

КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ ИОННЫХ СГУСТКОВ НА НУКЛОТРОНЕ

*В. М. Жабицкий*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждаются методы обработки цифрового сигнала, пропорционального продольной интенсивности сгустков заряженных частиц в процессе их ускорения в синхротроне. Для восстановления продольной двумерной функции распределения частиц в сгустке по ее проекциям, зависящим от синхротронного движения частиц, используется метод компьютерной томографии. Приводятся примеры томографических исследований ионных пучков на нуклотроне.

Methods of processing a digital signal proportional to the longitudinal intensity of charged particles in bunches during their acceleration in synchrotrons are discussed. The method of computerized tomography is used for reconstruction of a longitudinal two-dimensional distribution function of particles in the bunch from the data on its profiles depending on synchrotron motion of particles. Examples of tomographic studies of the ion bunches at the Nuclotron are presented.

PACS: 29.20.-c; 29.27.-a

ВВЕДЕНИЕ

При проведении современных научных исследований широко применяются методы вычислительной томографии — математические алгоритмы реконструкции внутренней структуры объекта по совокупности проекционных данных. Обычно проекционные данные получают для тонкого слоя (сечения объекта), внутренняя структура которого описывается двумерной функцией распределения. К такому классу объектов можно отнести сгусток заряженных частиц, в котором частицы, циркулирующие по орбите синхротрона, совершают продольные (синхротронные) колебания относительно синхронной частицы [1]. Действительно, пусть $s_0(t)$ есть смещение синхронной частицы с энергией E_0 вдоль орбиты относительно ускоряющей станции в момент времени t [2]. Тогда продольная функция распределения $f(E - E_0, s - s_0)$ заряженных частиц в сгустке, занимающих положение s и имеющих энергию E , зависит от отклонений $E - E_0$ и $s - s_0$. Одномерная функция распределения, являющаяся проекцией двумерной функции $f(E - E_0, s - s_0)$ на ось времени (или на ось s), совпадает с продольным профилем интенсивности сгустка $n(t)$ — числом частиц в последовательных по времени пролета сечений сгустка, измеряемых датчиком импульсного тока. Аналоговый сигнал $n(t)$ обычно преобразуется в последовательность цифровых отсчетов $n[i]$, соответствующих моментам времени $t_i = i \cdot T_{\text{clk}}$ с постоянным периодом дискретизации T_{clk} .

¹E-mail: V.Zhabitsky@jinr.ru

В работе [3] приведены методы обработки цифрового сигнала $n[i]$ в процессе ускорения протонного сгустка на синхротроне CERN PSB с целью реконструкции (восстановления) продольной двумерной функции распределения частиц в сгустке. В данной работе описана совокупность процессов регистрации данных и их последующей математической обработки с целью реконструкции продольной двумерной функции распределения ионов в ускоряемом сгустке на нуклотроне [4].

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В работе [3] показано, что процедура вычислительной томографии для сгустков заряженных частиц в синхротроне позволяет реконструировать продольную двумерную функцию распределения частиц в сгустке, совершающих синхротронные колебания. Фазовые траектории частиц, имеющих небольшие отклонения от синхронной, при выполнении условий автофазировки являются замкнутыми и окружают устойчивую равновесную точку $\phi = \phi_s$ (рис. 1, а). Импульсная функция $n(t)$ на каждом обороте есть проекция фазового портрета сгустка на ось времени. Чтобы выявить совокупность цифровых последовательностей для профилей интенсивности сгустка, в [3] использовалось специализированное цифровое устройство, которое позволяло синхронизировать процесс измерений с ускоряющим напряжением $\tilde{V}_{rf}(t)$ (рис. 1, б). В результате на каждом обороте k для сгустка с номером j формировалась последовательность цифровых функций $f_j[i, j, k]$, которые являются характеристикой дифференциального закона распределения частиц по отсчетам i в пределах сгустка с номером j на обороте k с начальной точкой $t_l = t_i(\phi_j[k] = -\pi)$. Совокупность этих данных о профилях интенсивности использовалась в процедуре вычислительной томографии [3], где применялся алгебраический метод реконструкции [5, 6]. При этом дополнительными параметрами вычислительного алгоритма в заданный момент времени реконструкции t для ускоряемых заряженных частиц с массой покоя m и зарядом q , циркулирующих по равновесной орбите со средним радиусом R_0 , являются магнитное поле в диполях $B(t)$ на равновесной орбите и скорость его изменения во времени $\dot{B}(t)$, амплитуда ускоряющего напряжения $V_{rf}(t)$ и скорость ее изменения во времени $\dot{V}_{rf}(t)$, кратность ускорения h_{rf} , релятивистский фактор γ_{tr} для критической энергии, радиус кривизны траектории в дипольном магните ρ . Результаты применения

