Meson Loop Effects in the Nambu–Jona-Lasinio Model. arXiv:hep-ph/0012224v1.
30. Ratti C., Thaler M. A., Weise W. Phases of QCD: Lattice Thermodynamics and a Field Theoretical Model // Phys. Rev. D. 2006. V. 73. P. 014019-1–014019-10.