

## ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРЫ КОЛЛАЙДЕРА NICA С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

*А. В. Богомяков<sup>а</sup>, С. А. Глухов<sup>а</sup>, К. Ю. Карюкина<sup>а,1</sup>,  
О. С. Козлов<sup>б</sup>, С. А. Костромин<sup>б</sup>, Е. Б. Левичев<sup>а</sup>,  
Н. Карминьяни<sup>в</sup>, С. М. Лиуццо<sup>в</sup>*

<sup>а</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера, Новосибирск, Россия

<sup>б</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>в</sup> Европейский центр синхротронного излучения, Гренобль, Франция

NICA (Nuclotron based Ion Collider fAcility) — новый коллайдер тяжелых ионов, который разрабатывается в ОИЯИ (Дубна) для изучения свойств горячей и плотной барионной материи. Основным источником ограничения поперечной динамической апертуры в NICA оказывается нелинейное краевое поле квадрупольных линз финального фокуса. Для оптимизации динамической апертуры мы применили генетический алгоритм, управляющий набором мультипольных линз. Результаты оптимизации обсуждаются в данной работе.

NICA (Nuclotron based Ion Collider fAcility) is a new accelerator complex designed at the Joint Institute for Nuclear Research (Dubna) to study properties of hot and dense baryonic matter. Dynamic aperture of the NICA is limited mainly by fringe fields of central lenses of final focus triplets. For dynamic aperture optimization, we applied the genetic algorithm that controls a set of multipole lenses. The optimization results are discussed in this paper.

PACS: 29.20.-c

### ВВЕДЕНИЕ

Ускорительный комплекс NICA [1] создается для проведения широкого спектра экспериментов с использованием встречных пучков различных частиц, от протонов и поляризованных дейтронов до массивных ионов золота. Коллайдер состоит из двух накопительных колец, размещенных друг над другом; разделение пучков происходит в вертикальной плоскости поворотными магнитами с длиной 1,4 м и углом поворота 40 мрад.

Каждое кольцо выполнено в формфакторе «рейстрек» и состоит из двух арок и двух прямолинейных промежутков для установки детекторов, ВЧ-станций, систем электронного и стохастического охлаждения. В прямолинейных промежутках расположены два триплета квадрупольных линз финального фокуса, разводящие магниты, корректирующие магниты (в том числе нелинейные) и другое оборудование. Поворотные арки состоят из 12 регулярных FODO-ячеек [2]. Оптические функции всего кольца и финального фокуса,

---

<sup>1</sup>E-mail: kskaryukina@gmail.com

рассчитанные программой Accelerator Toolbox (AT) для структуры NICA-ring-8<sup>1</sup>, показаны на рис. 1 и 2. Длина накопительного кольца NICA составляет 503 м. Бетатронные функции в точке встречи выбраны равными 60 см; максимальные бетатронные функции в центральной линзе финального фокуса 135 м. Основные параметры накопителя, при которых производилось моделирование динамики пучка, приведены в табл. 1. Максимальная магнитная жесткость  $B\rho = 45$  Тл·м, что соответствует энергии ионов золота  $^{79}\text{Au}$  4,5 ГэВ/нуклон.

Выбор рабочей точки вблизи разностного резонанса и наличие в структуре кольца соленоидов (табл. 2, где  $\varphi = eB/p_0c$ ) обуславливают связь бетатронных колебаний, существенно влияющую на динамику частиц.

