

К ТЕОРИИ ПНЕВМОТРАНСПОРТА ШАРИКОВ ХОЛОДНОГО ЗАМЕДЛИТЕЛЯ НЕЙТРОНОВ РЕАКТОРА ИБР-2

М. В. Булавин^{а, 1}, *А. В. Казаков*^б, *Е. П. Шабалин*^а

^а Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

^б Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского, Жуковский, Россия

В работе рассматриваются некоторые аспекты теории пневмотранспорта твердого шара при его движении по трубопроводу сложной конфигурации в применении к работе шарикового холодного замедлителя реактора ИБР-2. Выведены уравнения движения шара в потоке газа как в гладкой трубе, так и с учетом шероховатости стенок. Путем численного моделирования определены зависимости аэродинамических сил и моментов, действующих на шарик, от скорости газа и построена аналитическая упрощенная модель движения шара. Расчеты по этой модели согласуются с результатами экспериментального моделирования движения шарика в стеклянной трубе в пределах, достаточных для практики работы холодного замедлителя. Один из главных результатов работы — доказательство того, что движение шара по пневмотрассе нерегулярно и связано, главным образом, с шероховатостью трубы.

The paper presents some aspects of pneumotransport theory of solid ball motion along a pipeline of complex geometry having application for the pelletized cold moderator of the IBR-2 reactor. Motion equations for a ball carried by gas flow along a round tube, both smooth and rough, are obtained. Aerodynamics forces and momentum of forces acting on the ball depending on its velocity are defined on the base of numerical modeling of ball movement, and analytical simplified model of pneumotransport of balls along round tube is created. This model meets the demand for practical application as it shows satisfactory agreement with experimental modeling of ball movement in a glass tube. One of important results of the work is giving proofs of irregular movement of ball along a tube stipulated by roughness of the tube side.

PACS: 06.30.Gv; 51.10.+y

ВВЕДЕНИЕ

В ядерных реакторах, используемых для исследований конденсированных сред методами рассеяния медленных нейтронов [1–3], непосредственным источником нейтронов служат «холодные замедлители» [4–7]. По одной из новейших концепций такой замедлитель должен представлять собой камеру, которая заполняется рабочим телом в виде твердых шариков из замороженной смеси ароматических углеводородов (например, мезитилена и м-ксилола), охлаждаемых газообразным гелием при температуре 20–30 К. Преимущество использования такого рода замедлителей, помимо их нейтронно-физических

¹E-mail: bulavin85@inbox.ru

свойств, состоит в возможности быстрой дистанционной замены рабочего тела замедлителя после выработки им своего ресурса.

Заполнение камеры замедлителя шариками в процессе работы реактора предполагается производить путем их транспортировки по пневмотрассам, где в качестве несущего газа используется тот же гелий. При этом, с одной стороны, ввиду малой ударной прочности шариков скорость их транспортировки не должна превосходить определенного предела, а с другой стороны, не может быть очень малой в силу ограничений на время загрузки камеры. Поэтому одним из критических моментов при разработке и проектировании пневматической транспортировки шариков является определение характера и скорости их движения по пневмотрассе, начиная с этапа разгона после их введения в трассу через специальный шлюз, используемый в качестве дозирующего устройства. Причем именно этап разгона и выход шарика на установившееся движение по трассе вместе с длиной трассы будут определять не только средние скорости движения шариков по трассе, конечную скорость шарика при его попадании в камеру, но и время, необходимое для попадания в камеру замедлителя, и время заполнения самой камеры.

Реальный характер движения шарика в трубе достаточно сложен в силу возможности отклонения его траектории от вертикальной плоскости и нерегулярности самого движения (прыжки), которая обусловлена неровностями трубы (в том числе шероховатостью), отклонением формы шарика от сферы и другими неконтролируемыми факторами. Однако большая протяженность пневмотрассы позволяет надеяться, что влияние перечисленных случайных факторов на усредненные параметры движения большого количества шариков будет незначительно. Оценить величину такого влияния можно путем сопоставления результатов численного моделирования простейшей формы регулярного движения шарика с экспериментом.

Целью данной работы является определение аэродинамических характеристик стационарного движения одиночного шарика по прямой трубе круглого сечения, начиная с момента старта до достижения им постоянной скорости, сравнение расчетных характеристик движения шарика с экспериментальными данными, а также изучение и создание полуэмпирической теории нерегулярного движения шара.

1. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПНЕВМОТРАНСПОРТА ШАРИКОВ В КРУГЛОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ТРУБЕ

1.1. Вывод уравнений для определения аэродинамических сил и моментов, действующих на шарик в круглой трубе. Рассмотрим движение (скольжение) идеального шарика в наклонной трубе круглого сечения *при отсутствии его вращения*. На рис. 1 указаны оси координат и направление сил, действующих на шарик в потоке газа.

Аэродинамические силы, действующие на шарик, пропорциональны кинетическому напору газа $(\rho_{\text{gas}} v_{\text{gas}}^2)/2$ и безразмерным аэродинамическим коэффициентам, зависящим от относительной скорости шарика $v_{\text{ball}}/v_{\text{gas}}$, характерного числа Рейнольдса Re_{pipe} , рассчитанного по средней скорости газа и диаметру трубы d_{pipe} , и от отношения диаметра шарика d_{ball} к диаметру трубы (см., например, [8]). Тогда движение шарика (его скорость v_{ball} и ускорение a) при отсутствии вращения описываются следующим уравнением:

$$\frac{dv_{\text{ball}}}{dt} = -g(\sin \alpha + k \cos \alpha) + \frac{F_x}{m} + \frac{kF_y}{m},$$

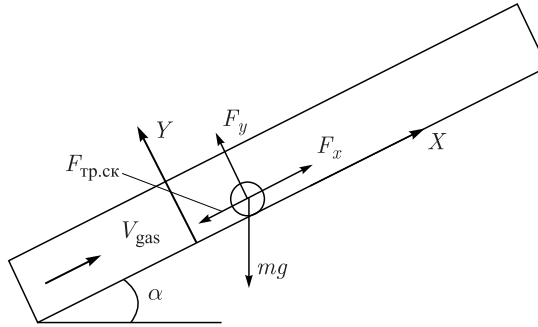


Рис. 1. Направление аэродинамических сил и осей в используемой декартовой системе координат

или, после подстановки выражений для сил и массы,

$$\frac{dv_{\text{ball}}}{dt} = -g(\sin \alpha + k \cos \alpha) + 0,75 \left(\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} \right) v_{\text{gas}}^2 C_x + 0,75k \left(\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} \right) v_{\text{gas}}^2 C_y. \quad (1)$$

Здесь и на рис. 1 m — масса шарика; g — ускорение силы тяжести; F_x и F_y — составляющие аэродинамической силы; α — угол наклона; k — коэффициент трения скольжения; v_{gas} — среднее значение скорости потока газа по сечению трубы; ρ_{gas} и ρ_{ball} — плотности газа и шарика; C_x и C_y — безразмерные аэродинамические коэффициенты.

Вводя параметр $C_1 = 0,75 \left(\frac{\rho_{\text{gas}} v_{\text{gas}}^2}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} \right)$, приводим уравнение (1) к виду

$$\frac{dv}{dt} = -g(\sin \alpha + k \cos \alpha) + C_1 C_x \left(\frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}}, \text{Re}_{\text{pipe}} \right) + k C_1 C_y \left(\frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}}, \text{Re}_{\text{pipe}} \right). \quad (2)$$

Аналогично, при качении шарика и при полном отсутствии скольжения, уравнение движения центра масс может быть записано в виде

$$m \frac{dv_{\text{ball}}}{dt} = -mg \sin \alpha + F_x + F_{\text{тк}}, \quad (3)$$

где $F_{\text{тк}}$ — сила трения качения. Момент силы, действующей на шарик относительно его центра, определяется равенством

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_z + F_{\text{тк}} R_{\text{ball}}, \quad (4)$$

где M_z — момент, действующий на шарик со стороны потока газа, а момент инерции шара

$$J = \frac{2}{5} m R_{\text{ball}}^2, \quad \omega = -\frac{v_{\text{ball}}}{R_{\text{ball}}}.$$

Исключая $F_{\text{тк}}$ из уравнений (3) и (4), получим в итоге

$$\frac{dv_{\text{ball}}}{dt} = \frac{5}{7} [C_1 C_x - g \sin \alpha - C_1 C_m], \quad (5)$$

где введено обозначение $C_m = \frac{16M_z}{\rho_{\text{gas}} v_{\text{gas}}^2 \pi d_{\text{ball}}^3}$. Следует иметь в виду, что в уравнениях (2) и (5) C_x , C_y и C_m есть функции относительной скорости шариков.

