Письма в ЭЧАЯ. 2015. Т. 12, № 7(198). С. 1255–1263

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ЧАСТИЦ СПИНА ЕДИНИЦА В ФОРМАЛИЗМЕ ДАФФИНА–КЕММЕРА–ПЕТЬЮ

Н. В. Максименко [а], *Е. В. Вакулина* [б], *С. М. Кучин* [б, 1]

[а] Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Белоруссия
[б] Филиал Брянского государственного университета им. академика И. Г. Петровского, Новозыбков, Россия

В данной работе в формализме Даффина–Кеммера–Петью на основе ковариантной модели, учитывающей наведенные дипольные моменты частицы спина единица, получены релятивистски-инвариантные феноменологические лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами. Показано, что в предложенной ковариантной модели с учетом перекрестной симметрии, законов сохранения четности и калибровочной инвариантности определенные поляризуемости частицы спина единица вносят вклад в разложение амплитуды комптоновского рассеяния, начиная с соответствующих порядков по частоте излучения в согласии с низкоэнергетическими теоремами для этого процесса.

In this paper we proposed a relativistic-invariant definition of the polarizabilities of the vector particle, which is based on the construction of a covariant induced dipole moments and phenomenological effective Lagrangian of interaction of electromagnetic fields with these moments. It is shown that in the proposed model taking into account the cross-symmetry, the laws of conservation of parity and gauge invariance of certain polarizability vector particles contribute to the expansion of the amplitude of Compton scattering, since the relevant orders of the radiation frequency.

PACS: 11.10.Ef

ВВЕДЕНИЕ

Низкоэнергетические теоремы, в основе которых лежат общие принципы релятивистской квантовой теории и разложения амплитуды комптоновского рассеяния по энергии фотонов, играют важную роль в понимании взаимодействия электромагнитного поля с элементарными частицами. На основе этих теорем возникает возможность последовательного анализа определенных электродинамических моделей взаимодействия поля с элементарными частицами с учетом их структурности.

В последнее время большое внимание отводится экспериментальным и теоретическим исследованиям поляризуемостей адронов [1]. Поляризуемости отражают особенности структурности частиц, которые проявляются либо при комптоновском рассеянии реальных и виртуальных фотонов, либо при таком взаимодействии частиц, которое связано с рождением фотонов. Как известно, электрическая и магнитная поляризуемости адронов в основном считаются коэффициентами, посредством которых устанавливается пропорциональность между наведенными дипольными моментами с векторами напряженностей

[1] E-mail: kuchinsm@mail.ru

электрического и магнитного полей [1]. Эти величины вносят вклад в структуры второго порядка по энергии фотонов амплитуды комптоновского рассеяния на адронах [2].

Для более достоверного определения поляризуемостей адронов используется достаточно широкий класс электродинамических процессов, в которых реализуется рассеяние реальных и виртуальных фотонов, а также двухфотонное рождение в адрон-адронных взаимодействиях. В связи с этим возникает задача последовательного ковариантного определения вклада поляризуемостей в амплитуды и сечения электродинамических процессов на адронах [1, 4].

Решение подобных задач возможно выполнить в рамках теоретико-полевого ковариантного подхода описания взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом их поляризуемостей. В работах [5–10] активно развивались ковариантные методы описания взаимодействия электромагнитного поля с адронами, в которых электромагнитные характеристики частиц являются основополагающими.

Эффективный ковариантный лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицами спина половина с учетом поляризуемостей, предложенный в [5, 11], недавно был использован для фитирования экспериментальных данных по комптоновскому рассеянию на протоне в энергетической окрестности рождения $\Delta(1232)$-резонанса [12].

В настоящее время имеется целый ряд теоретических работ, посвященных введению и оценке спиновых поляризуемостей адронов спина $1/2$, например, таких как [1, 3, 13–15], которые вносят вклад в разложение амплитуды комптоновского рассеяния при энергии фотонов в третьем порядке.

Как отмечено в работе [3], на данный момент не найден простой электродинамический аналог физической интерпретации спиновых поляризуемостей адронов. Однако двум из четырех спиновых поляризуемостей, которые были введены в [5], дана физическая интерпретация [16], а в работе [7] приведены первые численные оценки этих поляризуемостей, согласующихся с результатами современных расчетов [1].