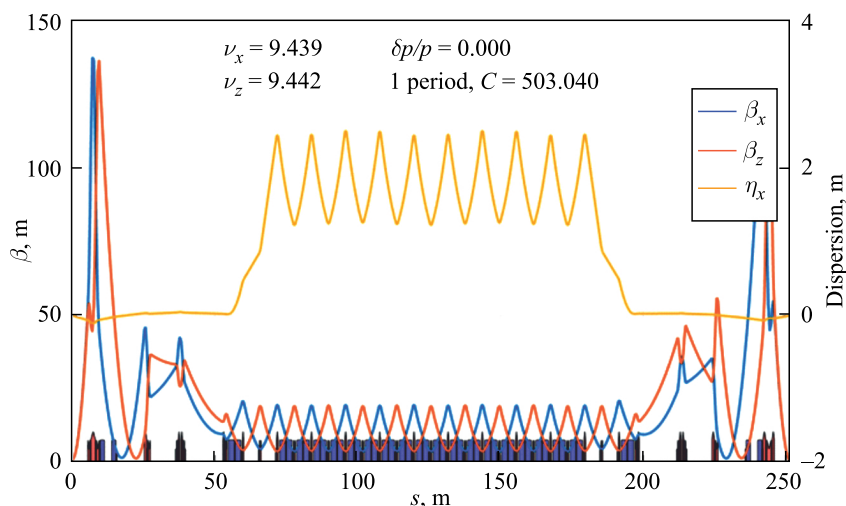


Рис. 1. Функции Твисса для половины кольца коллайдера NICA

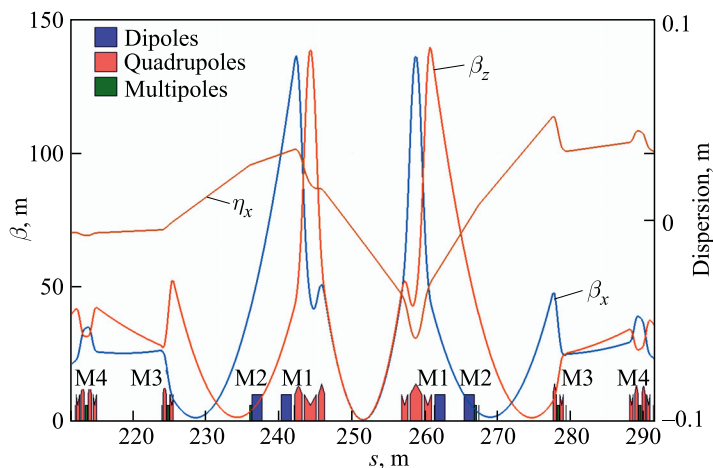


Рис. 2. Функции Твисса в магнитах финального фокуса пучка коллайдера NICA

<sup>1</sup>Структура представлена С. Костроминным.

Таблица 1. Основные параметры накопительного кольца коллайдера NICA

Параметр	Значение
Периметр кольца, м	503,04
Количество сгустков	22
Среднеквадратичная длина сгустка, м	0,6
$\beta$ -функция в точке встречи, м	0,597/0,601
Бетатронные частоты $Q_x/Q_z$	9,43/9,44
Натуральный хроматизм $Q'_x/Q'_z$	-23,8/-23,9
Акцептанс кольца, $\pi$ мм·мрад	40
Импульсный акцептанс $\Delta p/p_{\max}$	$\pm 0,010$
Критическая энергия $\gamma_{tr}$	7,088
Энергия ионов $^{79}\text{Au}$ , ГэВ/нуклон	4,5
Количество ионов в сгустке, м	$2,3 \cdot 10^9$
Среднеквадратичный импульсный разброс $\Delta p/p$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Среднеквадратичный эмиттанс, $\pi$ мм·мрад	1,1/0,75
Пиковая светимость, $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{27}$

Таблица 2. Параметры соленоидов в структуре коллайдера NICA

Соленоид	Длина $L$ , м	$\varphi$ , рад/м
Детектор SPD	10,5	0
Детектор MPD	10,5	0,0112
Система электронного охлаждения	6	0,0045

Изучение движения пучка и оптимизация динамической апертуры выполнялись с помощью моделирующей программы Accelerator Toolbox (AT) [3]. Для надежности результаты проверялись и подтверждались программами TrackKing [4] и MADX [5]; проверка показывает хорошее согласие.

## 1. НАЧАЛЬНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ АПЕРТУРА

Динамическая апертура (ДА) — область устойчивого движения частиц в шестимерном фазовом пространстве при действии нелинейных возмущений — является важной характеристикой циклического ускорителя, от которой зависят время жизни пучка и эффективность инжекции. Здесь мы задаем динамическую апертуру простейшим (но и общепринятым) образом как набор таких начальных координат частицы  $z_0(x_0)$ ,  $x'_0 = z'_0 = 0$  при некотором фиксированном значении относительного импульса  $\delta = \Delta p/p$ , для которых частица остается устойчивой в течение некоторого (в нашем случае типично  $2^{10}$ ) числа оборотов. Основная цель работы — увеличение и оптимизация динамической апертуры — решается путем испытаний и сравнений большого числа выборок значений сил нелинейных магнитных элементов, бетатронных частот и импульсов частиц. Эта процедура требует значительного процессорного времени, и принципиально важной при этом оказывается скорость определения ДА, которая тем выше, чем проще определение. Для уменьшения времени численного моделирования мы сознательно отступаем от более строгих (но и более затратных в расчете) определений апертуры и оставляем за рам-

ками соответствие кратковременной (более 1000 оборотов) и долговременной (период проведения эксперимента) апертур [6].