Итак, как видно из уравнений (2) и (5), для расчета движения шарика в прямой трубе без учета влияния неидеальности стенок трубы и шариков достаточно определить зависимость безразмерных коэффициентов сил и момента от скорости шарика в широком диапазоне скоростей шарика. Эта задача решалась как на основе численного моделирования, так и экспериментальным путем на основе опытов по транспортировке шариков в стеклянной трубе.

1.2. Численное моделирование аэродинамических нагрузок и движения шариков.

Численное моделирование движения шарика по трубе проводилось для двух предельных случаев: 1) движение шарика без вращения (скольжение с малым коэффициентом трения) и 2) вращение шарика в случае качения без проскальзывания. Считалось, что в трубе шарик начинает двигаться из состояния полного покоя. При этом в начальный момент времени на шарик, покоящийся относительно потока, действует со стороны газового потока максимальная продольная сила, обеспечивающая ускорение шарика вдоль оси трубы. Наличие трения о стенку трубы и момента сил, действующего со стороны газа, приводит к появлению вращения шарика; при реальных значениях коэффициента трения шарик проскальзывает только на небольшом отрезке времени в начале своей траектории. Поэтому случай качения шарика по идеально ровной трубе без проскальзывания представляет наибольший интерес.

Расчеты аэродинамических сил и моментов, действующих на шарик, проводились при его установившемся движении вдоль трубы с заданной скоростью при двух значениях средней по сечению скорости газа в пневмотрассе $v_{\text{gas}} = 8$ и 11 м/с. Геометрические параметры и параметры потока имели следующие значения: диаметр трубы $d_{\text{pipe}} = 17$ мм, диаметр шарика $d_{\text{ball}} = 5$ мм, температура несущего газа азота на входе в пневмотрассу $T = 300$ К, давление газа $P = 1,01325$ бар с постоянным объемным расходом $Q = 1,8$ л/с (скорость газа $v_{\text{gas}} = 8$ м/с) или $Q = 2,5$ л/с ($v_{\text{gas}} = 11$ м/с). Скорость движения шарика задавалась в диапазоне $0 \leq v_{\text{ball}} \leq v_{\text{gas}}$. Поскольку плотность материала шарика много больше плотности газа, нестационарный характер обтекания в процессе разгона мало влияет на аэродинамические силы и моменты из-за того, что характерное время изменения скорости шарика значительно превосходит время установления обтекания и аэродинамических сил. Полученные значения сил и моментов при $v_{\text{ball}} = \text{const}$ были использованы для расчета движения шарика по трубе, начиная с момента его старта до выхода на максимальную скорость.

Все расчеты аэродинамических сил и момента проводились в системе координат, связанной с центром шарика (см. рис. 1). Согласно результатам расчетов, аэродинамические силы и момент, действующие на шарик со стороны газа, изменяются в зависимости от скорости движения шарика вдоль трубы так, как показано на рис. 2 и 3, где представлены зависимости C_x , C_y и C_m от скорости шарика для $v_{\text{gas}} = 8$ м/с.

Полученные коэффициенты аэродинамических сил и момента использовались при расчете скорости движения сферически-симметричного шарика и пройденного им расстояния вдоль прямой, цилиндрической и гладкой трубы (под «гладкой» понимаем трубу, размер шероховатости стенок которой на 3–4 порядка меньше диаметра шарика, см. разд. 3 настоящей работы). Результаты интегрирования уравнений движения шарика при его качении вдоль горизонтальной трубы приведены на рис. 4, а, б.

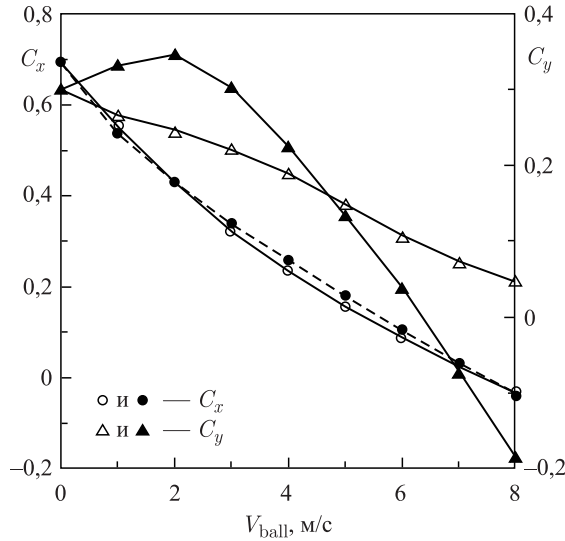


Рис. 2. Зависимости коэффициентов продольной C_x (кружки) и нормальной C_y (треугольники) сил, действующих на шарик, от скорости его движения при скорости газа 8 м/с; темные символы соответствуют качению шарика без проскальзывания, светлые — полному отсутствию вращения и только скольжению

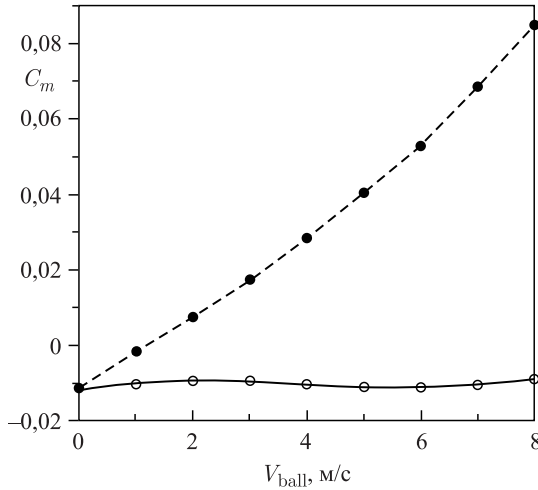


Рис. 3. Коэффициент момента аэродинамических сил C_m , действующих на шарик в направлении по нормали к плоскости симметрии, проходящей через центр шарика и продольную ось трубы, в зависимости от скорости движения шарика при скорости газа 8 м/с; темные кружки соответствуют качению шарика без проскальзывания, светлые — полному отсутствию вращения и только скольжению

Из рис. 5 видно, что зависимость коэффициента C_x примерно одинакова для скоростей газа 8 и 11 м/с и соответствующих им скоростей шариков. То же самое справедливо и для коэффициентов C_y и C_m . Слабое отличие зависимостей коэффициентов сил и мо-

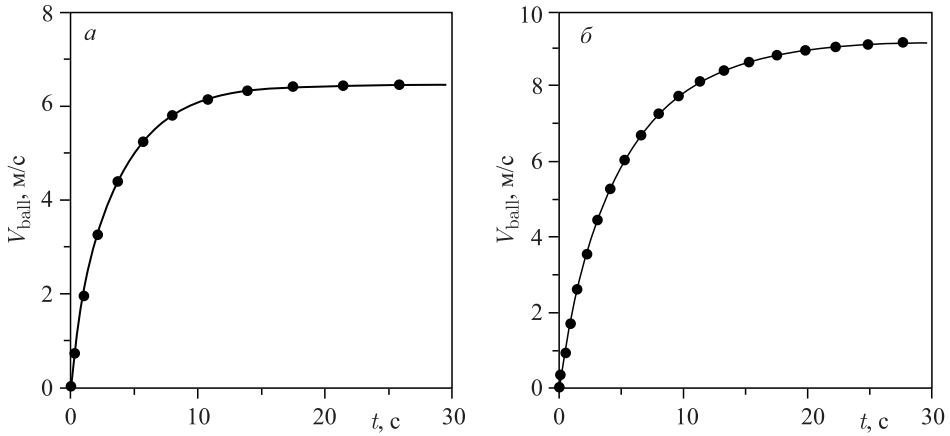


Рис. 4. Зависимость скорости шарика от времени его движения в трубе при качении без проскальзывания: а) при скорости газа 8 м/с; б) при скорости газа 11 м/с

