Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 4(216). С. 355–361

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

СЕПАРАБЕЛЬНОЕ ЯДРО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЕРВОГО РАНГА ДЛЯ НУКЛОНОВ СО СКАЛЯРНЫМИ ПРОПАГАТОРАМИ

С. Г. Бондаренко [1], *В. В. Буров*, *С. А. Юрьев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В статье анализируется ковариантное ядро нуклон-нуклонного взаимодействия частиц со скалярными пропагаторами. Уравнение Бете–Солпитера для T-матрицы рассматривается с потенциалом в сепарабельном виде первого ранга. Параметры ядра для конкретного парциального канала явно связываются с наблюдаемыми — низкоэнергетическими параметрами и фазами рассеяния, энергией связи дейтрона. Рассматриваются ковариантные сепарабельные ядра для парциальных волн с полным угловым моментом $J = 0$ ($^1S_0$, $^3P_0$) и $J = 1$ ($^3S_1$–$^3D_1$, $^1P_1$, $^3P_1$).

The covariant kernel of the nucleon–nucleon interaction of particles with scalar propagators is analyzed. The Bethe–Salpeter equation for the T matrix is considered in the rank-one separable kernel. The parameters of the kernel for the specific partial-wave channels explicitly connect with the observables — low-energy scattering parameters and phase shifts, deuteron binding energy. Covariant separable kernels for the partial-wave channels with total angular momentum $J = 0$ ($^1S_0$, $^3P_0$) and $J = 1$ ($^3S_1$–$^3D_1$, $^1P_1$, $^3P_1$) are considered.

PACS: 11.10.St; 13.75.Cs

ВВЕДЕНИЕ

Исследование малонуклонных систем важно для понимания сильных взаимодействий. Для согласованного ковариантного описания нуклон-нуклонного (NN) взаимодействия обычно используется релятивистское уравнение Бете–Солпитера (БС) [1]. Подход БС с сепарабельным ядром взаимодействия дает хорошее описание упругих и неупругих электромагнитных процессов с дейтроном [2]. Например, формализм БС облегчает анализ роли P-волн (парциальных отрицательно-энергетических составляющих амплитуды БС) в электромагнитных свойствах дейтрона в сравнении с нерелятивистским описанием [3]. Кроме того, ковариантный подход БС дает возможность проанализировать внемассовые эффекты и вклады релятивистского двухчастичного тока [4].

Другой важной областью физики сильных взаимодействий является изучение трехнуклонных систем и адрон-дейтронных реакций. Релятивистские трехчастичные системы описываются уравнениями Фаддеева в подходе БС — так называемыми уравнениями

[1] E-mail: bondarenko@jinr.ru

Бете–Солпитера–Фаддеева. Общее рассмотрение трехнуклонных систем представляет собой достаточно сложную задачу. Поэтому на первом этапе таких исследований делаются некоторые упрощения.

Во-первых, учитываются только парные взаимодействия, а трехчастичные силы не рассматриваются. Во-вторых, используется ковариантное сепарабельное ядро NN-взаимодействия. В этом случае система интегральных уравнений с 6-кратными интегралами переходит в систему интегральных уравнений с 2-кратными интегралами с обобщенными ядрами. И в-третьих, предполагается, что все нуклоны имеют равные массы и описываются скалярными пропагаторами вместо спинорных. Спин-изоспиновая структура нуклонов учитывается с использованием так называемой матрицы коэффициентов связывания.

В статье анализируется ковариантное ядро NN-взаимодействия частиц со скалярными пропагаторами для парциальных волн с полным моментом количества движения $J = 0, 1$. Полученные результаты будут использованы в расчетах трехнуклонных систем.

Работа организована следующим образом: в разд. 1 описан формализм, детали расчетов и результаты приведены в разд. 2, дано заключение.