В работе [7] рассматривалось влияние на ДА NICA различных источников нелинейного возмущения: секступольных магнитов, корректирующих натуральный хроматизм, и нелинейных краевых полей квадрупольных линз. Именно последние ограничивают ДА коллайдера NICA определяющим образом при равновесных поперечных размерах циркулирующего пучка, причем основной вклад дает триплет линз финального фокуса (из-за больших значений  $\beta$ -функций), а влияние краевых полей линз арка незначительно.

На рис. 3 показана динамическая апертура коллайдера NICA без учета и с учетом нелинейных краевых полей квадрупольных линз. Четыре семейства секступольных линз размещены в поворотных арках вблизи максимумов соответствующих бетатронных функций структуры FODO. Число линз и их параметры для  $B\rho = 45$  Тл·м приведены в табл. 3.

Без учета краевых полей квадрупольных линз апертура оказывается  $A_{x,z} \approx 13\sigma_{x,z}$ , краевые поля уменьшают это значение до  $A_{x,z} \approx 7\sigma_{x,z}$  (до величины геометрического аксептанса накопителя), т. е. примерно в два раза. Зависимость частоты бетатронных колебаний от амплитуды частицы показана на рис. 4. Вклад краев линз в добавку к частоте суще-

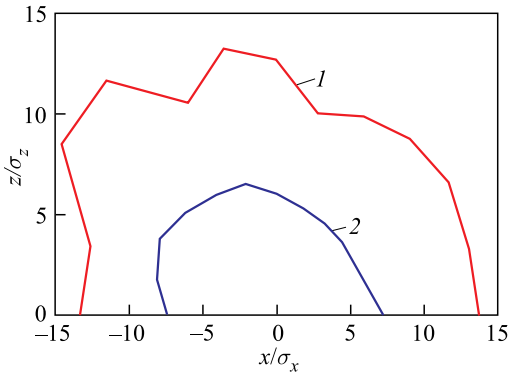


Рис. 3 (цветной в электронной версии). Влияние на динамическую апертуру краевых полей квадрупольных линз. Красная линия (1) — без учета краевых эффектов, синяя (2) — с учетом

Таблица 3. Параметры секступольных линз для коррекции натурального хроматизма

Линза	$N$	$B''L/B\rho, 1/\text{м}^{-2}$
SF	16	0,29
SD	16	-1,17

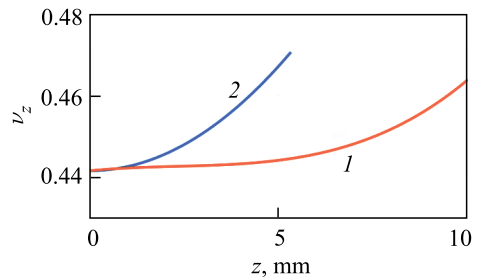
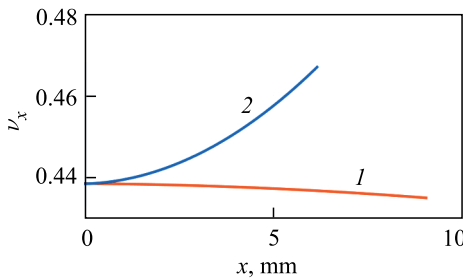


Рис. 4 (цветной в электронной версии). Зависимость бетатронной частоты от амплитуды колебаний частицы. Красная линия (1) — без учета краевых эффектов; синяя (2) — с учетом

ственно превосходит вклад хроматических секступолей, причем сдвиг частот от краев линз всегда положительный независимо от знака квадрупольной линзы [8]. И, поскольку невозмущенная частота выбрана слегка ниже полуполого резонанса, увеличение амплитуды колебаний приводит к смещению частот (и горизонтальной, и вертикальной) вплоть до гибели частицы на полуполом резонансе. Графики зависимости  $\nu_z(x)$  построены при минимальной вертикальной амплитуде 30 мкм.