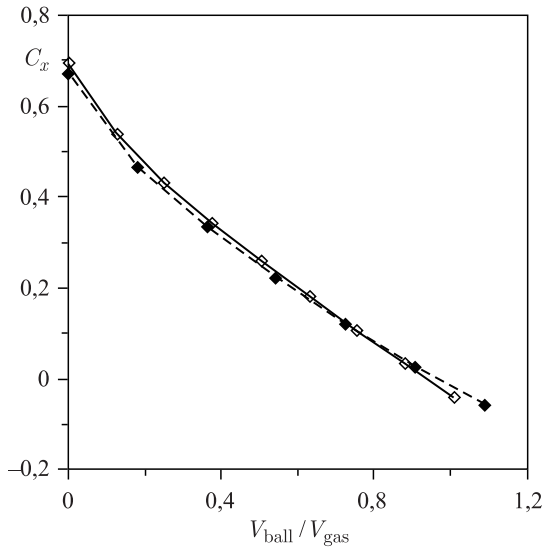


Рис. 5. Коэффициент C_x продольной силы, действующей на шарик при скорости газа $v_{gas} = 8$ м/с (сплошная линия и светлые квадраты) и $v_{gas} = 11$ м/с (штриховая линия и темные квадраты), в зависимости от относительной скорости шарика

мента от скорости движения шарика вдоль трубы при различном объемном расходе газа позволяет разработать упрощенную модель движения шарика по трубе, в которой коэффициенты сил и момента задаются приближенными аналитическими зависимостями от относительной скорости шарика.

1.3. Аналитическая упрощенная модель движения шарика. Как сказано выше, уравнение движения шарика в случае режимов чистого качения или скольжения можно свести к (2) или (5). С целью получения возможности аналитического решения урав-

нений функции C_x , C_y и C_m от отношения скорости шарика к скорости газа можно аппроксимировать параболической зависимостью. Тогда уравнение движения при «чистом» качении будет иметь легко интегрируемый вид:

$$\frac{dv_{\text{ball}}}{dt} + 0,714g \sin \alpha = 0,525 \left(\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} \right) v_{\text{gas}}^2 C_{x0} \left(\text{Re} \frac{d_{\text{ball}}}{d_{\text{pipe}}} \right) \Phi \left(\frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}} \right), \quad (6)$$

где $\Phi \left(\frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}} \right) = \left(1 - \bar{a} \frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}} + b \left(\frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}} \right)^2 \right)$, а коэффициент $C_{x0} = C_x(0) + C_m(0)$.

Аналогичный вид будет иметь и уравнение при скольжении шарика.

Константы \bar{a} и b могут быть определены либо из конкретного вида зависимостей C_x и C_m , полученных по результатам численного моделирования обтекания шарика в трубе (п. 1.2), либо из экспериментальной зависимости ускорения от скорости. В сделанных приближениях решение уравнения (6) при $b \neq 0$ выглядит так:

$$\bar{v}_{\text{ball}} = \frac{Y_- (\bar{v}_{\text{ball}0} - Y_+) - Y_+ (\bar{v}_{\text{ball}0} - Y_-) \exp(\gamma t)}{(\bar{v}_{\text{ball}0} - Y_+) - (\bar{v}_{\text{ball}0} - Y_-) \exp(\gamma t)}. \quad (7)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\bar{v}_{\text{ball}} = \frac{v_{\text{ball}}}{v_{\text{gas}}} \text{ — относительная скорость шарика, } \bar{v}_{\text{ball}0} = \frac{v_{\text{ball}}(t=0)}{v_{\text{gas}}},$$

$$\gamma = -\frac{f_{x0}}{v_{\text{gas}}} \sqrt{a^2 + 4b \left(\frac{g \sin \alpha}{1,4 f_{x0}} - 1 \right)},$$

$$f_{x0} = 0,525 \left(\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} \right) v_{\text{gas}}^2 C_{x0},$$

$$Y_{\pm} = \frac{\bar{a} \pm \sqrt{a^2 + 4b \left(\frac{g \sin \alpha}{1,4 f_{x0}} - 1 \right)}}{2b}.$$

Для пройденного пути получим выражение

$$x(t) = \left(\frac{v_{\text{gas}}}{\gamma} \right) (Y_+ - Y_-) \ln \left(\frac{(\bar{v}_{\text{ball}0} - Y_-) \exp(\gamma t) + Y_+ - \bar{v}_{\text{ball}0}}{Y_+ - Y_-} \right) + Y_- v_{\text{gas}} t. \quad (8)$$

Если $b = 0$ (такое приближение можно использовать в любом узком интервале скоростей шарика), то решение уравнения (6) имеет простой вид:

$$v_{\text{ball}} = v_{\text{ass}} + (v_{\text{ball}}(0) - v_{\text{ass}}) \exp(\gamma_0 t), \quad (9)$$

где $\gamma_0 = -\frac{\bar{a} f_{x0}}{v_{\text{gas}}}$, $v_{\text{ass}} = \frac{v_{\text{gas}}}{\bar{a}} \left(1 - \frac{g \sin \alpha}{1,4 f_{x0}} \right)$.

Путь, пройденный шариком, выразится теперь как

$$x(t) = v_{\text{ass}} t - \frac{(v_{\text{ball}}(0) - v_{\text{ass}})(1 - \exp(\gamma_0 t))}{\gamma_0}. \quad (10)$$

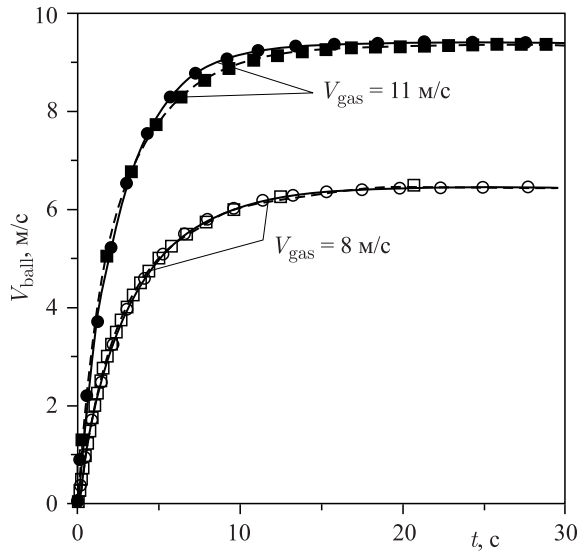


Рис. 6. Сравнение зависимостей скорости шарика (в размерных величинах) от времени при его качении в трубе без проскальзывания (кривая отмечена кружками) при скоростях газа 8 и 11 м/с. Кружки — численное решение; квадраты — аналитическое решение уравнения (6)

Сравнение приближенных аналитических решений с численными (из п. 1.2) для нулевого угла наклона трубы к горизонту дано на рис. 6. В приближенных расчетах константы \bar{a} и b в функции $\Phi(v_{ball}/v_{gas})$ определены из численной зависимости коэффициентов C_x и C_m для катящегося шарика (рис. 2, 3 и 5). Аналитический и численный расчеты показывают хорошее совпадение.

Аналитические решения уравнений движения шарика могут быть использованы только для случая идеально сферического шарика и прямой, цилиндрической и гладкой трубы (под «гладкой» нужно понимать трубу, размер шероховатости стенок которой на 3–4 порядка меньше диаметра шарика, см. разд. 3).

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПНЕВМОТРАНСПОРТА

2.1. Экспериментальная установка и методы измерений. Представленная выше модель движения шарика требовала экспериментальной проверки для оценки влияния неучтенных факторов: нерегулярности движения шарика, его колебаний и хаотических отклонений от движения вдоль оси трубы, шероховатости стенок трубы, отклонения от шарообразной формы и т. п. Исходными данными для определения скорости и координаты от времени являются зависимости ускорения шарика от параметров его движения в потоке газа. Поэтому в экспериментальных исследованиях основная задача состояла в определении зависимости ускорения шарика от его скорости при движении по трубе.