Наряду с исследованием поляризуемостей адронов спина $1/2$ в ряде работ представлены результаты определения и оценки поляризуемостей частиц спина единица [19, 17, 18]. В работе [19] получены низкоэнергетические теоремы для комптоновского рассеяния на частице спина 1, на основе которых, используя методы описания вклада поляризуемостей частиц спина $1/2$ в амплитуды и сечения электродинамических процессов, можно получить релятивистски-инвариантные лагранжианы и амплитуды двухфотонного взаимодействия с учетом поляризуемостей частиц спина 1. Решению этой задачи и посвящена данная работа.

В настоящей работе в рамках ковариантного теоретико-полевого подхода с использованием метода из работ [6, 20] получен лагранжиан и амплитуды комптоновского рассеяния на частицах спина единица в формализме Даффина–Кеммера–Петью с учетом их поляризуемостей.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИ-ИНВАРИАНТНОЙ СПИНОВОЙ СТРУКТУРЫ АМПЛИТУДЫ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ НА ЧАСТИЦЕ СПИНА ЕДИНИЦА

Определим амплитуду рассеяния электромагнитного поля в области низких энергий в дипольном приближении и получим интерпретацию констант C_1, C_2, C_3 и C_4 спиновой структуры амплитуды рассеяния [19]. Реализацию релятивистски-полевого обобщения низкоэнергетической амплитуды выполним в рамках ковариантного формализма Даффина–Кеммера–Петью.

Чтобы получить низкоэнергетическую амплитуду рассеяния электромагнитного поля на спиновой частице с учетом поляризуемостей, будем следовать работе [21]. Однако при определении наведенных дипольных электрического $\mathbf{d}$ и магнитного $\mathbf{m}$ моментов через векторы электрической $\mathbf{E}$ и магнитной $\mathbf{H}$ напряженностей электромагнитного поля используем соотношения [22]

$$\mathbf{d} = 4\pi\hat{\alpha}\mathbf{E}, \tag{1}$$

$$\mathbf{m} = 4\pi\hat{\beta}\mathbf{H}, \tag{2}$$

где $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ — матрицы, матричные элементы которых являются тензорами электрической и магнитной поляризуемостей. Диагональные элементы этих матриц выражаются через скалярные электрическую и магнитную поляризуемости:

$$\alpha_{ij} = \alpha_1\delta_{ij}, \quad \beta_{ij} = \beta_1\delta_{ij}.$$

Низкоэнергетическую амплитуду рассеяния электромагнитного поля в дипольном приближении можно получить из соотношения

$$\frac{|\mathbf{H}_0|}{R}M(\mathbf{n}_2) = (\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}[\mathbf{H}_R\mathbf{n}_2]),$$

где $M(\mathbf{n}_2)$ — амплитуда рассеяния электромагнитного поля; R — расстояние, на котором определяется рассеянная электромагнитная волна; $\mathbf{H}_R$ — вектор напряженности магнитного поля рассеянной волны; $|\mathbf{H}_0|$ — модуль вектора напряженности падающей волны; $\mathbf{n}_2 = \mathbf{k}_2/|\mathbf{k}_2|, \mathbf{e}^{(\lambda_2)}$ и $\mathbf{k}_2$ — вектор поляризации и волновой вектор рассеянной волны соответственно.

Воспользовавшись определением $\mathbf{H}_R$ согласно [21, с. 285], а также соотношением

$$\mathbf{E}_R = [\mathbf{H}_R\mathbf{n}_2],$$

где $\mathbf{E}_R$ — вектор напряженности электрического поля рассеянной волны, получим амплитуду рассеяния с учетом поляризуемостей:

$$\begin{aligned} M(\mathbf{n}_2) = 4\pi\omega^2\{&(\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\hat{\alpha}\mathbf{e}^{(\lambda_1)}) + (\mathbf{n}_2\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\mathbf{n}_1\hat{\beta}\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*} + (\mathbf{n}_1\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*})(\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\hat{\beta}\mathbf{n}_2) - \\ &- (\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\mathbf{n}_1\hat{\beta}\mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1\mathbf{n}_2)(\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\hat{\beta}\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}) + [(\mathbf{n}_2\mathbf{n}_1)(\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{e}^{(\lambda_1)}) - \\ &- (\mathbf{n}_2\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\mathbf{n}_1\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*})]\,\mathrm{Sp}\,(\hat{\beta})\}. \end{aligned} \tag{3}$$