### КРАЕВОЕ ПОЛЕ КВАДРУПОЛЬНОЙ ЛИНЗЫ

Влияние нелинейности краевого поля квадрупольных линз на динамику пучка рассматривалось многими авторами [9–14]. Гамильтониан движения частицы с учетом краевых квадрупольных и октупольных нелинейностей (в лидирующем порядке) имеет вид [13]

$$H = \frac{1}{2}(p_x^2 + p_z^2) + \frac{1}{4}k_1'(p_x x z^3 - p_z z x^3) - \frac{1}{48}k_1''(x^4 - z^4) + \frac{1}{24}k_3(x^4 - 6x^2 z^2 + z^4), \quad (1)$$

где  $k_1 = (dB_z/dx)/B\rho$  — приведенный фокусирующий коэффициент,  $k' = (dk/ds)/B\rho$  — производная спада/подъема градиента линзы на краю, а  $k_3 = (d^3 B_z/dx^3)/B\rho$  — октупольная нелинейность. Первое слагаемое в (1) описывает линейное движение, вторые два — влияние краевого поля квадрупольной линзы, последнее — вклад октупольных линз. Следует отметить, что в [15] приводится другой вид гамильтониана, отличающийся от (1) выбором калибровки векторного потенциала электромагнитного поля. Однако уравнения движения не зависят от вида калибровочной функции, и для обоих гамильтонианов

$$x'' = -k_1 \left( x - x' z' z + \frac{3}{2} x x'^2 + \frac{1}{2} x z'^2 \right) + \frac{1}{12} k_1'' (x^3 + 3x z^2) + k_1' x z z' + \frac{1}{6} k_3 (x^3 - 3x z^2), \quad (2)$$

$$z'' = k_1 \left( z - x' z' x + \frac{3}{2} z z'^2 + \frac{1}{2} z x'^2 \right) - \frac{1}{12} k_1'' (z^3 + 3z x^2) - k_1' z x x' + \frac{1}{6} k_3 (z^3 - 3z x^2).$$

Основной член потенциала возмущения краевой и октупольной нелинейностей в (2) содержит мономы одной и той же — четвертой — степени переменных, что наводит на мысль попробовать скомпенсировать влияние краевого поля квадрупольных линз октупольными корректорами, тем более что влияние секступольных линз мало. Сложности, возникающие при этом, можно проиллюстрировать, рассматривая сдвиг частоты бетатронных колебаний, который, как известно, в первом порядке теории возмущения имеет вид

$$\Delta\nu_x = a_{xx} J_x + a_{xz} J_z, \quad (3)$$

$$\Delta\nu_z = a_{zx} J_x + a_{zz} J_z,$$

где переменная действия определяется согласно  $x = \sqrt{2J_x \beta_x} \cos \phi_x$  (и аналогично для  $z$ ), а коэффициенты записываются как [13]

$$\begin{aligned} a_{xx} &= \frac{1}{16\pi} \oint k_3 \beta_x^2 ds - \frac{1}{32\pi} \oint k_1'' \beta_x^2 ds, \\ a_{zx} = a_{xz} &= -\frac{1}{8\pi} \oint k_3 \beta_x \beta_z ds + \frac{1}{8\pi} \oint k_1' (a_z \beta_x - a_x \beta_z) ds, \\ a_{zz} &= \frac{1}{16\pi} \oint k_3 \beta_z^2 ds + \frac{1}{32\pi} \oint k_1'' \beta_z^2 ds, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $a_{x,z} = -\beta'_{x,z}/2$ . Казалось бы, самое простое — это попытаться внести кубическую компоненту поля прямо в квадрупольную линзу, чтобы локально исправить эффект, вносимый краями линзы. Если линза фокусирует не очень сильно, так что  $L\sqrt{k_1} < 1$ , то (4) можно существенно упростить, используя кусочно-постоянную аппроксимацию магнитного поля и переходя от интегрирования к суммированию по магнитам [13],

$$\begin{aligned} a_{xx} &\approx \frac{1}{16\pi} \sum_i (k_3 \overline{\beta_x^2} L)_i + \frac{1}{8\pi} \sum_i (k_1^2 \overline{\beta_x^2} L)_i, \\ a_{xz} = a_{zx} &\approx \frac{-1}{8\pi} \sum_i (k_3 \overline{\beta_x} \cdot \overline{\beta_z} L)_i + \frac{1}{4\pi} \sum_i (k_1^2 \overline{\beta_x} \cdot \overline{\beta_z} L)_i, \\ a_{zz} &\approx \frac{1}{16\pi} \sum_i (k_3 \overline{\beta_z^2} L)_i + \frac{1}{8\pi} \sum_i (k_1^2 \overline{\beta_z^2} L)_i, \end{aligned} \quad (5)$$