1. ФОРМАЛИЗМ

Уравнение Бете–Солпитера для двухнуклонной T-матрицы записывается в следующем виде:

$$T(\hat{p}', \hat{p}; \hat{P}) = V(\hat{p}', \hat{p}; \hat{P}) + \frac{i}{4\pi^3} \int d^4\hat{k}\, V(\hat{p}', \hat{p}; P)\, S(\hat{k}; \hat{P})\, T(\hat{k}, \hat{p}; \hat{P}). \tag{1}$$

Здесь $\hat{P} = (\hat{p}_1 + \hat{p}_2)$ $\hat{p} = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)/2$ $[\hat{p}' = (\hat{p}'_1 - \hat{p}'_2)/2]$ — полный и относительный четырехмерный импульс; V — ядро NN-взаимодействия (детали можно найти с работе [2]).

Нуклоны в уравнении имеют спин 1/2, но описываются скалярными пропагаторами:

$$S(\hat{k}; \hat{P}) = [(\hat{P}/2 + \hat{k}) - m_N^2 + i0]^{-1}[(\hat{P}/2 - \hat{k}) - m_N^2 + i0]^{-1}. \tag{2}$$

Парциальное разложение уравнения (в системе покоя двухчастичной системы) приводит его к следующей форме:

$$\begin{aligned} t_{L'L}(p'_0, p', p_0, p; s) &= v_{L'L}(p'_0, p', p_0, p; s) + \\ &+ \frac{i}{4\pi^3} \sum_{L''} \int dk_0 \int k^2\, dk\, v_{L'L''}(p'_0, p', k_0, k; s) S(k_0, k; s) t_{L''L}(k_0, k, p_0, p; s). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $s = P^2$, t и v — парциальные разложения для T-матрицы и ядра V, $e_k = \sqrt{k^2 + m^2}$. Для синглетного (несвязанного триплетного) канала ($L = J$) в сумме имеется только один член, а для связанного триплетного — два.

Для решения уравнения (3) используется сепарабельная форма ядра взаимодействия (первого ранга)

$$v_{L'L}(p'_0, p', p_0, p; s) = \lambda g^{[L']}(p'_0, p') g^{[L]}(p_0, p), \tag{4}$$

где λ и g — параметр и формфактор модели. Тогда t-матрица может быть записана как

$$t_{L'L}(p'_0, p', p_0, p; s) = \tau(s) g^{[L']}(p'_0, p') g^{[L]}(p_0, p), \tag{5}$$

с функцией $\tau(s)$, имеющей

$$\tau(s) = \frac{1}{\lambda^{-1} + h(s)}, \tag{6}$$

и с функцией $h(s)$ в форме

$$h(s) = \sum_L h_L(s) = -\frac{i}{4\pi^3} \int dk_0 \int k^2\, dk \sum_L [g^{[L]}(k_0, k)]^2 S(k_0, k; s). \tag{7}$$

Для построения ядра NN-взаимодействия первого ранга используется ковариантное обобщение ямагучи-функций [5] для $g^{[L]}(k_0, k)$ в следующей форме:

$$g^{[S]}(k_0, k) = \frac{1}{k_0^2 - k^2 - \beta_0^2 + i0}, \tag{8}$$

$$g^{[P]}(k_0, k) = \frac{\sqrt{|-k_0^2 + k^2|}}{(k_0^2 - k^2 - \beta_1^2 + i0)^2}, \tag{9}$$

$$g^{[D]}(k_0, k) = \frac{C_2(k_0^2 - k^2)}{(k_0^2 - k^2 - \beta_2^2 + i0)^2}, \tag{10}$$

где β_L и C_L — параметры модели.

Дейтрон и наблюдаемые NN-рассеяния. На массовой поверхности $t(s)$-матрица может быть выражена через наблюдаемые:

1) в синглетном (несвязанном триплетном) канале

$$t(s) \equiv t(0, \bar{p}, 0, \bar{p}, s) = -\frac{8\pi\sqrt{s}}{\bar{p}}\, \mathrm{e}^{i\delta}\, \sin\delta; \tag{11}$$

2) в связанном триплетном канале

$$t(s) = \frac{4\pi i\sqrt{s}}{\bar{p}} \begin{pmatrix} \cos 2\epsilon\, \mathrm{e}^{2i\delta_<} - 1 & i\sin 2\epsilon\, \mathrm{e}^{i(\delta_< + \delta_>)} \\ i\sin 2\epsilon\, \mathrm{e}^{i(\delta_< + \delta_>)} & \cos 2\epsilon\, \mathrm{e}^{2i\delta_>} - 1 \end{pmatrix} \tag{12}$$

с $\bar{p} = \sqrt{s/4 - m^2} = \sqrt{mT_{\mathrm{lab}}/2}$. Выше введены также фазы рассеяния $\delta \equiv \delta_{L=J}$, $\delta_< \equiv \delta_{L=J-1}$, $\delta_> \equiv \delta_{L=J+1}$ и параметр смешивания ϵ.