В выражении (3) введены следующие обозначения: ω — частота фотонов; $\mathbf{n}_1 = \mathbf{k}_1/|\mathbf{k}_2|$, $\mathbf{e}^{(\lambda_1)}$ и $\mathbf{k}_1$ — вектор поляризации и волновой вектор падающей волны соответственно.

Из определения $\mathbf{d}$ и $\mathbf{m}$ согласно (1) и (2) следует, что $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ должны удовлетворять условию эрмитовости. Учитывая это условие, а также алгебру операторов спина единица $\hat{S}_j$ [19]:

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\delta_{ijk}\hat{S}_k, \tag{4}$$

$$\hat{S}_i\hat{S}_j\hat{S}_k = i\delta_{ijk} + \frac{1}{2}(\hat{S}_j\delta_{jk}) + \frac{i}{2}\delta_{ikl}(\hat{S}_j\hat{S}_l + \hat{S}_l\hat{S}_j), \tag{5}$$

операторы $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ можно представить в виде [6, 23]:

$$\alpha_{ij} = \alpha_1\delta_{ij} + i\alpha_2\delta_{ijk}\hat{S}_k + \bar{\bar{\alpha}}(\hat{S}_i\hat{S}_j + \hat{S}_j\hat{S}_i), \tag{6}$$

$$\beta_{ij} = \beta_1\delta_{ij} + i\beta_2\delta_{ijk}\hat{S}_k + \bar{\bar{\beta}}(\hat{S}_i\hat{S}_j + \hat{S}_j\hat{S}_i), \tag{7}$$

где i, j, k и l принимают значения $1, 2, 3$, а δ_{ijk} — трехмерный тензор Леви–Чивита.

В определениях (6) и (7) α_1 и β_1 — дипольные электрические и магнитные поляризуемости, $\bar{\bar{\alpha}}$ и $\bar{\bar{\beta}}$ — тензорные поляризуемости, а α_2 и β_2 — спиновые дипольные поляризуемости, вклад которых в амплитуду комптоновского рассеяния отличен от нуля в третьем порядке по энергии фотонов (вследствие требования перекрестной симметрии).

Таким образом, подставляя в (3), (6) и (7), в которых учитывается вклад поляризуемостей α_1, β_1, $\bar{\bar{\alpha}}$ и $\bar{\bar{\beta}}$, получим амплитуду рассеяния во втором порядке по энергии фотонов:

$$M = M(\alpha_1, \beta_1) + M(\bar{\bar{\alpha}}, \bar{\bar{\beta}}). \tag{8}$$

В этом выражении введены определения:

$$M(\alpha_1, \beta_1) = 4\pi\omega^2\Big[\alpha_1(\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}) + \beta_1([\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{n}_2][\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\mathbf{n}_1])(\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)})\Big], \tag{9}$$

$$M(\bar{\bar{\alpha}}, \bar{\bar{\beta}}) = 4\pi\omega^2\Big[\bar{\bar{\alpha}}\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\big\{(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{e}^{(\lambda_1)}), (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*})\big\}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)} + \\ + \bar{\bar{\beta}}\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\big\{(\hat{\mathbf{S}}[\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\mathbf{n}_1]), (\hat{\mathbf{S}}[\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{n}_2])\big\}\lambda^{(r_1)}\Big]. \tag{10}$$