где взяты средние по длине линзы бетатронные функции. Из (5) видно, что для ликвидации «прямых» коэффициентов  $a_{xx}$  и  $a_{zz}$  величина корректирующей кубической компоненты поля в линзе должна быть  $k_3 = -2k_1$ ; при этом, однако, величина перекрестного коэффициента  $a_{xz}$  удваивается, и увеличение динамической апертуры становится неочевидным. Поэтому приходится использовать более сложные схемы размещения октупольных корректоров. В заключение отметим, что наиболее простой и быстрый метод преобразования координат частицы через первый (входной) нелинейный край квадрупольной линзы имеет вид (главный порядок) [15]:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -\frac{k_1}{12}(x^3 + 3xz^2), & \Delta p_x &= \frac{k_1}{4}((x^2 + z^2)p_x + 2xzp_x), \\ \Delta z &= \frac{k_1}{12}(z^3 + 3zx^2), & \Delta p_z &= -\frac{k_1}{4}((x^2 + z^2)p_z + 2zxp_z). \end{aligned} \quad (6)$$

Это преобразование симплектично. На втором (выходном) крае знак преобразования меняется на противоположный.

## ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ

Для оптимизации динамической апертуры коллайдера NICA мы пользовались программой NGPM, реализованной на Matlab [16]. NGPM — аббревиатура от «A NSGA-II Program in Matlab». NSGA-II — это многокритериальный генетический алгоритм, подробности которого можно найти в [17]. Генетический алгоритм — это адаптивный метод поиска оптимального решения (максимума или минимума целевой функции). Первые работы по симуляции эволюции были проведены в 1954 г. Н. Баричелли [18]. Свою популярность генетические алгоритмы приобрели благодаря работе Дж. Холланда в начале 1970-х годов и его книге «Адаптация в естественных и искусственных системах» [19]. В основе алгоритма лежит механизм генетического наследования и естественного отбора теории эволюции Ч. Дарвина. Поскольку идея генетического алгоритма заимствована у живой природы, применяемая терминология напоминает биологическую. Так, пробное решение задачи оптимизации называется особью или хромосомой, а набор всех пробных решений на данном эволюционном шаге — популяцией. Основная

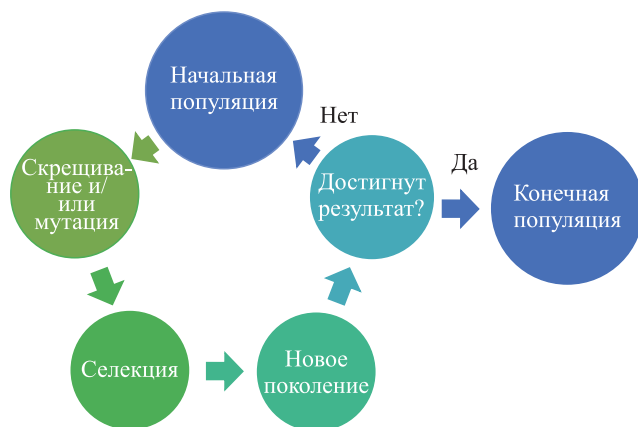


Рис. 5. Схема генетического алгоритма

цель развития генетических алгоритмов — решение проблемы преждевременной сходимости, когда целевая функция принимает значение локального, а не глобального экстремума.

На первом шаге генетический алгоритм (рис. 5) формирует начальную популяцию — набор допустимых решений задачи — либо случайным образом, либо с помощью вероятностных методов. Хорошая начальная популяция может существенно сократить время достижения глобального оптимума. Затем с помощью операторов селекции выбираются два решения-родителя, которые с помощью операторов скрещивания производят новое решение (потомка). Это решение подвергается небольшим случайным модификациям (мутациям), которые позволяют избежать локальных минимумов. Такой процесс размножения имеет целью создание новой популяции с решениями, которые были бы ближе к глобальному минимуму, чем предыдущая популяция. Аналогично биологическому эволюционному процессу здесь работает принцип выживания сильнейших: решения, близкие к оптимальному, закрепляются в популяции, а далекие от оптимума (слабые потомки) отбраковываются. Процесс повторяется до достижения желаемого результата либо до достижения заданного количества популяций или времени, заданного на эволюцию.

Конечно, приведенная картина весьма упрощена. Для более детального знакомства с использованием генетических алгоритмов для решения задач ускорителей заряженных частиц можно рекомендовать [20–25]. В настоящее время существует несколько программ для моделирования, разработки и оптимизации ускорителей заряженных частиц, оснащенных генетическими алгоритмами.