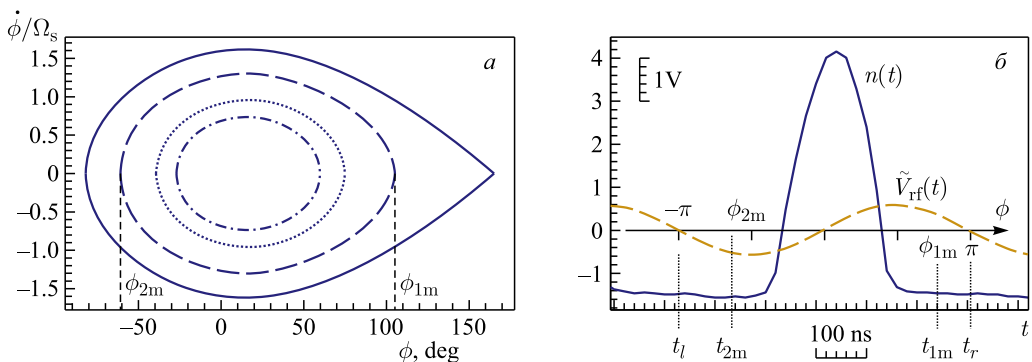


Рис. 1. а) Фазовые траектории [2] для частиц с энергией ниже критической; б) графики для $n(t)$ и ускоряющего напряжения $\tilde{V}_{rf}(t)$

используемой в [3] процедуры вычислительной томографии на синхротронах CERN приведены, например, в работах [7–9].

В данной работе с целью реконструкции продольной двумерной функции распределения ионов в ускоряемом сгустке на нуклотроне в качестве процедуры вычислительной томографии также используется алгебраический метод реконструкции ART [3, 5]. Однако для регистрации данных о профилях интенсивности циркулирующих сгустков используется метод, описанный в работах [2, 10]. Этот метод был усовершенствован с тем, чтобы его можно было использовать для томографического исследования ионных сгустков на нуклотроне без создания специализированного цифрового устройства.

Функциональная схема регистрации данных об интенсивностях сгустков с целью проведения томографических исследований приведена на рис. 2. На орбите нуклотрона циркулируют пять эквидистантных сгустков (кратность ускорения $h_{rf} = 5$). Интенсивность сгустков регистрируется пикапом, сигнал с которого доступен для наблюдения пользователям. Аналоговый сигнал с пикапа $n(t)$ поступает на двухканальный дигитайзер ($T_{clk} = 10$ нс). На второй вход дигитайзера подается задающий гармонический сигнал для ускоряющих станций $\tilde{V}_{rf}(t) = V_0 + V_{rf}(t) \cos(\omega_{rf}(t) + \varphi_0)$, циклическая частота которого $\omega_{rf}(t)$ задана в соответствии с законом изменения магнитного поля в диполях $B(t)$. В результате формируются два цифровых сигнала $n[i]$ и $\tilde{V}_{rf}[i]$, которые передаются на удаленный компьютер, где осуществляются все необходимые процедуры обработки сигналов и вычислительной томографии. Во-первых, осуществляется совместная обработка этих цифровых сигналов с целью преобразования одномерного массива данных $n[i]$ в трехмерный массив данных по отсчетам i в пределах сгустка с номером j на обороте k