Характер движения шарика и его скорость относительно потока газа будут в основном определяться отношением d_{ball}/d_{pipe} , числом Рейнольдса, вычисленным по диаметру

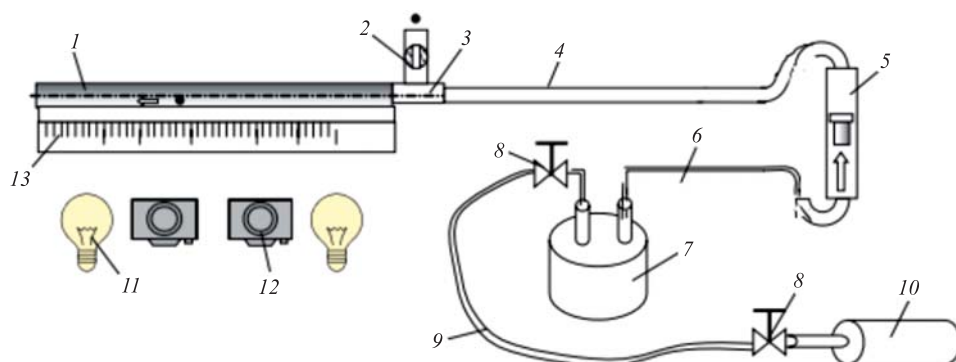


Рис. 7. Упрощенная схема стенда для измерения параметров движения шарика в стеклянной трубе в потоке газа: 1 — стеклянная трубка диаметром 17,3 мм и длиной 3,6 м; 2, 3 — шлюз загрузки шарика с шаровым вентилем; 4 — гибкий участок подающего газопровода с малым давлением, диаметром 14 мм и длиной 5 м; 5 — ротаметр; 6 — участок газопровода с большим гидравлическим сопротивлением; 7 — накопительная емкость объемом 63 л (совместно с нагрузкой 6 служит фильтром колебаний расхода газа); 8 — редукторы, понижающие расход; 9 — участок подающего газопровода большого давления (около 10 бар); 10 — баллон со сжатым воздухом (до 60 бар); 11 — осветительные прожекторы; 12 — видеокамера; 13 — измерительная линейка

шарика (или диаметру трубы), и величиной безразмерного комплекса $\left(\frac{\rho_{\text{gas}} v_{\text{gas}}^2}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}} g}\right)$. Равенство этих трех комплексов для модели и пневмотранспорта мезитиленовых шариков есть условие газодинамического и кинематического подобия. Поэтому все лабораторные исследования проводились в стеклянной трубе для стеклянных шариков, диаметры которых были равны 5 и 17 мм соответственно, при транспортировке потоком газообразного азота комнатной температуры. Здесь числа Фрода $\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}}$ и числа Рейнольдса близки для случая транспортировки шариков из стекла азотом комнатной температуры и для практически важного случая продвижения шариков из твердого мезитилена потоком гелия с температурой 80 К: для азота $\rho_{\text{gas}} = 1,25 \text{ кг/м}^3$ (при давлении 1,1 бар), $\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} = 0,11 \text{ м}^{-1}$; для гелия $\rho_{\text{gas}} = 0,55 \text{ г/см}^3$, $\frac{\rho_{\text{gas}}}{\rho_{\text{ball}} d_{\text{ball}}} = 0,11 \text{ м}^{-1}$. Небольшое, около 10 %, отличие в числах Рейнольдса ($Re \sim 5000-10000$ при скорости газа 6–12 м/с) несущественно, так как для слаботурбулентного потока аэродинамические коэффициенты имеют минимум в этом диапазоне чисел Рейнольдса [9].

Для определения искомой зависимости «скорость–ускорение» использовали метод визуализации движения шарика. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 7. Продольные координаты шарика на всем пути движения в стеклянной трубе длиной 3,6 м регистрировались посредством одновременной видеосъемки несколькими цифровыми фотокамерами с частотой кадров 30 Гц и временем экспозиции 1/2000 с.

Путем компьютерной обработки снятых видеоклипов определялись средние значения скорости шарика как за время 1/30 с (погрешность $\pm 0,03 \text{ м/с}$), так и на любом отрезке пути. На отрезке 0,5 м погрешность измерения скорости не превышала 1 %, а погрешность среднего значения ускорения 0,1–0,2 м/с². Однако в действительности раз-

брос значений ускорения в одинаковых условиях опыта достигал $0,5\text{--}0,6 \text{ м/с}^2$ (рис. 8), что наиболее характерно для скоростей шарика более $2\text{--}3 \text{ м/с}$. Большой разброс оценки ускорения связан с возникающими при значительной скорости шарика нерегулярными колебаниями скорости из-за его «рысканий», т. е. отклонения направления скорости шарика от оси трубы в горизонтальной плоскости и прыжков (нерегулярных движений шарика в вертикальной плоскости) и потери скорости при последующих ударах о поверхность трубы (см. разд. 3). Этот эффект ограничил диапазон значений скорости шарика для нахождения связи «скорость–ускорение» величиной $\sim 50\%$ от скорости газа.

Так как длина экспериментальной трубы $3,6 \text{ м}$ была недостаточна для набора шариком скорости более $1/3$ от скорости газа, то диапазон скоростей в ряде опытов был расширен за счет наклона трубы вниз к горизонту на $9\text{--}15^\circ$.

Параметры движения шарика диаметром 5 мм в стеклянной трубе были измерены при трех значениях средней скорости газа: $6, 8$ и 11 м/с . Скорость газа контролировалась с помощью ротаметра с точностью около 5% . Ротаметр градуировался как по скорости снижения давления газа в накопительной емкости, так и дифференциальным манометром с трубкой Пито.

Были также проведены опыты по определению коэффициента сопротивления покоящегося шарика C_{x0} , находящегося в наклонной трубе (до 40°) и удерживаемого в фиксированном положении потоком газа (табл. 1). Значение скорости газа, при котором шарик находится в покое при заданном угле наклона трубы, оценивалось как среднее между значением скорости, когда шарик начинает скатываться вниз, и скоростью, когда шарик начинает катиться вверх. Эта разность определяется трением покоя.

Как нетрудно видеть по результатам опытов с покоящимся шариком, когда скорость потока подбиралась таковой, чтобы обеспечить висение шарика в наклонной трубе, оказалось, что газодинамические силы несколько выше, чем предсказывает теория. Причем это превышение составляет около $10\text{--}15\%$. Это связано с тем, что покоящийся в круглой трубе шарик на самом деле колеблется в потоке газа, совершая маятниковые движения «вверх-вниз» по окружности трубы. В результате эффективное трение «качения» в покое оказывается много больше «настоящего» (которое равно примерно $0,003$) и лежит в интервале $0,1\text{--}0,01$. Кроме того, шарики, покрытые тонким слоем сажи, имеют еще большее газодинамическое сопротивление из-за шероховатости поверхности.

На отдельных установках измерялись коэффициенты трения скольжения k стекла по стеклу, стекла по стали, твердого мезитилена по стали (обычным методом скатывания

Таблица 1. Коэффициенты сопротивления покоящегося шарика C_{x0} (диаметр шарика 5 мм , трубы — $17,3 \text{ мм}$) при скорости газа $6\text{--}8 \text{ м/с}$

Вид шарика	Теория для гладкой трубы	Эксперимент
Стеклянный шарик чистый, скорость газа 6 м/с	$0,715$	$0,795 \pm 0,025$
Стеклянный шарик чистый, скорость газа 8 м/с	$0,70$	$0,795 \pm 0,025$
Стеклянный шарик, покрашенный сажой	—	$0,857 \pm 0,025$

Таблица 2. Коэффициенты трения скольжения k и восстановления скорости при ударе k_v

Вариант опыта	k	k_v
Стекло по стеклу (300 К)	$0,33 \pm 0,01$	$0,93 \pm 0,02$
Стекло по стали (300 К)	$0,404 \pm 0,01$	$0,775 \pm 0,015$
Мезитилен по стали (100 К)	$0,49 \pm 0,04$	$0,63 \pm 0,02$

с наклонной плоскости), а также коэффициенты восстановления скорости при ударе k_v о стальной лист и стеклянную пластинку толщиной, равной толщине стенок труб (2 мм), используемых для транспорта шариков (табл. 2).

Измеренные значения коэффициентов трения скольжения стекла по стеклу (0,33) и твердого мезитилена по стали (0,5) таковы, что проскальзывание шарика при его движении в прямой трубе в вертикальной плоскости симметрии практически невозможно, и на большей части траектории шарик будет катиться или совершать отскоки от стенок трубы и прыжки. При движении в криволинейных участках трубы, когда коэффициент трения качения вследствие центробежной силы может оказаться близким или даже выше коэффициента трения скольжения, а также при движении шарика с «рысканием», возможно проскальзывание шарика.