В (9) и (10) введены векторы поляризации частицы спина 1 $\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}$ и $\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)}$, которые являются собственными векторами операторов $\hat{\mathbf{S}}^2$ и $\hat{S}_3$, фигурные скобки обозначают соотношения операторов $\{\hat{a}, \hat{b}\} = \hat{a}\hat{b} + \hat{b}\hat{a}$. Отметим, что при получении структуры (10) из (3) было использовано соотношение

$$(\hat{\mathbf{S}}[\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\mathbf{n}_1]), (\hat{\mathbf{S}}[\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{n}_2]) = \hat{\mathbf{S}}^2([\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{n}_2][\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\mathbf{n}_1]) + (\mathbf{n}_2\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\mathbf{n}_1\hat{\mathbf{S}})(\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\hat{\mathbf{S}}) + \\ + (\mathbf{n}_1\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*})(\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\hat{\mathbf{S}})(\mathbf{n}_2\hat{\mathbf{S}}) - (\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\mathbf{n}_1\hat{\mathbf{S}})(\mathbf{n}_2\hat{\mathbf{S}}) - (\mathbf{n}_1\mathbf{n}_2)(\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\hat{\mathbf{S}})(\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\hat{\mathbf{S}}).$$

Спиновая структура (8) совпадает с неборновской частью амплитуды, которая является следствием низкоэнергетической теоремы, а константы C_i определяются следующим образом [19]:

$$C_1 = \alpha_1, \quad C_2 = \beta_1, \quad C_3 = \bar{\bar{\alpha}} \quad \text{и} \quad C_4 = \bar{\bar{\beta}}.$$

Перейдем теперь к определению релятивистски-инвариантной спиновой структуры амплитуды комптоновского рассеяния на частице спина единица на основе ковариантного представления (6) и (7) согласно работе [6].

Уравнения Даффина–Кеммера–Петью для свободной частицы спина единица имеют вид

$$(\beta_\mu \overrightarrow{\partial}_\mu + m)\psi(x) = 0, \tag{11}$$

$$\bar{\psi}(x)(\beta_\mu \overleftarrow{\partial}_\mu - m) = 0, \tag{12}$$

где $\psi(x)$ и $\bar{\psi(x)}$ — десятимерные функции частиц; $\eta = 2(\beta_4^{(10)})^2 - I$, векторы над производными ∂_μ указывают направление их действия, а четырехмерный вектор определяется компонентами $a_\mu\{\mathbf{a}, ia_0\}$. В уравнениях (11) и (12) β_μ — десятимерные матрицы Даффина–Кеммера–Петью, которые удовлетворяют перестановочным соотношениям:

$$\beta_\mu\beta_\nu\beta_\rho + \beta_\rho\beta_\nu\beta_\mu = \delta_{\mu\nu}\beta_\rho + \delta_{\rho\nu}\beta_\mu. \tag{13}$$

Эффективный лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицей спина единица с учетом поляризуемостей в рамках теоретико-полевого ковариантного подхода имеет вид [6, 9]:

$$L = -\frac{\pi}{2m}\bar{\psi}\Big[\beta_\nu\hat{L}_{\nu\sigma}\overleftrightarrow{\partial}_\sigma + \hat{L}_{\nu\sigma}\beta_\nu\overleftrightarrow{\partial}_\sigma\Big]\psi, \tag{14}$$

где β_ν — десятимерные матрицы, удовлетворяющие (13); $\psi(x)$ — десятимерные волновые функции частицы спина единица, $\overleftrightarrow{\partial}_\sigma = \overrightarrow{\partial}_\sigma - \overleftarrow{\partial}_\sigma$. В определении лагранжиана (14) тензор $\hat{L}_{\nu\sigma}$ выражается через тензоры поляризуемостей

$$\hat{L}_{\nu\sigma} = \hat{L}_{\nu\sigma}(\alpha) + \hat{L}_{\nu\sigma}(\beta), \tag{15}$$

где $\hat{L}_{\nu\sigma}(\alpha) = F_{\nu\mu}\hat{\alpha}_{\mu\rho}F_{\rho\sigma}$, $\hat{L}_{\nu\sigma}(\beta) = \tilde{F}_{\nu\mu}\hat{\beta}_{\mu\rho}\tilde{F}_{\rho\sigma}$, $F_{\nu\mu}$ и $\tilde{F}_{\nu\mu}$ — тензоры электромагнитного поля

$$F_{\nu\mu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad \tilde{F}_{\nu\mu} = \frac{i}{2}\delta_{\nu\mu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}.$$