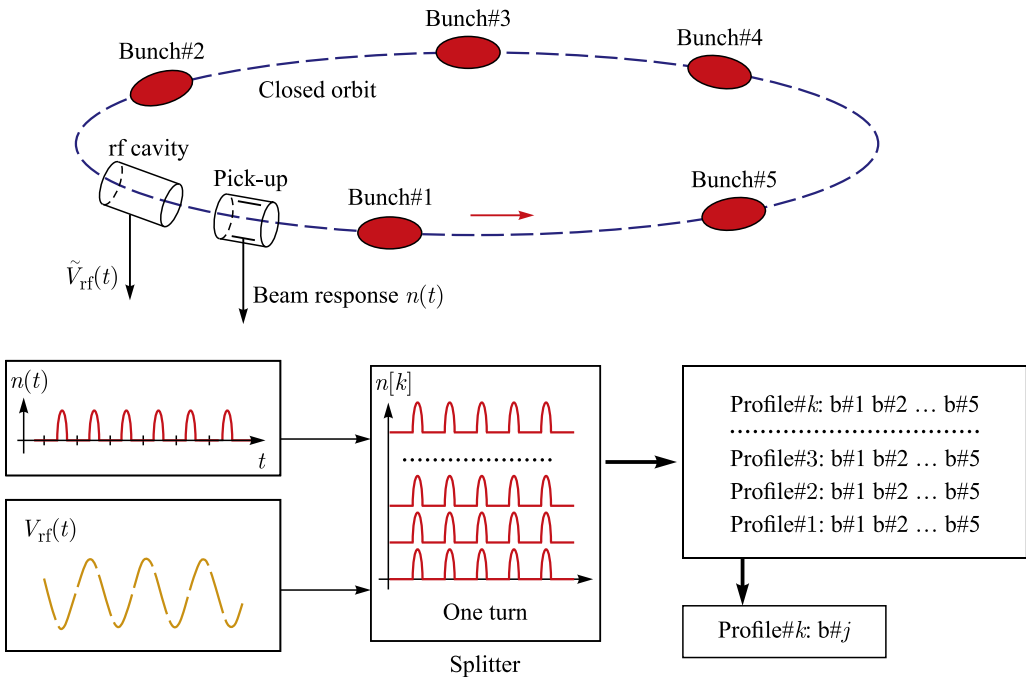


Рис. 2. Функциональная схема регистрации данных

с помощью процедуры Splitter. Затем выполняются процедуры преобразования трехмерного массива данных в проекционные данные $f[i, j, k]$ для сгустков h_{rf} , необходимые для томографической процедуры, начинающейся в момент времени t_{init} . И, наконец, формируются данные для профилей интенсивностей $f_j[i, j, k]$ конкретного сгустка j , для которого выполняется процедура вычислительной томографии.

Поскольку амплитудная зависимость $V_{rf}(t)$ ускоряющего напряжения является медленно зависящей от времени функцией, то можно использовать алгоритм выявления точек разбиения сигнала $n[i]$ на сгустки и обороты в соответствии с процедурой, приведенной в [2]. В результате компьютерной обработки цифрового сигнала $\tilde{V}_{rf}[i]$ находим точки разбиения по времени (см. рис. 1, б):

$$t_l \equiv t_i(\phi_j[k] = -\pi) = i_j[k]T_{clk} - \delta t_j[k].$$

Целочисленные величины $i_j[k]$ образуют массив точек разбиения цифрового сигнала $n[i]$ по сгусткам (j) и оборотам (k). Поправки $\delta t_j[k] < T_{clk}$ позволяют уточнить положение точек разбиения по времени.