## ПРОГРАММА ACCELERATOR TOOLBOX

Программа Accelerator Toolbox (AT) была изначально разработана А.Теребило [26] для расчета и моделирования как циклических ускорителей, так и линейных структур (каналов транспортировки пучка). Особенностью программы является то, что она реализована на платформе широко распространенного и мощного коммерчески доступного пакета прикладных программ Matlab [27] для решения задач технического, физического,

математического и другого научного характера. Помимо интерактивной среды Matlab представляет собой высокоуровневый интерпретируемый язык программирования, на котором, собственно, и написаны основные функции и процедуры АТ. Те функции, которые требуют высокой скорости вычисления (трекинг частиц и т. п.), реализованы на языке C/C++ и скомпилированы в бинарные файлы, запускаемые в среде Matlab. Удобство такого подхода заключается в том, что пользователь может применять для редактирования и управления данными, визуализации, оптимизации и обработки результатов моделирования ускорителя заряженных частиц (например, вычисления ряда Фурье для определения частоты бетатронных колебаний) хорошо проверенные встроенные функции Matlab, избегая проблем экспорта и согласования форматов данных. Открытый код АТ позволяет при необходимости создавать свои процедуры и функции. Сейчас Accelerator Toolbox — это коллаборация людей по всему миру, которые занимаются написанием кода [28].

### ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ

Оптимизация ДА коллайдера NICA проводилась с помощью октупольных корректирующих магнитов M1–M4, размещенных слева и справа от (каждой) точки встречи, как это показано на рис. 2. Рассматривались различные варианты распределения сил корректоров, как обладающие зеркальной симметрией относительно мест встречи, так и без нее. В последнем случае алгоритм оптимизации сам восстанавливал приблизительную симметрию, которой мы и пользуемся дальше, поскольку это уменьшает число источников питания корректоров.

Мы оптимизировали размер ДА, пользуясь 13 лучами на графике  $z_0(x_0)$  с угловым шагом  $15^\circ$ , как это показано на рис. 6. Оси системы координат нормированы на соответствующие среднеквадратичные размеры пучка  $\sigma_{x,z}$ .

Вдоль каждого луча перемещается начальная координата запуска трекинга частицы через магнитную структуру (начиная с больших и заведомо неустойчивых значений и двигаясь к началу координат с заданным шагом); первая точка, устойчивая в течение  $2^{10}$  оборотов, и считается границей ДА в данном направлении. Из-за наличия нескомпенсированной связи бетатронных колебаний оси мод поперечных колебаний оказываются слегка повернутыми относительно осей программы моделирования в точке вывода результатов (азимут встречи), как это видно на рис. 6. Этот эффект исчезнет после коррекции бетатронной связи и не принципиален для целей данной работы — поиска методов и алгоритмов для увеличения ДА. Однако в дальнейшем после компенсации связи может понадобиться дополнительная небольшая оптимизация.

Результаты приведены на рис. 7 и в табл. 4. В вертикальном направлении результаты применения двух и четырех корректоров примерно одинаковы:  $N\sigma_z \approx 9\sigma_z$ . По горизонтали же оптимизация четырьмя корректорами M1–M4 дает большую апертуру:  $N\sigma_x \approx 15,7\sigma_x$  в сравнении с использованием только M1, M2 ( $N\sigma_x \approx 10,9\sigma_x$ ). Последнее

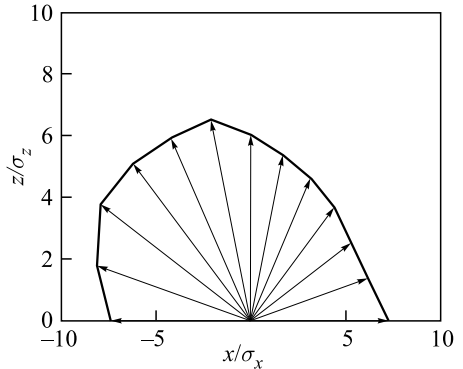


Рис. 6. Иллюстрация построения динамической апертуры



может оказаться полезным для инъекции по горизонтали. Интегральные силы октупольных корректоров для графиков, показанных на рис. 7, приведены в табл. 5, 6. На рис. 8 показано поведение частоты бетатронных колебаний от начальных координат  $\nu_{x,z}(x, z)$  для исходного случая и после оптимизации корректорами М1, М2 и М1–М4. Видно, что