Тензоры поляризуемостей $\hat{\alpha}_{\mu\rho}$ и $\hat{\beta}_{\mu\rho}$ являются ковариантным обобщением соотношений (6) и (7)

$$\hat{\alpha}_{\mu\rho} = \alpha\delta_{\mu\rho} + \bar{\bar{\alpha}}(\hat{W}_\mu\hat{W}_\rho + \hat{W}_\rho\hat{W}_\mu), \tag{16}$$

$$\hat{\beta}_{\mu\rho} = \beta\delta_{\mu\rho} + \bar{\bar{\beta}}(\hat{W}_\mu\hat{W}_\rho + \hat{W}_\rho\hat{W}_\mu). \tag{17}$$

В определении (16) и (17) использован известный ковариантный спиновый вектор, который выражается через матрицы β_ν следующим образом [24]:

$$W_\mu = -\frac{i}{4m}\delta_{\mu\varkappa\delta\eta}\hat{J}^{[\delta\eta]}\overleftrightarrow{\partial}_\varkappa,$$

где $\hat{J}^{[\delta\eta]} = \beta_\delta\beta_\eta - \beta_\eta\beta_\delta$.

Определим S — матричный элемент и амплитуды комптоновского рассеяния на частице спина единица с учетом вкладов поляризуемостей $\alpha, \beta, \bar{\bar{\alpha}}$ и $\bar{\bar{\beta}}$ на основе лагранжиана (14) [24]:

$$\langle k_2, p_2|\hat{S}|k_1, p_1\rangle = \frac{im\delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2)}{(2\pi)^2\sqrt{4\omega_1\omega_2E_1E_2}}M, \tag{18}$$

где M — амплитуда комптоновского рассеяния, которая является суммой двух амплитуд $M(\alpha, \beta)$ и $M(\bar{\bar{\alpha}}, \bar{\bar{\beta}})$:

$$M = M(\alpha, \beta) + M(\bar{\bar{\alpha}}, \bar{\bar{\beta}}). \tag{19}$$

Амплитуда $M(\alpha, \beta)$ комптоновского рассеяния с учетом лагранжиана (14) имеет вид

$$M(\alpha, \beta) = \left(-\frac{2\pi i}{m}\right)\Big\{\alpha\Big[F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)}_{\mu\sigma} + F^{(1)}_{\nu\mu}F^{(2)}_{\mu\sigma}\Big] + \\ + \beta\Big[\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)}_{\mu\sigma} + \tilde{F}^{(1)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(2)}_{\mu\sigma}\Big]\Big\}P_\sigma\bar{\psi}^{(r_2)}(p_2)\beta_\nu\psi^{(r_1)}(p_1). \tag{20}$$

В (20) введены следующие обозначения:

$$F_{\nu\mu}^{(2)} = k_{2\nu} e_{\mu}^{(\lambda_2)^*} - k_{2\mu} e_{\nu}^{(\lambda_2)^*},$$
$$F_{\mu\sigma}^{(1)} = k_{1\mu} e_{\sigma}^{(\lambda_1)} - k_{1\sigma} e_{\mu}^{(\lambda_1)},$$

в свою очередь, $\tilde{F}^{(2)} = (i/2)\delta_{\nu\mu\varkappa\delta} F_{\varkappa\delta}^{(2)}$, $P_\sigma = (1/2)(p_1 + p_2)_\sigma, p_1$ и p_2 — импульсы начальной и конечной частицы спина единица.

Волновые функции $\psi^{(r)}(p)$ согласно работе [24] представлены в виде

$$\psi^{(r)}(p) = \psi_{\mu}^{(r)}(p)\varepsilon^{\mu 1} + \frac{1}{2}\psi_{[\mu\nu]}^{(r)}(p)\varepsilon^{[\mu\nu]1}. \tag{21}$$

В этом соотношении

$$\psi_{\mu}^{(r)}(p) = \frac{i}{\sqrt{2}}\lambda_{\mu}^{(r)}, \tag{22}$$

$$\psi_{[\mu\nu]}^{(r)}(p) = -\frac{1}{\sqrt{2}m}(p_\mu \lambda_\nu^{(r)} - \lambda_\mu^{(r)} p_\nu), \tag{23}$$

$\lambda_{\mu}^{(r)}$ — компоненты векторов поляризации частицы спина 1, а ε^{AB} — элементы полной матричной алгебры [24]:

$$\left(\varepsilon^{AB}\right)_{CD} = \delta_{AC}\delta_{BD}, \quad \varepsilon^{AB}\varepsilon^{CD} = \delta_{BC}\varepsilon^{AD},$$

для частицы спина 1 индексы $A, B, C, D = \mu, [\rho\sigma]$, квадратные скобки обозначают антисимметрию по индексам ρ и σ.