При выполнении условий теоремы Котельникова дискретный сигнал $n[i]$ эквивалентен аналоговому, и финитная положительная функция [2]

$$dN(t) = f(t_i(j, k)) dt = n[i] - n_{min}[j, k], \quad (1)$$

заданная на интервале $t_i \in (t_l = t_i(\phi_j[k] = -\pi), t_r = t_i(\phi_{j+1}[k] = -\pi))$, характеризует дифференциальный закон распределения частиц по дискретным отсчетам i в пределах сгустка с номером j на заданном обороте k . Наличие составляющей $n_{min}[j, k]$ в (1) обусловлено передаточной функцией датчика интенсивности (смещение базового уровня сигнала, см. рис. 1, б). Следует также учитывать тот факт, что в сигнале $n(t)$ могут быть компоненты, обусловленные наводками и шумами. Для ослабления помех и устранения смещения базового уровня сигнала выполняется процедура *фазовой селекции* путем стробирования детектируемого сигнала на время действия той его части, которая вызвана частицами в ускоряемом сгустке. С этой целью в пределах сепаратрисы выберем фазовую траекторию (см. рис. 1, а) с точками поворота ϕ_{1m} и ϕ_{2m} , отвечающую максимальной скорости изменения фазы $\dot{\phi}_m$ и, следовательно, энергетическому разбросу частиц ΔE_m . В пределах интервала (t_l, t_r) вычисляем среднее значение для цифровых данных $n[i]$ от точки t_l до точки t_{2m} , которая соответствует точке поворота ϕ_{2m} (см. рис. 1, б). Полученное значение принимается за $n_{min}[j, k]$ и вычитается из данных $n[i]$ в пределах сгустка на заданном обороте. При этом возможные отрицательные значения заменяются на нулевые. После этого обнуляются данные для $n[i]$ за пределами точек поворота ϕ_{1m} и ϕ_{2m} . Таким образом, сформированные данные $f_j[i, j, k] = n[i] - n_{min}[j, k]$ отвечают финитной положительной функции. Для выбранной фазовой траектории максимальная скорость изменения фазы равна $\dot{\phi}_m = \kappa_m \dot{\phi}_e$, где $\dot{\phi}_e$ есть максимальная скорость изменения фазы на сепаратрисе. Параметр κ_m выбирается при настройке метода ART таким образом, чтобы обеспечить сходимость итерационного процесса в ART. Используемая процедура для формирования $f_j[i, j, k]$ позволяет также нивелировать измерительные погрешности датчика интенсивности, связанные с искажениями фронта и спада импульса. В результате формируются проекционные данные $f_j[i, j, k]$ с улучшенными характеристиками для информативной составляющей в измеряемом сигнале. Однако необходимо подчеркнуть, что проекционные данные $f_j[i, j, k]$ позволяют восстановить двумерную функцию распределения частиц в сгустке с энергетическим разбросом ΔE_m .

Для построенной таким образом дифференциальной цифровой функции распределения, являющейся финитной положительной функцией, которая имеет отличные от нуля значения только внутри сепаратрисы, может быть использован общепринятый в статистической физике метод моментов. Так, число частиц в сгустке есть [2]

$$N_j(k) = \int_{t_l}^{t_r} f(t) dt \approx \sum_{i=i_l}^{i_r} f_j[i, j, k], \quad (2)$$

где целочисленные величины $i_l = t_l/T_{\text{clk}}$ и $i_r = t_r/T_{\text{clk}}$ соответствуют левой и правой границам сгустка с номером j на обороте k .

Описанная процедура перехода от цифрового сигнала $n[i]$ для импульсной интенсивности циркулирующих сгустков к функциям $f_j[i, j, k]$, которые являются характеристикой дифференциального закона распределения частиц в сгустке j на обороте k , позволяет выявить проекционные данные, необходимые для алгоритма вычислительной томографии на каждом обороте. Правильность выполнения данной процедуры контролируется визуально путем построения трехмерного графика для профилей интенсивности. При этом величина задержки цифрового сигнала $V_{\text{rf}}[i]$ подбирается таким образом, чтобы все профили для $n[i]$ следовали согласованно друг за другом. Точность процедуры синхронизации дополнительно проверяется по графику для $N_j(k)$, который должен отвечать постоянной (или убывающей при наличии потерь частиц) функции.