2.2. Обсуждение теоретических и экспериментальных результатов. Главные результаты опытов по пневмотранспорту стеклянных шариков на установке со стеклянной трубой представлены на рис. 8, а–в. На этих же рисунках показаны теоретические данные, полученные по аналитической упрощенной модели движения шарика (п. 1.3).

Приведенные данные получены по результатам обработки пусков шариков, которые делались при трех значениях средней скорости газа: 6, 8, и 11 м/с. Всего было сделано более сотни пусков, получено более 3000 снимков. Как видно из рис. 8, расчетные ускорения шарика (и, соответственно, действующие на шарик силы), усредненные по многим пускам, при заданной его скорости согласуются с экспериментом (в пределах погрешности измерений) только в узком диапазоне 20–40 % от скорости газа, если предположить качество шарика. При скорости шарика в районе 40–50 % от скорости газа ускорение падает быстрее, чем предсказывает теория, и уже при скорости около 50 % становится даже отрицательным. Следует отметить, что разброс экспериментальных точек на рисунках связан не столько с погрешностью измерений, сколько с нерегулярностью движения шариков.

Практически во всем диапазоне скоростей движение шарика нерегулярно, подвержено то замедлению, то ускорению (рис. 9). Кроме того, пьезоэлектрические датчики, установленные на стеклянной трубе, показали наличие ударных импульсов как раз в такие моменты, когда шарик терял скорость.

Наиболее вероятной причиной потери скорости шарика является шероховатость трубы (и шарика). Наличие отдельных, даже небольших неровностей (порядка 10 мкм) вызывает подскоки шарика и потерю скорости при последующих прыжках. Безусловно, эти события случайны, и в результате скорость шарика, измеренная на выходе из трубы, испытывает флуктуации. Так как удары шарика при отскоках могут привести к его разрушению, то важно было количественно исследовать флуктуации скорости шарика и частоту их ударов о стенки стальной трубы.

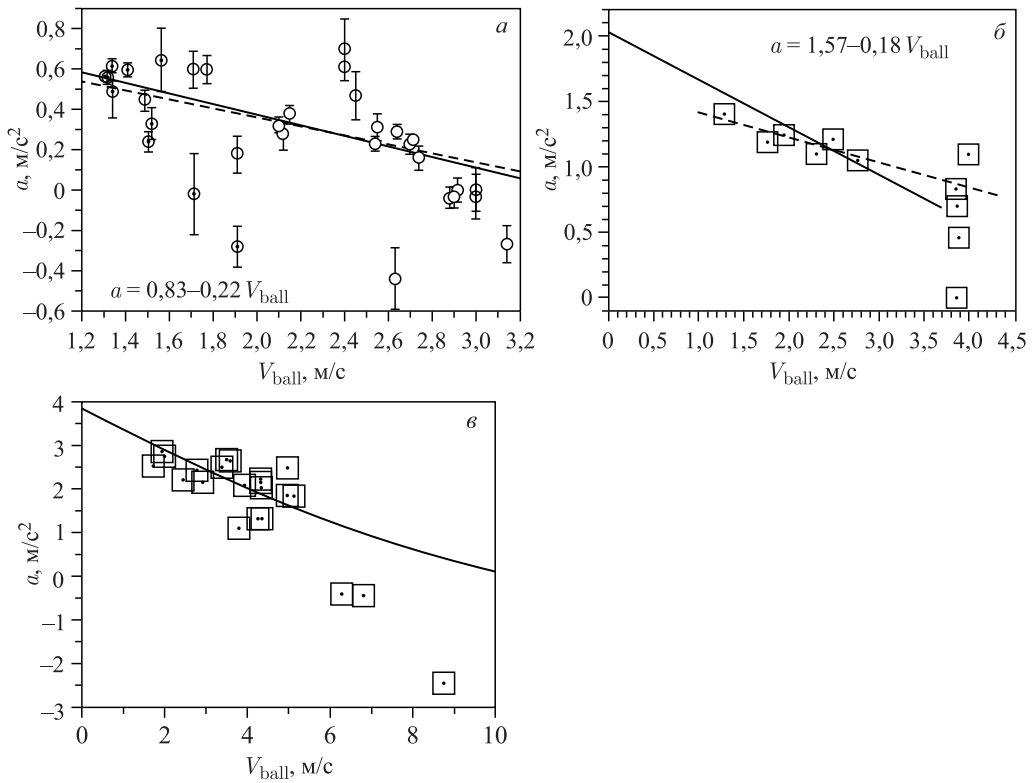


Рис. 8. Зависимость ускорения стеклянного шарика диаметром 5 мм от его скорости при качении в стеклянной трубе диаметром 17,3 мм при скорости газа азота 6 м/с (а), 8 м/с (б) и 11 м/с (в). Кружки и квадраты — эксперимент (размер квадратов примерно соответствует погрешности измерений); сплошные линии — расчет для гладкой трубы; штриховые линии и уравнения на графиках — линейная аппроксимация экспериментальных данных

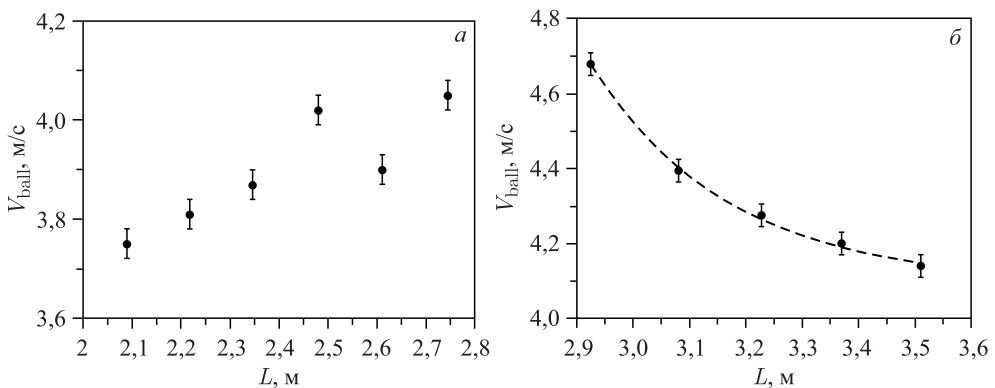


Рис. 9. Два примера нерегулярного поведения скорости шарика на небольшом отрезке пути; скорость газа — 8 м/с. Аппроксимирующая кривая — экспонента

3. НЕРЕГУЛЯРНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ШАРА ПО ПРЯМОЙ КРУГЛОЙ ТРУБЕ С НЕГЛАДКИМИ СТЕНКАМИ

3.1. Кинематика шарика вследствие соударения с одиночным порогом и последующих отскоков от стенок трубы. При качении шара в круглой трубе в потоке газа на него, помимо постоянно действующих сил (продольной силы, подъемной силы Магнуса и момента сил относительно оси вращения), влияют переменные силы стохастического характера, обусловленные в основном турбулентностью потока газа, негладкостью стенок и несферичностью шара. В турбулентном потоке флуктуации скорости газа в поперечном направлении вызывают прецессию оси вращения, что приводит к колебательному движению шара поперек оси круглой трубы — «рысканию». Частота этих колебаний при малой амплитуде порядка $\sqrt{0,25(g/d_{\text{pipe}})}$ для трубы диаметром 17 мм — около 6 Гц. При рыскании невозможно чистое качение; шарик будет проскальзывать с уменьшением скорости пневмотранспорта, что и подтверждается экспериментально. Однако часто наблюдалось, что шарик за короткие промежутки времени (0,03 с) переходил вверх-вниз-вверх по диаметру трубы, при этом значительно теряя продольную скорость (рис. 9, б). Если бы это было развитое рыскание, т. е. *винтовое* движение без скольжения, то потери скорости не происходило бы. Вероятно, рыскание не может быть главной причиной случайных флуктуаций скорости шарика. Кроме рысканий, шар испытывает прыжки и отскоки в процессе движения из-за шероховатости стенок. При попадании шарика на какое-либо препятствие (назовем его «порогом») он может приобрести составляющую скорости, направленную по нормали к стенке трубы. Наличие этой компоненты скорости приводит к отскокам шарика от стенок трубы. При отскоке шарик теряет не только нормальную составляющую скорости, но и продольную. Причина в том, что время нахождения шарика в контакте со стенкой t_c при ударе конечно. В это время шарик проскальзывает из-за одновременного его движения вдоль трубы, что ведет к потере кинетической энергии на преодоление трения скольжения (рис. 10).