Если воспользоваться определением десятимерных матриц через элементы полной матричной алгебры ε^{AB} [24]:

$$\beta_\nu = \varepsilon^{\mu[\mu\nu]} + \varepsilon^{[\mu\nu]\mu},$$

учитывая также, что

$$\bar{\psi}^{(r)}(p) = \psi^{+}(p)\eta = \left(-\frac{i}{\sqrt{2}}\right)\left[\dot{\lambda}_{\mu}^{(r)}\varepsilon^{1\mu} + \frac{i}{2m}\varepsilon^{1[\mu\nu]}(p_\mu \dot{\lambda}_\nu^{(r)} - p_\nu \dot{\lambda}_\mu^{(r)})\right],$$

где $\dot{\lambda}_{\mu}^{(r)}\{\lambda_i^{(r)^*}, \lambda_4^{(r)}\}$, нетрудно вычислить матричный элемент

$$\bar{\psi}^{(r_2)}\beta_\nu\psi^{(r_1)} = \frac{i}{2m}\left[(\dot{\lambda}^{(r_2)}p_1)\lambda_\nu^{(r_1)} - (\dot{\lambda}^{(r_2)}\lambda^{(r_1)})p_{1\nu} + (p_2\lambda^{(r_1)})\dot{\lambda}_\nu^{(r_2)} - p_{2\nu}(\dot{\lambda}^{(r_2)}\lambda^{(r_1)})\right]. \tag{24}$$

Теперь из ковариантного вида амплитуды (20) следует выполнение условия перекрестной симметрии относительно фотонов и частиц спина единица, т. е. $M(\alpha, \beta)$ инвариантна относительно замены

$$k_1 \leftrightarrow -k_2, \quad p_1 \leftrightarrow -p_2, \quad \dot{e}^{(\lambda_2)} \leftrightarrow e^{(\lambda_1)}, \quad \dot{\lambda}^{(r_2)} \leftrightarrow \lambda^{(r_1)}.$$

Кроме того, из (20) следует, что вклад поляризуемостей α и β в амплитуду комптоновского рассеяния начинается со второго порядка по частоте излучения.

В самом деле в системе покоя мишени во втором порядке по частоте излучения (20) принимает вид (9).

Чтобы установить вклад $\bar{\bar{\alpha}}$ и $\bar{\bar{\beta}}$ в ковариантное представление амплитуды комптоновского рассеяния, опять воспользуемся эффективным лагранжианом (14). В результате получим

$$M(\bar{\bar{\alpha}},\bar{\bar{\beta}}) = \left(-\frac{i\pi}{m}\right)\left\{\bar{\bar{\alpha}}\left[F^{(2)}_{\nu\mu}F^{(1)}_{\rho\sigma} + F^{(1)}_{\nu\mu}F^{(2)}_{\rho\sigma}\right] + \bar{\bar{\beta}}\left[\tilde{F}^{(2)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(1)}_{\rho\sigma} + \tilde{F}^{(1)}_{\nu\mu}\tilde{F}^{(2)}_{\rho\sigma}\right]\right\} \times \\ \times \bar{\psi}^{(r_2)}(p_2)\left[\beta_\nu\{\hat{W}_\mu,\hat{W}_\rho\} + \{\hat{W}_\mu,\hat{W}_\rho\}\beta_\nu\right]P_\sigma\psi^{(r_1)}(p_1), \quad (25)$$

где $\{\hat{W}_\mu,\, \hat{W}_\rho\} = \hat{W}_{mu}\hat{W}_\rho + \hat{W}_\rho\hat{W}_\mu$,$\hat{W}_\mu = (1/2m)\delta_{\mu\varkappa\delta\eta}P_\varkappa J^{[\delta\eta]}$.