ТОМОГРАФИЯ СГУСТКА НА ПРИМЕРЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Как уже отмечалось выше, для процедуры вычислительной томографии используется алгебраический метод реконструкции ART [3]. Для настройки применения метода ART, согласованного с описанной в предыдущем разделе процедурой получения проекционных данных, использовалась следующая расчетно-теоретическая модель. В качестве первого шага задавалась начальная двумерная функция продольного распределения пробных частиц в пределах сепаратрисы для одного сгустка в заданный момент времени t_{init} . Затем для магнитного цикла $B(t)$ и согласованного с ним ускоряющего напряжения $\tilde{V}_{\text{rf}}(t)$ использовались разностные уравнения [11] для синхротронных колебаний с целью выявления изменений положения пробных частиц на фазовой плоскости при их ротации в пределах сепаратрисы вдоль фазовых траекторий и вычислялись проекции возникающей мгновенной двумерной функции распределения на ось времени на каждом обороте. Полученные таким образом данные для профилей интенсивности отвечают финитной положительной функции, которая имеет отличные от нуля значения только внутри сепаратрисы. Следовательно, они могут быть использованы для реконструкции двумерной функции распределения частиц в сгустке с помощью метода ART.

На рис. 3, *a* приведен график для профилей интенсивности. Для начальной функции распределения использовалась суперпозиция двух функций, отвечающих нормальному распределению частиц (функция Гаусса) по фазам и энергиям. Центр распределения первой функции был смещен по энергии на положительную величину относительно синхронной частицы, а второй функции — на отрицательную величину, причем для нее использовалась более узкая функция распределения. Это приводит к когерентным продольным колебаниям частиц в сгустке, что видно на графике для профилей интенсивности

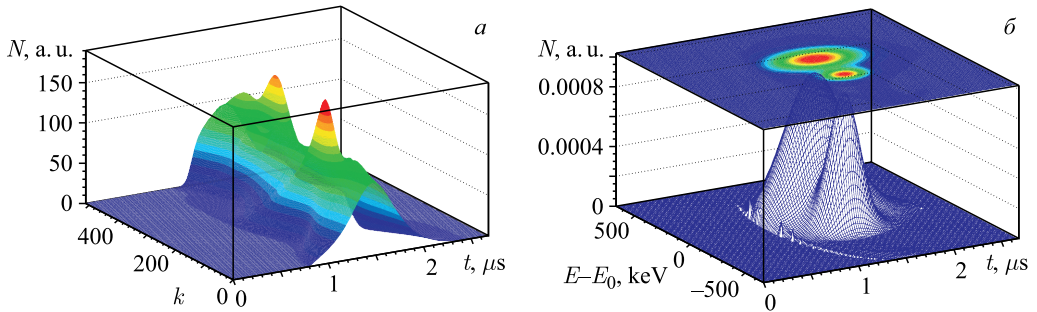


Рис. 3. а) Профили сгустка на разных оборотах k ; б) восстановленная двумерная функция распределения частиц и ее проекция на фазовую плоскость

(см. рис. 3, а). Результат томографического восстановления функции распределения по ее проекционным данным приведен на рис. 3, б. Смещения по энергиям частиц и различия по величинам дисперсий отвечают исходным функциям распределения.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Как уже отмечалось выше, проекционные данные для томографических исследований формируются в соответствии с функциональной схемой, приведенной на рис. 2. Процедура преобразования цифрового сигнала $n[i]$ к трехмерному массиву данных по отсчетам i в пределах сгустка j на обороте k подробно описана выше. На рис. 4, а приведен график для профилей интенсивности пяти сгустков дейтронного пучка на нуклотроне через 500 мкс после инжекции при ускорении в течение 7500 оборотов ($\dot{B} = 0,3$ Тл/с). Эти данные свидетельствуют о синхронизации процессов измерения сигнала $n(t)$ об интенсивности сгустков с ускоряющим напряжением $\tilde{V}_{rf}(t)$, частота которого согласована с изменяющимся магнитным полем $B(t)$. Поэтому полученные цифровые данные на каждом обороте отвечают одномерной функции распределения частиц в сгустках. В соответствии с [2, 10] можно использовать метод моментов для наблюдаемой функции распределения и вычислить, например, для сгустка № 1 результат изменения интенсивности