Величину этой потери нетрудно оценить. Она равна $dE = FL = (mv_y/t_c)(v_x t_c) \mu = mv_x v_y \mu$, где F — реакция стенки при ударе; v_x и v_y — продольная (вдоль стенки) и ортогональная составляющие скорости; L и μ — длина пути шарика в состоянии скольжения и коэффициент трения скольжения соответственно. Время соударения t_c сокращается. И так при каждом отскоке, пока не погасится ортогональная скорость. Сум-

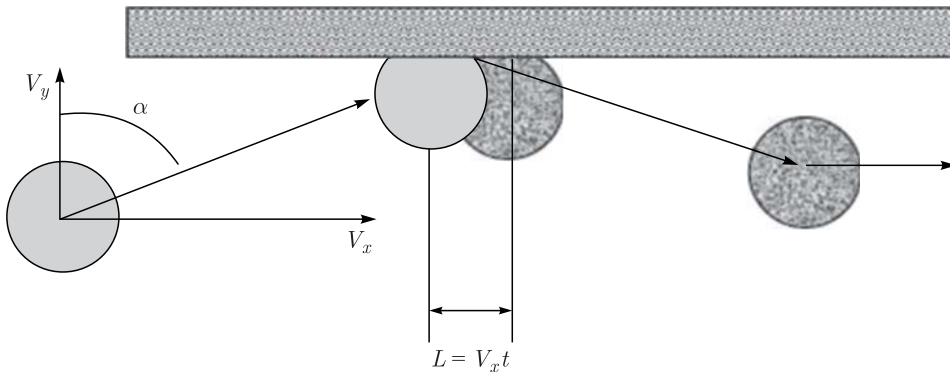


Рис. 10. Потеря скорости шарика при косом ударе о стенку

марная потеря кинетической энергии может достигнуть большой величины, сравнимой с начальным значением $0,5m(v_x)^2$. В экспериментах наблюдалось по несколько отскоков на пути шарика 0,5–1 м. Оценки, приведенные ниже, показывают, что даже неровности в 10–15 мкм на длине порядка 200–300 мкм (именно такой профиль имеет обычная стальная труба) придают шару диаметром 5 мм поперечную составляющую скорости 1/5–1/10 от его продольной скорости.

3.1.1. Отскок шарика от плоской стенки. Имеется значительное количество литературы касательно кинематики и динамики косоугольного соударения упругого шара с плоской стенкой [10–15], из которой видно, что универсального подхода к решению этой задачи не существует. В зависимости от угла соударения α (угол между направлением движения шара и плоскостью; в литературе углом соударения называют угол $\pi/2 - \alpha$) используется одно из двух приближений:

— при некотором, достаточно большом α пользуются приближением «grip-slip» (шар не движется в течение времени контакта);

— при меньших α лучшее приближение к практике дает принцип скольжения шара вдоль плоскости в течение времени контакта — «gross slip». Применение последнего принципа хорошо подтверждается на практике при $\alpha < 30^\circ$. Из экспериментов [13] получено значение предельного угла для стальных шаров и стальной стенки — около 30° , по теории Кориолиса [10] $\text{tg } \alpha = 2/7\chi$, что дает для стеклянных шариков в стальной трубе критический угол соударения около 22° . Максимальный угол отскока стеклянных шариков при движении в стеклянной трубе с параметрами шариков, трубы и газа, характерными для описываемого случая, не превышал в описываемых экспериментах $11\text{--}12^\circ$, поэтому можно применить принцип «gross slip».

Ввиду условия рассматривать движение шарика только в вертикальной плоскости, проходящей через ось трубы, достаточно использовать только три уравнения: два — для нормальной и продольной проекций импульса и одно — для момента импульса относительно оси, проходящей через точку соударения и параллельной оси вращения шара. Обозначим угловую скорость вращения шарика через ω (ω считаем положительной величиной, если шарик вращается в направлении, когда его окружная скорость в точке удара противоположна продольной скорости), а дополнительными индексами «0» и «1» обозначим соответственно эти величины до и после столкновения со стенкой. Приведем конечные результаты (вывод см. в [12–14]):

$$v_{y1} = -v_{y0}k_v, \quad (11a)$$

$$v_{x1} = v_{x0}(1 - \chi \text{tg } \alpha), \quad (11b)$$

$$\omega_1 = \omega_0 \pm \frac{5}{2R_{\text{ball}}} v_{x0} \chi \text{tg } \alpha. \quad (11в)$$

Здесь величина k_v есть коэффициент восстановления скорости при ударе (зависит от механических свойств материала шарика и стенки и толщины стенки); $\chi = (1 + k_v)\mu$, где μ — динамический коэффициент трения скольжения, действующий во время контакта со стенкой при столкновении, $\text{tg } \alpha = v_{y0}/v_{x0}$; R_{ball} — радиус шарика. Знак «+» в (11в) используется в случае, когда вектор суммарной скорости шарика в точке удара направлен в сторону продольного движения шарика, а «–» — в противном случае. Здесь важно отметить, что выражение для угловой скорости (11в) заведомо справедливо только для значений $|\omega_0 r| \leq v_{x0}$; иначе расчетная полная кинетическая энергия шара после

удара может оказаться больше его начальной кинетической энергии. Это связано с несовершенством упрощенной модели «gross slip». Так как изменение угловой скорости при ударе шарика о стенку всегда идет в сторону сближения с продольной составляющей скорости центра масс шарика, а в исходном состоянии шарик предполагается катящимся и эти скорости первоначально равны, то при дальнейшем движении шарика примерное равенство этих скоростей будет сохраняться. Поэтому далее вращение шарика не принимается во внимание.

3.1.2. *Изменение скорости шарика при прохождении порога.* Ограничим траекторию шарика вертикальной плоскостью, проходящей через ось трубы. Нетрудно понять, что при отклонении шарика от этой плоскости угол соударения со стенкой уменьшается, и сила удара и потеря скорости шарика будут меньше, чем при движении в вертикальной диаметральной плоскости. Иначе говоря, принятое приближение завышает эффекты взаимодействия шарика с неровностями стенок трубы. Схема движения шарика диаметром d_{ball} при столкновении с порогом высотой h (неровность поверхности, шарика, пылинка) дана на рис. 11.

Далее будет рассматриваться в основном случай $h \ll d_{\text{ball}}$ (характерно для нашей задачи). Для расчета кинематики движения шарика после столкновения с порогом можно применить тот же подход, что и для его косоугольного столкновения с плоской стенкой (см. п. 3.1.1), когда вектор скорости шарика составляет с плоскостью угол α и $\sin \alpha = 2\sqrt{h/d_{\text{ball}}}$. Тогда значения ортогональной и продольной составляющих скорости v_y и v_x (положительное направление оси y — в сторону стенки, положительное направление оси x — вдоль плоскости удара) до столкновения с порогом будут:

$$v_{y0} = v_0 \sin \alpha = 2v_0 \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}},$$

$$v_{x0} = v_0 \cos \alpha \cong v_0 \left(1 - 2\frac{h}{d_{\text{ball}}} \right),$$

а после столкновения, в соответствии с уравнениями (11),

$$v_{y1} = -v_{y0}k = -2v_0k_v \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}},$$

$$v_{x1} = v_{x0}(1 - \chi \operatorname{tg} \alpha) = v_0(1 - \chi \operatorname{tg} \alpha) \left(1 - 2\frac{h}{d_{\text{ball}}} \right) \cong v_0 \left(1 - 2\chi \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} \right).$$

Переходя к координатам, в которых ось x параллельна оси трубы, а ось y направлена вверх, получим для соответствующих проекций скоростей шарика после столкновения