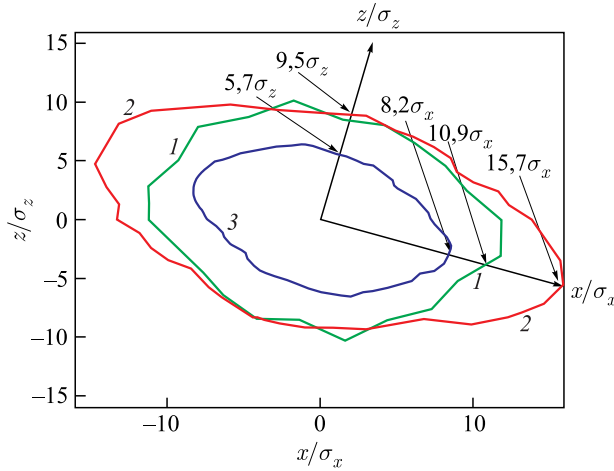


Рис. 7 (цветной в электронной версии). Результаты оптимизации ДА коллайдера NICA двумя семействами октупольных корректоров М1, М2 (зеленый контур, 1) и четырьмя М1–М4 (красный контур, 2). Начальная неоптимизированная апертура показана синим цветом (3)

Таблица 4. Значения границ динамической апертуры

Структура	Значение $\sigma_x$	Значение $\sigma_z$
Начальная	8,2	5,7
Оптимизация октуполями М1, М2	10,9	8,8
Оптимизация октуполями М1–М4	15,7	9,5

Таблица 5. Силы октупольных корректоров для оптимизации двумя семействами

Имя семейства октуполей	Интегральные силы октупольных корректоров $\frac{1}{6} \frac{1}{B\rho} \frac{d^3 Bz}{dx^3} l, \text{ м}^{-3}$
М1	0,28
М2	-8

Таблица 6. Силы октупольных корректоров для оптимизации четырьмя семействами

Имя семейства октуполей	Нормальный октупольный коэффициент $\frac{1}{6} \frac{1}{B\rho} \frac{d^3 Bz}{dx^3} l, \text{ м}^{-3}$
М1	0,03
М2	-5
М3	0,92
М4	1,41

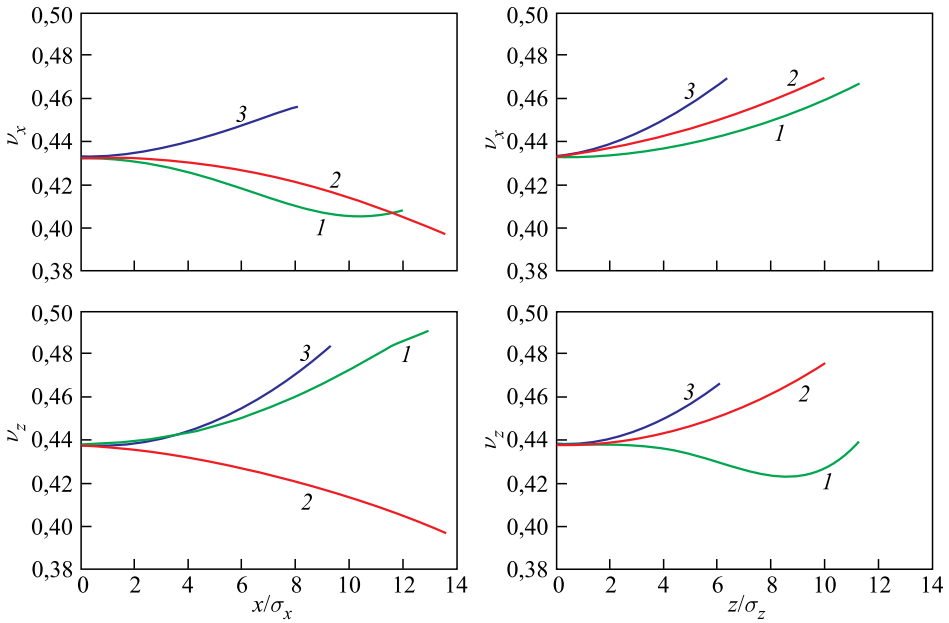


Рис. 8 (цветной в электронной версии). Зависимость бетатронных частот от амплитуды поперечных колебаний. Цвета соответствуют рис. 7

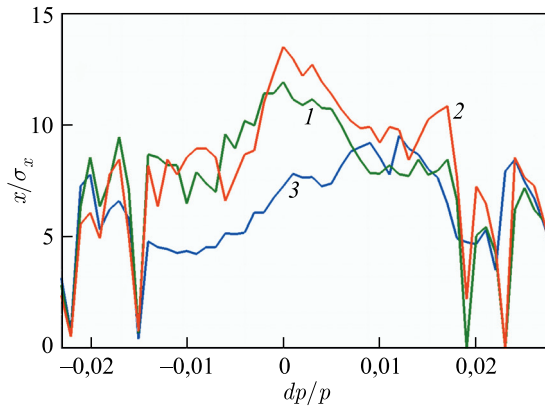


Рис. 9 (цветной в электронной версии). Изменение энергетического акцептанса. Цвета соответствуют рис. 7