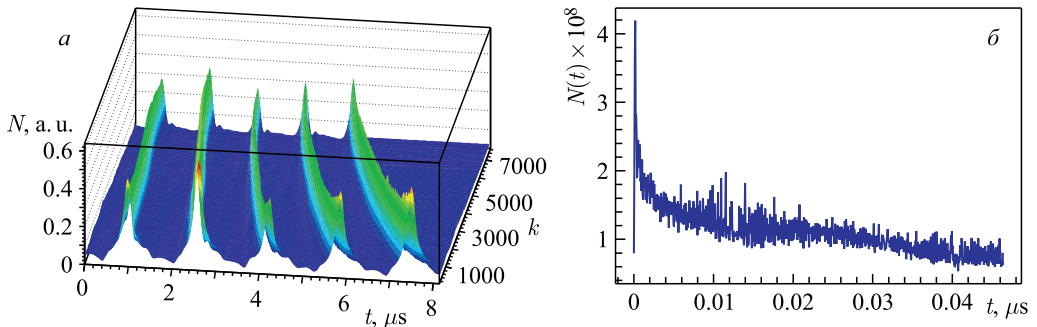


Рис. 4. а) Профили дейтронных сгустков на разных оборотах k ; б) график для числа захваченных частиц $N(t)$ в сгустке № 1

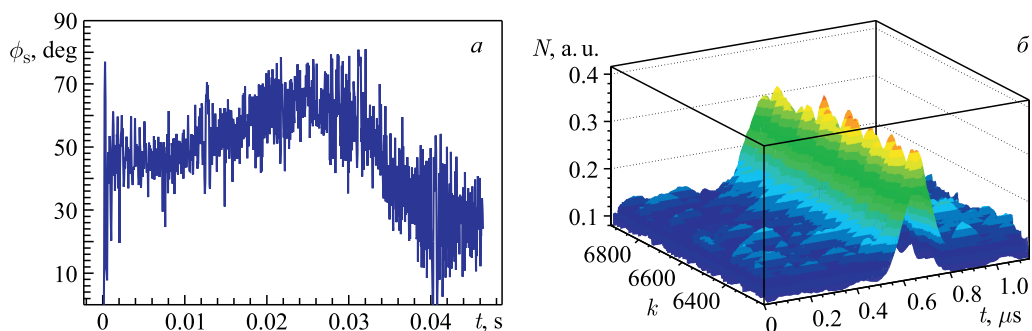


Рис. 5. а) График для $\phi_s(t)$; б) профили сгустка № 1 на разных оборотах k

захваченных частиц $N(t)$ (см. рис. 4, б) и синхронной фазы $\phi_s(t)$ (рис. 5, а) в пределах измеряемого цикла ускорения. Видно, что $N(t)$ и $\phi_s(t)$ принимают стабильные значения через 40 мс. На рис. 4, б приведен график для профилей интенсивности сгустка № 1 в течение 4 мс (700 оборотов), начиная с момента времени $t_{\text{init}} = 42$ мс после инжекции (кинетическая энергия дейтронов при этом $W(t_{\text{init}}) = 9,8$ МэВ/нуклон, $N(t) = 7,6 \cdot 10^7$ и $\phi_s(t) = 27,5^\circ \Rightarrow V_{\text{rf}} = 3,5$ кВ). Для подавления шумовой составляющей в сигнале применена процедура фазовой селекции. Затем для сформированного массива проекционных данных применялся метод ART. График восстановленной двумерной функции распределения дейтронов в сгустке № 1 приведен на рис. 6, а. График функции, характеризующей сходимость процесса итераций в методе ART при $\kappa_m = 0,9$, приведен на рис. 6, б. Видно, что восстановленная функция распределения частиц в сгустке № 1 есть финитная положительная функция, имеющая отличные от нуля значения только внутри сепаратрисы.