Связанное состояние в парциальном канале проявляется в виде простого полюса в t-матрице по квадрату полного импульса. Используя уравнение (6), можно получить следующее условие ($M_b = 2m_N - E_b$, где E_b — энергия связанного состояния):

$$\lambda^{-1} = -h(s = M_b^2). \tag{13}$$

Условие нормировки для вершинной функции дейтрона может быть записано в виде

$$\frac{d}{dP_\mu}(h_S(s) + h_D(s)) = 2P_\mu(p_S + p_D), \tag{14}$$

где $s = P^2 = M_d^2$, p_S и p_L — псевдовероятности парциальных состояний.

Низкоэнергетические параметры — длина рассеяния a_L и эффективный радиус r_L — определяются следующим уравнением:

$$\bar{p}^{2L+1}\cot\delta_L(s) = -\frac{1}{a_L} + \frac{r_L}{2}\bar{p}^2 + \mathcal{O}(\bar{p}^3). \tag{15}$$

Таким образом, уравнение (5) определяет t-матрицу на массовой поверхности ($p_0 = p_0' = 0, p = p' = \bar{p}$), которая может быть связанна с наблюдаемыми NN-рассеяния и дейтроном — фазами рассеяния, низкоэнергетическими параметрами и энергией связи дейтрона.

2. РАСЧЕТЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Параметры модели для определенного парциального канала — λ_L, $\beta_L(C_L)$ — можно получить из анализа наблюдаемых NN-рассеяния и дейтрона. Эти значения рассчитаны из t-матрицы на массовой поверхности (5). Двукратное интегрирование в уравнении (7) может быть выполнено несколькими способами. В данной работе интегрирование по переменной k_0 выполняется с использованием теоремы Коши, а оставшийся однократный интеграл по переменной k (или по e_k) выполняется численно. Как показано в работе [6], интегрирование по k возможно только для связанного состояния $\sqrt{s} < 2m_N$ и для упругого NN-рассеяния в области $2m_N < \sqrt{s} < 2(m_N + \beta)$. Таким образом, рассматриваемая кинетическая энергия ограничена $T_{\rm lab} < 4\beta$.

Рассматривая интегрирование по e_k, можно найти полюс в точке $\bar{e}_k = \sqrt{s}/2$ в функции $1/(\sqrt{s}/2 - e_k + i0)$. Это интегрирование может быть выполнено с использованием следующего формального соотношения:

$$\frac{1}{\sqrt{s}/2 - e_k + i0} = \frac{P}{\sqrt{s}/2 - e_k} - i\pi\delta(\sqrt{s}/2 - e_k), \tag{16}$$

где первый член в правой части выражения отвечает главному значению интеграла, которое дает действительную часть функции $h(s)$. Второй член в правой части дает мнимую часть функции $h(s)$ в виде

$$\operatorname{Im} h(s) = \frac{\bar{k}}{16\bar{e}_k\pi}\sum_L g_L(0,\bar{k})^2 \tag{17}$$

с $\bar{k} = \sqrt{s/4 - m_n^2}$.

Начальные значения параметров для трех несвязанных P-состояний ($^3P_0$, $^1P_1$, $^3P_1$) и связанных состояний $^3S_1$–$^3D_1$ взяты из нашей предыдущей статьи для сепарабельного NN-ядра взаимодействия первого ранга для нуклонов со спинорными пропагаторами [8] и перестраиваются с учетом скалярных пропагаторов нуклонов.

Экспериментальные данные для фаз рассеяния взяты из программы SAID (http://gwdac.phys.gwu.edu/), а значения энергии связи дейтрона и низкоэнергетических параметров приведены в [7].