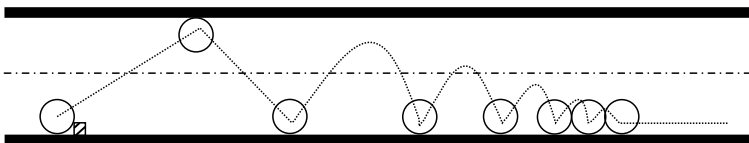


Рис. 11. Траектория шарика в трубе после столкновения с порогом

с порогом:

$$\begin{aligned}
 v_y &= -v_{y1} \cos \alpha + v_{x1} \sin \alpha \cong 2k_v v_0 \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} + 2v_0 \left(1 - 2\chi \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} \right) \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} \cong \\
 &\cong 2v_0 \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} \left(1 + k_v - 2\chi \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} \right) = 2v_0 \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} (1 + k_v), \\
 v_x &= v_{x1} \cos \alpha + v_{y1} \sin \alpha \cong v_0 \left(1 - 2\chi \sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} \right).
 \end{aligned} \tag{12}$$

Таким образом, после столкновения с порогом высотой h составляющая скорости, ортогональная оси трубы, увеличивается на $2v_0 \sqrt{h/d_{\text{ball}}}(1 + k_v)$, а продольная скорость уменьшается на $2\chi v_0 \sqrt{h/d_{\text{ball}}}$. Например, при $h = 20$ мкм и $d = 5$ мм ортогональная скорость составит 0,22 от начальной скорости шарика, а его продольная скорость — 0,91 от начальной скорости.

3.1.3. Последовательные отскоки шарика и суммарная потеря продольной скорости после соударения с порогом. Кинематика шарика после соударения с порогом зависит от того, состоится ли последующий отскок от стенки трубы в ее нижней части или верхней. Очевидно, что в случае низкого порога шарик будет многократно отскакивать только от нижней части трубы. Назовем этот случай «прыжками». В случае «высокого» порога после одного-двух отскоков шарик также перейдет в режим прыжков (см. рис. 11).

Рассмотрим кинематику шарика в случае «низкого» порога при следующих условиях:

- шарик не встречает другие пороги, помимо исходного;
- движущая сила со стороны транспортирующего газа постоянна и равна той, которая была до встречи с порогом;
- труба расположена горизонтально, земное тяготение учитывается.

Уравнение движения свободного шарика (т. е. в интервале между двумя последовательными отскоками) тривиально и не приводится. Порог будет «низким», если выполняется условие

$$\frac{v_y^2}{2g} \leq d_{\text{pipe}} - d_{\text{ball}} \quad \text{или} \quad h \leq \frac{g(d_{\text{pipe}} - d_{\text{ball}}) d_{\text{ball}}}{2v_0^2(1 + k_v)^2}. \tag{13}$$

Например, для начальной скорости стеклянного шарика 3 м/с в стальной трубе диаметром $D = 17$ мм высота «низкого» порога ограничивается 12 мкм. Это соизмеримо с неровностями поверхности трубы, что означает неизбежность прыжков шарика при его движении со скоростью более 1,5–2 м/с и подтверждается экспериментально. При каждом отскоке модуль ортогональной составляющей скорости уменьшается в k_v раз:

$$v_{y1,n} = k_v v_{y1,n-1}.$$

Здесь n — порядковый номер отскока; первым считаем отскок после прохождения порога, т. е. $v_{y1,0} \equiv v_y$ из формулы (12). Очевидно, что

$$v_{y1,n} = k_v^n v_y.$$

Рекуррентная формула для продольной скорости после n -го отскока такова:

$$v_{x,n} = v_{x,n-1} + 2\frac{a}{g} v_{y1,n-1} - \chi v_{y1,n-1}.$$

Здесь a и g — ускорение шарика и ускорение свободного падения соответственно. Явное выражение для продольной скорости после n прыжков будет:

$$v_{x,n} = v_x + v_y \left(2\frac{a}{g} - \chi \right) \frac{1 - k_v^{n+1}}{1 - k_v}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что продольная составляющая скорости шарика при $n \rightarrow \infty$

$$v_{x,\infty} = v_x + \frac{v_y}{1 - k_v} \left(2\frac{a}{g} - \chi \right). \quad (15)$$

Подставляя значения v_x и v_y из (11), получим конечную скорость шарика после столкновения с «низким» порогом высотой h и ряда последовательных отскоков:

$$v_{x,\infty} = v_0 \left(1 - 2\chi\sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}} + \frac{2\sqrt{\frac{h}{d_{\text{ball}}}}(1 + k_v)}{1 - k_v} \left(2\frac{a}{g} - \chi \right) \right). \quad (16)$$

Если условие (13) не выполняется («высокий» порог), то первый отскок после прохождения порога произойдет от стенки трубы в верхней части. Используя то же приближение «gross slip», получим скорости шарика после двух первых отскоков — сначала в верхней части, потом внизу. Они будут:

$$v_{y1,2} = k_v\sqrt{B},$$

$$v_{x1,2} = v_x + \frac{a}{g} \left(v_y - (1 + k_v)\sqrt{v_y^2 - 2g(d_{\text{pipe}} - d_{\text{ball}})} + (1 - \chi)\sqrt{B} \right) - \chi\sqrt{v_y^2 - 2g(d_{\text{pipe}} - d_{\text{ball}})},$$

где $B = k_v^2 v_y^2 + 2g(d_{\text{pipe}} - d_{\text{ball}})(1 - k_v^2)$.

Напомним, что v_x и v_y в формулах для $v_{x1,2}$ и $v_{y1,2}$ определяются выражениями (12).

Если $v_{y1,2}^2/2g \leq d_{\text{pipe}} - d_{\text{ball}}$, то дальнейшее движение шарика продолжится уже рассмотренными выше прыжками. Конечная скорость шарика при этом определяется формулой (14), где вместо v_x и v_y нужно подставить $v_{x1,2}$ и $v_{y1,2}$.

При начальной скорости шарика до 4 м/с и разности диаметров трубы и шарика более 1 см второго отскока практически быть не может (для этого высота порога должна быть более 0,01 диаметра шарика).

3.2. О конечной скорости шарика при наличии регулярно расположенных порогов. Очевидно, что при наличии ряда порогов на пути движения шарика нельзя ожидать установившейся скорости. Конечная скорость шарика будет случайной величиной, распределение которой зависит от длины пути, скорости газа и расположения и величины порогов. Можно сделать оценку максимальной и минимальной величины конечной скорости шарика, если ограничиться случаем равномерно распределенных и одинаковых порогов.

Обозначим расстояние между порогами L , а длину пробега шарика от порога до окончания прыжков — l . Положим, что $L > l$. Тогда длина пробега равна сумме

расстояний между всеми отскоками:

$$l = \sum_{n=0}^{\infty} l_n = \sum_{n=0}^{\infty} v_{x,n} t_n.$$

Здесь $v_{x,n}$ определяется формулой (14), а время одного прыжка $t_n = \frac{2}{g} v_y k_v^n$. В результате для l_n получим выражение

$$l_n = \frac{2}{g} v_x v_y k_v^n + \frac{2}{g} \left(\frac{2a}{g} - \chi \right) v_y^2 \frac{k_v^n (1 - k_v^{n+1})}{1 - k_v},$$

а для l

$$l = \sum l_n = \frac{2}{g} v_x v_y \frac{1}{1 - k_v} + \frac{2}{g} \left(\frac{2a}{g} - \chi \right) v_y^2 \frac{k_v^n (1 - 2k_v)}{1 - k_v^2}. \quad (17)$$

Второе слагаемое в выражении (17) составляет не более 1–2% от первого (для случая прыжков), и можно принять

$$l = \sum l_n \cong \frac{2}{g} v_x v_y \frac{1}{1 - k_v}. \quad (18)$$

Теперь уравнением установившегося периодического движения будет:

$$\Delta v_x = v_0 - v_{x,\infty}, \quad (19)$$

где левая часть уравнения — приращение скорости катящегося шарика на гладкой части трубы длиной $(L - l)$ при начальной скорости $v_{x,\infty}$; величины в правой части определены ранее. Уравнение движения катящегося шарика (6) при $b = 0$ имеет вид $a = a_0 - f v$, где a_0 — начальное ускорение, а f — размерная константа при неизменной скорости газа. Используя его решение, которое дается формулами (9) и (10), получим систему уравнений для установившихся максимального v_0 и минимального $v_{x,\infty}$ значений скорости шарика при периодическом расположении «низких» порогов (заметим, что v_0 и $v_{x,\infty}$ связаны однозначно формулой (16)):

$$\Delta v_x = v_0 - v_{x,\infty} = (v_{\text{ass}} - v_{x,\infty})(1 - \exp(\gamma_0 t)), \quad (20)$$

$$L - l = v_{\text{ass}} t - \frac{(v_{x,\infty} - v_{\text{ass}})(1 - \exp(\gamma_0 t))}{\gamma_0}. \quad (21)$$