На рис. 7 приведены графики проекций полученной функции распределения в пределах сгустка. Выполняя процедуру подгонки (фитирования) проекционных данных к функции Гаусса, получаем, что среднеквадратичная длительность сгустка есть $\sigma_t = 62$ нс в интервале $0,55 < t < 0,75$ мкс. Относительный среднеквадратичный разброс дейтронов по энергиям есть $\sigma_E = 1,1 \cdot 10^{-5}$ в интервале $|\Delta E/E_0| < 2 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, продольный среднеквадратичный эмиттанс дейтронного сгустка на нуклон есть $\varepsilon_s = 0,002$ эВ · с/нуклон, а его фазовая плотность $I_\phi = 1,0 \cdot 10^{10}$ (эВ · с/нуклон) $^{-1}$.

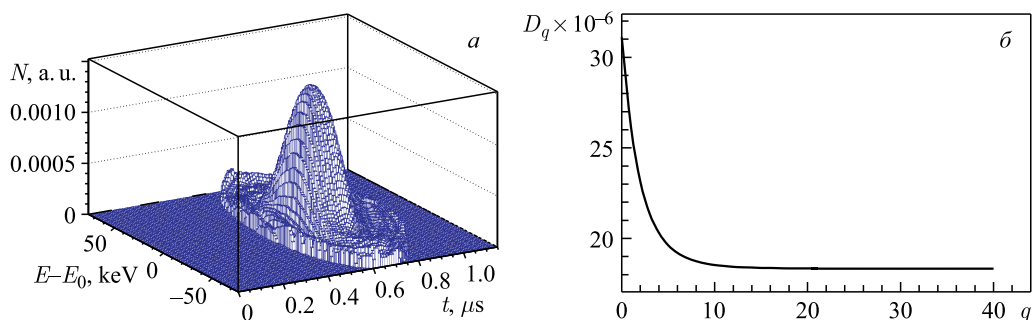


Рис. 6. а) Двумерная функция распределения частиц на фазовой плоскости; б) величина погрешности восстановления D_q [5] в зависимости от числа итераций q

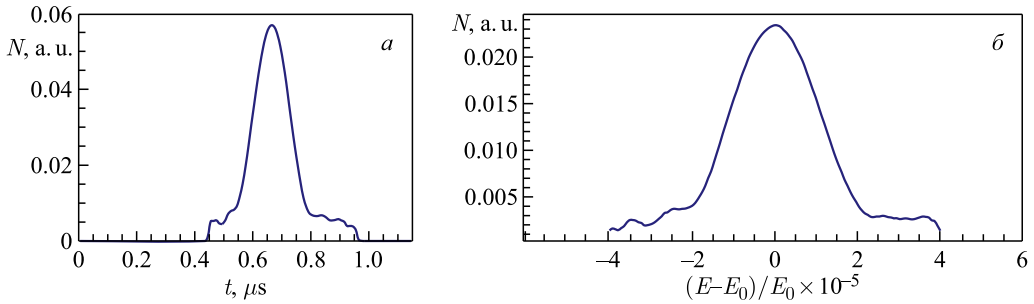


Рис. 7. Графики проекций функции распределения в зависимости от времени (а) и относительного разброса по энергиям (б)

Параметры ионных сгустков на нуклотроне и протонного пучка на PSB

Ион	t_{init} , мс	N	W , МэВ/нуклон	σ_t , нс	σ_E	ϵ_s , эВ · с/нуклон	I_ϕ , эВ · с/нуклон
D	42	$7,6 \cdot 10^7$	9,8	62	$1,1 \cdot 10^{-5}$	0,002	$0,9 \cdot 10^{10}$
D \uparrow	54	$7,3 \cdot 10^7$	11,5	88	$1,7 \cdot 10^{-5}$	0,004	$0,4 \cdot 10^{10}$
C $^{6+}$	100	$1,3 \cdot 10^8$	17,2	75	$2,6 \cdot 10^{-5}$	0,006	$0,6 \cdot 10^{10}$
Li $^{3+}$	90	$1,5 \cdot 10^8$	11,6	69	$1,6 \cdot 10^{-5}$	0,003	$1,1 \cdot 10^{10}$
p	520	$4,8 \cdot 10^{12}$	1400	56	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,500	$2,4 \cdot 10^{12}$