Вычислим амплитуду (25) в системе покоя мишени в пренебрежении импульсом отдачи частицы мишени. В этом приближении

$$\hat{W}_\mu \to \hat{S}_i = -i\delta_{ijk}\beta_j\beta_k, \quad (26)$$

$$\bar{\psi}^{(r_2)}(p_2)\big[\beta_\nu\{\hat{W}_\mu,\hat{W}_\rho\} + \{\hat{W}_\mu,\hat{W}_\rho\}\beta_\nu\big]\psi^{(r_1)}(p_1) \to \\ \to 2\big[\delta_{ij}(\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}) - (\dot{\lambda}_i^{(r_2)}\lambda_j^{(r_1)} + \dot{\lambda}_j^{(r_2)}\lambda_i^{(r_1)})\big]. \quad (27)$$

Если учесть (26) и (27) в (25), то амплитуда принимает вид

$$M(\bar{\bar{\alpha}},\bar{\bar{\beta}}) \approx 4\pi\omega_1\omega_2\big\{\bar{\bar{\alpha}}\big[2(\dot{\mathbf{e}}^{(\lambda_2)}\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}) - \\ - (\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\dot{\mathbf{e}}^{(\lambda_2)})(\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}\mathbf{e}^{(\lambda_1)}) - (\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\mathbf{e}^{(\lambda_1)})(\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}\dot{\mathbf{e}}^{(\lambda_2)})\big] + \bar{\bar{\beta}}\big[2(\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)})(\boldsymbol{\Sigma}_2\boldsymbol{\Sigma}_1) - \\ - (\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\Sigma}_2)(\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}\boldsymbol{\Sigma}_1) - (\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\Sigma}_1)(\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}\boldsymbol{\Sigma}_2)\big]\big\}, \quad (28)$$

где $\boldsymbol{\Sigma}_1 = [\mathbf{e}^{(\lambda_1)}\mathbf{n}_1]$, $\boldsymbol{\Sigma}_2 = [\mathbf{e}^{(\lambda_2)^*}\mathbf{n}_2]$.

Нетрудно теперь убедиться, что (28) совпадает с соотношением (10), которое следует из низкоэнергетической теоремы для комптоновского рассеяния на частице спина единица. Для этого необходимо учесть, что в системе покоя частицы компоненты оператора спина $\hat{S}_i$ выражаются через элементы полной матричной алгебры

$$\hat{S}_i = -i\delta_{ijk}\varepsilon^{jk}. \quad (29)$$

Поэтому, используя (29) в определении амплитуды $M(\bar{\bar{\alpha}},\bar{\bar{\beta}})$ через компоненты операторов $\hat{S}_i$ (10), получим

$$\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}(\hat{S}_i\hat{S}_j + \hat{S}_j\hat{S}_i)\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)} = 2\delta_{ij}(\boldsymbol{\lambda}^{(r_2)^*}\boldsymbol{\lambda}^{(r_1)}) - \lambda_j^{(r_2)^*}\lambda_i^{(r_1)} - \lambda_j^{(r_1)}\lambda_i^{(r_2)^*}.$$

Теперь очевидно, что амплитуда $M(\bar{\bar{\alpha}},\bar{\bar{\beta}})$, которая следует из низкоэнергетической теоремы, совпадает с амплитудой (28).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В формализме Даффина–Кеммера–Петью на основе ковариантной модели, учитывающей наведенные дипольные моменты частицы спина единица, получены релятивистски-инвариантные феноменологические лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами. Показано, что в предложенной ковариантной модели с учетом перекрестной симметрии, законов сохранения четности и калибровочной инвариантности определенные поляризуемости частицы спина единица вносят вклад в разложение амплитуды комптоновского рассеяния, начиная с соответствующих порядков по частоте излучения в согласии с низкоэнергетическими теоремами для этого процесса.