Здесь $\gamma_0 = -f a_0$, $v_{\text{ass}} = \frac{1}{f} \left(1 - \frac{g \sin \alpha}{1,4 a_0} \right)$. Решение системы (20), (21) сводится к одному трансцендентному уравнению относительно v_0 :

$$G v_0^2 + \frac{1 - \delta}{\gamma} v_0 = L - \frac{v_{\text{ass}}}{\gamma} \ln \left(1 - \frac{v_0 (1 - \delta)}{v_{\text{ass}} - v_0 \delta} \right),$$

где обозначено $G \equiv \frac{v_x}{v_0} \frac{2}{g} \frac{1}{(1 - k_v)}$, $\delta \equiv \frac{v_{x,\infty}}{v_0} / (1 - k_v)$ (см. формулы (12) и (16)). Расчет при значениях $h/d = 0,001$, $L = 9$ м и значениях параметров a_0 , k_v , χ и f , характерных

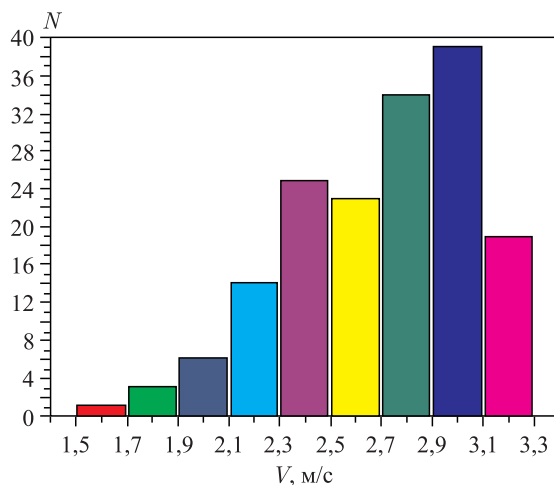


Рис. 12. Распределение конечной скорости движения круглых шариков по трубе длиной 11,4 м при скорости транспортирующего газа 6 м/с (N — количество шариков в интервале скоростей 0,2 м/с; полное число шариков — 164 шт.)

для транспорта стеклянного шарика диаметром 5 мм по стальной трубе диаметром 16 мм потоком газа азота со скоростью 6 м/с, дал следующий результат: $v_0 = v_{\max} = 3,1$ м/с, $v_{\min} = 1,97$ м/с. В опыте с такой трубой длиной 11 м [16] наблюдались значения, близкие к расчету (рис. 12). При этом на гладкой трубе расчетное установившееся значение скорости должно быть 4,5 м/с.

ВЫВОДЫ

1. Выведены уравнения движения шарика в прямой трубе без учета влияния неидеальности стенок трубы и шариков, установлена зависимость безразмерных коэффициентов сил и момента сил от скорости шарика в широком диапазоне его скоростей для двух случаев: движение шарика без вращения (скольжение с малым коэффициентом трения) и вращение шарика в случае его качения без проскальзывания.

2. На основании выведенных уравнений проведено численное моделирование движения шарика в прямой трубе для скоростей газа 8 и 11 м/с, как наиболее характерных для экспериментальных исследований. Установлено, что зависимости коэффициентов сил и момента сил от скорости движения шарика вдоль трубы при различном объемном расходе газа отличаются слабо, что позволило разработать упрощенную модель движения шарика по трубе, в которой коэффициенты сил и момента сил можно аппроксимировать параболической зависимостью от отношения скорости шарика к скорости газа.

3. С учетом аппроксимации коэффициентов сил и момента сил параболической зависимостью выведено уравнение движения шарика в случае его качения и получены аналитические решения этого уравнения для относительной скорости шарика и пройденного им пути и константы \bar{a} и b , определяющие зависимость ускорения шарика от его относительной скорости. Полученные аналитические решения очень слабо отлича-

ются от результатов численного моделирования и могут быть использованы для анализа движения шарика как в модельных экспериментах, так и в реальных условиях.

4. В случае качения шарика экспериментальные значения ускорения, полученные по результатам обработки пусков шариков в стеклянной трубе при различном расходе транспортирующего газа азота комнатной температуры (6, 8 и 11 м/с), согласуются с расчетными значениями ускорения только в узком диапазоне 20–40 % от v_{gas} . При скорости шарика 40–50 % от v_{gas} ускорение падает быстрее, чем предсказывает теория, а при скорости около 50 % становится даже отрицательным. Установлено, что практически во всем диапазоне скоростей движение шарика нерегулярно, подвержено то замедлению, то ускорению, скорее всего, из-за наличия шероховатости трубы и неидеальной формы самого шарика.

5. Определен характер движения шарика в трубе, которое в основном происходит в виде прыжков после столкновения с порогом, наличие которого обусловлено шероховатостью трубы, и отскоков от стенок трубы. Максимальный угол отскока шариков не превышает 11–12°. Выведены уравнения изменения ортогональной и продольной составляющих скорости шарика после столкновения его с порогом. При высоте порога 20 мкм и диаметре шарика 5 мм ортогональная скорость составит 0,22 от начальной скорости шарика, а его продольная скорость — 0,91 от начальной скорости.

6. Выведены уравнения для конечной скорости шарика после столкновения с порогом произвольной высоты и ряда последовательных отскоков от стенки трубы в вертикальной плоскости. Вычисленные значения максимальной v_0 и минимальной $v_{x,\infty}$ скорости шарика при периодическом расположении «низких» порогов согласуются с экспериментом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенов В. Л. Ядерный импульсный реактор // Наука в России. 2002. Т. 6. С. 26–31.
2. Carpenter J. M., Mason T. E. A Long-Wavelength Target Station for the Spallation Neutron Source // Nucl. Instr. Meth. A. 2005. V. 545. P. 1–19.
3. Bauer G. S. Some General Reflections on “Long Pulse” Neutron Sources // J. Neutron Res. 1996. V. 3. P. 253–271.
4. Belyakov A. A. et al. Solid Methane Cold Moderator at the IBR-2 Reactor // Ibid. P. 209–221.
5. Куликов С. А., Шабалин Е. П. Сравнение эффективности материалов холодных замедлителей нейтронов для реактора ИБР-2М. Сообщ. ОИЯИ Р17-2005-222. Дубна, 2005.
6. Шабалин Е. П. Холодный замедлитель нейтронов // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36, вып. 6. С. 1425.
7. Куликов С. А., Шабалин Е. П. Холодный замедлитель нейтронов на основе ароматических углеводородов. Сообщ. ОИЯИ Р13-2004-73. Дубна, 2004.
8. Идельчик И. Е. Гидравлическое сопротивление (физико-механические основы). М.; Л.: Гидроэнергоиздат, 1954. 316 с.
9. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1975. 559 с.
10. Кориолис Г. Математическая теория явлений бильярдной игры: Пер. с фр. М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1956.
11. Domenech A. A Classical Experiment Revisited: The Bounce of Balls and Superballs in Three Dimensions // Am. J. Phys. 2005. V. 73, No. 1. P. 28–36.
12. Пановко Я. Г. Введение в теорию механического удара. М.: Наука, 1977.

13. *Chaplin R. L., Miller M. G.* Coefficient of Friction for a Sphere // *Am. J. Phys.* 1984. V. 52, No. 12. P. 1108–1111.
14. *Maw N., Barber J. R., Fawcett J. N.* The Role of Elastic Tangential Compliance in Oblique Impact // *J. Lubr. Technol.* 1981. V. 103. P. 74–80.
15. *Keller J. B.* Impact with Friction // *J. Appl. Mech.* 1986. V. 53. P. 1–3.
16. *Булавин М. В. и др.* Моделирование пневмотранспорта твердых шариков холодного замедлителя нейтронов: распределение скорости и времени движения. Сообщ. ОИЯИ Р13-2009-72. Дубна, 2009. 16 с.

Получено 15 июня 2016 г.