Тестовые томографические исследования были проведены на нуклотроне в ноябре 2016 г. с пучком поляризованных дейтронов D \uparrow , в декабре 2016 г. — с дейтронным пучком D и феврале–марте 2017 г. — с ионами углерода C $^{6+}$ и лития Li $^{3+}$ (таблица). Для сравнения изложенный метод был применен для расчета аналогичных характеристик протонного сгустка на бустерном синхротроне PSB (ЦЕРН). Приведенные в таблице данные для протонного пучка после ускорения совпадают с результатами исследований, изложенными в [8].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе описана совокупность процессов регистрации данных об импульсной интенсивности сгустков и последующей математической обработки полученных данных с целью реконструкции продольной двумерной функции распределения ионов в ускоряемом сгустке на нуклотроне. Оценки точности вычисляемых характеристик не обсуждаются. Однако вычисляемые характеристики сгустков позволяют выявить среднеквадратичные продольные параметры сгустка, необходимые для сопоставления измеряемых величин с проектными характеристиками синхротрона.

Автор выражает благодарность О. И. Бровко, А. В. Бутенко, Е. В. Горбачеву, В. Н. Карпинскому, С. В. Романову, Г. С. Седых, В. М. Слепневу (ОИЯИ) за плодотворные обсуждения и помощь в получении экспериментальных данных на нуклотроне, а также А. Blas (ЦЕРН) за экспериментальные данные с синхротрона PSB.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев А. Н., Шальнов А. В. Основы физики и техники ускорителей. М.: Энергоатомиздат, 1991. 528 с.
2. Жаблицкий В. М. Цифровые методы диагностики продольных параметров сгустков в синхротронах // Письма в ЭЧАЯ. 2016. Т. 13, № 1(199). С. 199–207.
3. Hancock S., Knaus P., Lindroos M. Tomographic Measurements of Longitudinal Phase Space Density // Proc. of the Sixth Eur. Part. Accel. Conf., Stockholm, June 22–26, 1998. Geneva: Inst. of Phys., 1998. P. 1520–1522.
4. Sidorin A., Agapov N., Alfeev A. *et al.* Status of the Nuclotron // Proc. of XXV Russ. Part. Accel. Conf. (RuPAC-2016), St. Petersburg, Russia, Nov. 21–25, 2016. Saint Petersburg State Univ., 2016. P. 150–152.
5. Gordon R. A Tutorial on ART // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1974. V. NS-21, No. 3. P. 78–93.
6. Хермен Г. Т. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983. 351 с.
7. Hancock S., Sanchez Alvarez J.-L. A Pedestrian Guide to Online Phase Space Tomography in the CERN Complex. CERN-PS-RF-NOTE-2001-010. Geneva: CERN, 2001. 17 p.
8. Angoletta M. E., Blas A., Butterworth A. *et al.* PSB Beam Longitudinal Blow-Up by Phase Modulation with the Digital LLRF Prototype System. CERN-ACC-Note-2014-0007. Geneva: CERN, 2014. 23 p.
9. Hancock S. Tomography at Injection in the PSB. CERN-ACC-NOTE-2016-0040. Geneva: CERN, 2016. 4 p.
10. Жаблицкий В. М. Методы компьютерной обработки экспериментальных данных об интенсивности сгустков в синхротронах // Письма в ЭЧАЯ. 2016. Т. 13, № 7(205). С. 1294–1299.
11. Handbook of Accelerator Physics and Engineering / Eds.: A. Chao, M. Tinger. Singapore: World Sci., 1999. 740 p.