2.1. $^1S_0$**-состояние.** Параметры парциальной волны $^1S_0$ взяты из статьи [9] и даны в табл. 1 без каких-либо изменений. Вычисленные низкоэнергетические параметры (a_S и r_S) приведены в табл. 1, а фазы рассеяния показаны на рис. 1.

Таблица 1. **Параметры парциального канала** $^1S_0$

Параметр	Экспериментальные данные из [7]	$^1S_0$
λ, ГэВ^4		–1,12087
β_0, ГэВ		0,228302
a_L, Фм	–23,748	–23,753
r_L, Фм	2,75	2,75

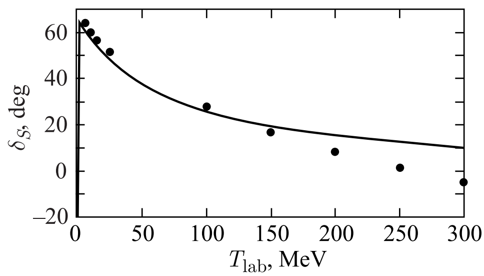

Рис. 1. Фазы рассеяния в парциальном канале $^1S_0$

2.2. Состояния $^3P_0$**,** $^1P_1$**,** $^3P_1$**.** Фазы для несвязанных парциальных состояний могут быть получены с использованием уравнения (5) и (7), а именно

$$\tan\delta_L(s) = \frac{\operatorname{Im} t(s)}{\operatorname{Re} t(s)} = \frac{\operatorname{Im} h(s)}{\lambda_L^{-1} + \operatorname{Re} h(s)}. \tag{18}$$

Чтобы найти параметры λ_L и β_L, применяется процедура минимизации функции χ^2, где n — количество учитываемых экспериментальных точек. Начальные значения параметров взяты из статьи [8]. При вычислении минимума функции χ^2 учитывался максимум кинетической энергии $T_{\mathrm{lab}}^{\max} = 100$ МэВ для $^3P_0$-состояния и $T_{\mathrm{lab}}^{\max} = 200$ МэВ для

Таблица 2. **Параметры парциальных каналов** $^3P_0$**,** $^1P_1$ **и** $^3P_1$

Параметр	$^3P_0$	$^3P_1$	$^1P_1$
λ, ГэВ^6	0,0428572	–5,83051	–3,68029
β_1, ГэВ	0,19904	0,48273	0,44127

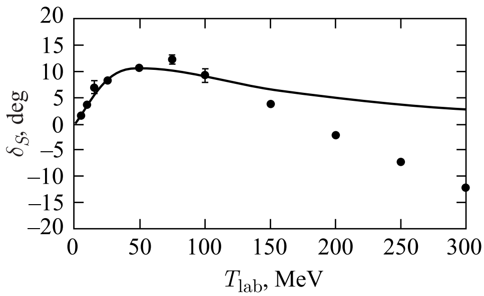

Рис. 2. Фазы рассеяния в парциальном канале $^3P_0$

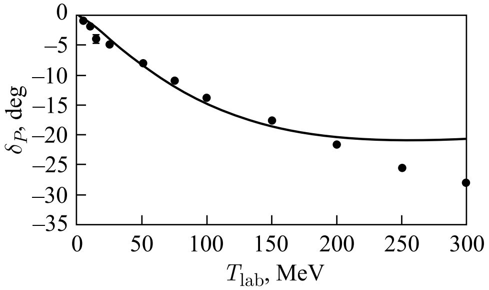

Рис. 3. Фазы рассеяния в парциальном канале $^3P_1$

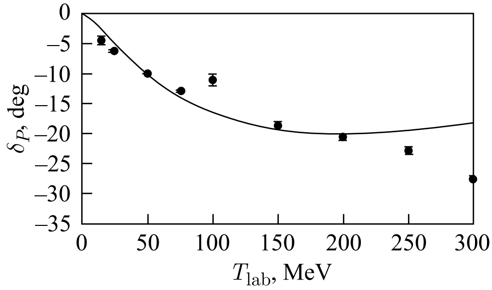

Рис. 4. Фазы рассеяния в парциальном канале $^1P_1$

$^1P_1$-, $^3P_1$-состояний. Рассчитанные параметры приведены в табл. 2, а фазы рассеяния — на рис. 2–4.