Релятивистски-инвариантный лагранжиан (14) может быть использован для определения вершин рассеяния фотонов на частицах спина единица при расчетах амплитуд и сечений электродинамических процессов в формализме Даффина–Кеммера–Петью с учетом их поляризуемостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Holstein B. R., Scherer S.* Hadron Polarizabilities. arXiv: hep-ph/1401.0140v1.
2. *Петрунькин В. А.* Электрическая и магнитная поляризуемости адронов // ЭЧАЯ. 1981. Т. 12, вып. 3. С. 692–753.
3. *Carlson C. E., Vanderhaeghen M.* Constraining Off-Shell Effects Using Low-Energy Compton Scattering. arXiv: physics.atom-ph/1109.3779.
4. *Krupina N., Pascalutsa V.* Separation of Proton Polarizabilities with the Beam Asymmetry of Compton Scattering // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110, No. 26. P. 262001.
5. *Максименко Н. В., Мороз Л. Г.* Феноменологическое описание поляризуемостей элементарных частиц в полевой теории // Тр. XI Междунар. школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике. Дубна: ОИЯИ, 1979. С. 533–543.
6. *Максименко Н. В.* Ковариантное определение поляризуемости адронов спина единица // Докл. Акад. наук Беларуси. 1992. Т. 36, № 6. С. 508–510.
7. *Levchuk M. I., Moroz L. G.* The Nucleon Gyration as One of Nucleon Electromagnetic Structure Characteristics // Proc. Acad. Sci. BSSR. Ser. fiz.-mat. navuk. 1985. No. 1. P. 45–54.
8. *Богуш А. А. и др.* Об описании поляризуемости скалярных частиц в теории релятивистских волновых уравнений // Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности. Минск, 1981. С. 81–90.
9. *Андреев В. В., Максименко Н. В.* Поляризуемость элементарных частиц в теоретико-полевом подходе // Проблемы физики, математики и техники. 2011. № 4(9). С. 7–11.
10. *Максименко Н. В., Дерюжкова О. М.* Ковариантный калибровочно-инвариантный формализм Лагранжа с учетом поляризуемостей частиц // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2011. № 2. С. 27–30.
11. *Ilyichev A., Lukashevich S., Maksimenko N.* Static Polarizability Vertex and Its Applications. arXiv: hep-ph/0611327v1.
12. *Zhang Y., Savvidy K.* Proton Compton Scattering in a Unified Proton Δ^+ Model // Phys. Rev. C. 2013. V. 88. P. 064614.
13. *Raguza S.* Third-Order Spin Polarizabilities of the Nucleon: I // Phys. Rev. D. 1993. V. 47, No. 9. P. 3757–3767.
14. *Raguza S.* Third-Order Spin Polarizabilities of the Nucleon: II // Phys. Rev. D. 1994. V. 49, No. 7. P. 3157–3159.
15. *Babusci D. et al.* Low-Energy Compton Scattering of Polarized Photons on Polarized Nucleons // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 1013–1041.
16. *Андреев В. В., Дерюжкова О. М., Максименко Н. В.* Ковариантное представление спиновых поляризуемостей нуклона // Проблемы физики, математики и техники. 2014. № 3(20). С. 7–12.

17. *Chen J. W. et al.* The Polarizability of the Deuteron // Nucl. Phys. A. 1998. V. 644. P. 221–234.
18. *Friar J. L., Payne G. L.* Deuteron Dipole Polarizability and Sum Rules // Phys. Rev. C. 2005. V. 72. P. 014004.
19. *Lin K. Y., Chen J. C.* Forward Dispersion Relation and Low-Energy Theorems for Compton Scattering on Spin-1 Targets // J. Phys. G: Nucl. Phys. 1975. V. 1. P. 394–399.
20. *Вакулина Е. В., Максименко Н. В.* Поляризуемость пиона в формализме Даффина–Кеммера // Проблемы физики, математики и техники. 2013. №3. С. 16–18.
21. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
22. *Федоров Ф. И.* Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976. 456 с.
23. *Барышевский В. Г.* Ядерная оптика поляризованных сред. М.: Энергоатомиздат, 1995. 316 с.
24. *Богуш А. А.* Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий. Минск: Наука и техника, 1987. 359 с.

Получено 14 октября 2014 г.