2.3. Связанные состояния $^3S_1$–$^3D_1$. Параметры связанных парциальных состояний $^3S_1$–$^3D_1$ получены из параметров, приведенных в статье [8], с использованием следующей процедуры:

• параметр C_2 пересчитан с использованием условия нормировки (14) так, чтобы псевдовероятность парциальной $^3D_1$-волны имела значения $p_D = 4,\ 5,\ 6\,\%$, тогда как параметры β_0 и β_2 зафиксированы;

• параметр λ пересчитан с помощью выражения (13) таким образом, чтобы энергия связи дейтрона была $E_d = 2{,}2246$ МэВ при фиксированных остальных параметрах.

Рассчитанные параметры ядра, а также характеристики низкоэнергетического рассеяния (a_t и r_t) приведены в табл. 3, а фазы — на рис. 5.

Таблица 3. **Параметры связанных парциальных каналов $^3S_1$–$^3D_1$**

Параметр	Экспериментальные данные из [7]	$^3S_1$–$^3D_1$ ($p_D = 4\,\%$)	$^3S_1$–$^3D_1$ ($p_D = 5\,\%$)	$^3S_1$–$^3D_1$ ($p_D = 6\,\%$)
λ, ГэВ^4		–1,83756	–1,57495	–1,34207
β_0, ГэВ		0,251248	0,246713	0,242291
C_2		1,71475	2,52745	3,46353
β_2, ГэВ		0,294096	0,324494	0,350217
a_L, Фм	5,424	5,454	5,454	5,453
r_L, Фм	1,756	1,81	1,81	1,80

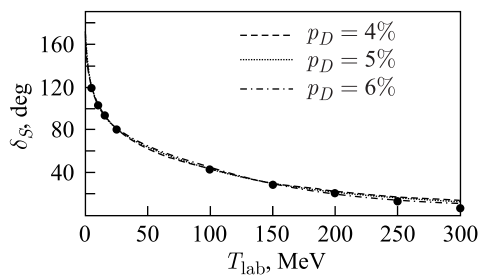

Рис. 5. Фазы рассеяния в парциальном канале $^3S_1$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были рассмотрены ковариантные сепарабельные ядра первого ранга NN-взаимодействия с нуклонами со спином 1/2 и со скалярными пропагаторами. Параметры парциальных состояний с полным угловым моментом $J = 0,\ 1$ получены из анализа наблюдаемых NN-системы — статических свойств дейтрона и параметров NN-рассеяния. Предлагаемые модели ядер будут использованы для исследования трехнуклонных связанных состояний и их динамических электромагнитных свойств (формфакторов).

Работа частично поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований № 16-02-00898 и № 18-32-00278.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Salpeter E. E., Bethe H. A.* // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 1232.
2. *Bondarenko S. G., Burov V. V., Molochkov A. V., Smirnov G. I., Toki H.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2002. V. 48. P. 449; nucl-th/0203069.
3. *Bondarenko S. G., Burov V. V., Beyer M., Dorkin S. M.* // Part. Phys. At. Nucl. 1999. V. 62. P. 917–925.
4. *Bekzhanov A. V., Bondarenko S. G., Burov V. V.* // Phys. Part. Nucl. Lett. 2018. V. 15, No. 1.
5. *Yamaguchi Y.* // Phys. Rev. 1954. V. 95. P. 1628;
   Yamaguchi Y., Yamaguchi Y. // Ibid. P. 1635.
6. *Bondarenko S., Burov V., Rogochaya E.* // EPJ. Web of Conf. 2018 (submitted).
7. *Dumbrajs O., Koch R., Pilkuhn H., Oades G. C., Behrens H., De Swart J. J., Kroll P.* // Nucl. Phys. B. 1983. V. 216. P. 277.
8. *Bondarenko S. G., Burov V. V., Hamamoto N., Hosaka A., Manabe Y., Toki H.* // Nucl. Phys. A. 2003. V. 721. P. C413–C416.
9. *Rupp G., Tjon J. A.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 1729.