частица теряет устойчивость в области сильных резонансов при отклонении бетатронной частоты либо выше начальной точки  $\nu_{x,z}(x, z) \approx 9,44$  (наиболее вероятно — это полуцелый резонанс  $\nu_{x,z}(x, z) \approx 9,5$ ), либо ниже ее (предположительно, на  $\nu_{x,z}(x, z) \approx 9,33$ ). Удержание частот бетатронных колебаний в некоторой полосе вдали от этих резонансов благотворно сказывается на величине апертуры. Величина импульсного акцептанса не являлась объектом оптимизации, поскольку и для исходной структуры, и для обоих наборов нелинейных корректоров она заведомо удовлетворяет спецификациям  $\pm 1\%$ , как

можно видеть на рис. 9. Для запуска генетического алгоритма необходимо выбрать размер популяции, способы мутации, количество поколений и т. д. Точных критериев оптимального выбора этих параметров нет, но существуют рекомендации. Так, если количество переменных от двух до пяти, то размер популяции выбирается 50, а если больше, то 200. Количество поколений 100 нужно умножить на число переменных. Если решение быстро сходится и есть подозрение, что минимум локальный, то следует увеличить вероятность мутаций. Параллельные вычисления проводились на 4-ядерном процессоре Intel Core i7-4790 CPU 3.6 GHz. Для двух переменных одно поколение рассчитывается около 2640 с (147 ч на эволюцию 50 особей в 200 поколений), для 6 переменных около 8700 с (60 сут на эволюцию 200 особей в 600 поколений). В большинстве случаев было снижено число оборотов трекинга, что не повлияло на принципиальность результатов. Мы также пытались минимизировать число октупольных корректоров для увеличения апертуры, используя не весь набор M1–M4, а только ближайшие к точке встречи M1, M2.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведена оптимизация поперечной динамической апертуры коллайдера NICA с помощью генетического алгоритма с использованием разных наборов нелинейных октупольных корректоров, расположенных в прямолинейном промежутке вблизи обоих мест встречи циркулирующих пучков. Получено существенное увеличение апертуры в  $\approx 1,5$ –2 раза по сравнению с исходной, что на начальном этапе представляется удовлетворительным. В качестве следующего шага предполагается включить в рассмотрение различные ошибки полей и выставки магнитных элементов, искажение замкнутой орбиты, связи бетатронных колебаний и т. п.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-50-00080).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kekelidze V. D., Matveev V. A., Meshkov I. N., Sorin A. S., Trubnikov G. V.* Project of Nuclotron-Based Ion Collider Facility at JINR // *Phys. Part. Nucl.* 2017. V. 48. P. 727–741.
2. *Kozlov O., Eliseev A., Khodzhbagiyani H., Kostromin S., Meshkov I., Sidorin A., Trubnikov G.* Collider of the NICA Accelerator Complex: Optical Structure and Beam Dynamics // *Proc. of RuPAC2012, Saint-Petersburg, Russia, 2012.* MOPPA017.
3. <https://atcollab.github.io/at/>
4. *Glukhov S., Levichev E., Nikitin S., Piminov P., Shatilov D., Sinyatkin S.* 6D Tracking with Compute Unified Device Architecture (CUDA) Technology // *Proc. of ICAP 2015, Shanghai, China, 2015.* WEP34.
5. *Grote H., Schmidt F., Deniau L., Roy G.* The MAD-X Program (Methodical Accelerator Design) Version 5.02.06: User's Reference Manual. <http://madx.web.cern.ch/madx/>.
6. *Bolshakov A. E., Zenkevich P. R., Kozlov O. S.* Study of the Asymptotic Dynamic Aperture in the NICA Collider Using Symplectic Tracking Codes // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2015. V. 12, No. 7. P. 831–835.
7. *Glukhov S. A., Levichev E. B.* Dynamic Aperture Optimization of the NICA Collider // *Proc. of RuPAC2016, St. Petersburg, Russia, 2016.* FRCAMH08.

8. *Levichev E. B., Piminov P. A.* Analytic Estimation of the Non-Linear Tune Shift Due to the Quadrupole Magnet Fringe Field. arXiv:0903.3028. 2009.
9. *Muratori B. D., Jones J. K., Wolski A.* Analytical Expressions for Fringe Fields in Multipole Magnets // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2015. V. 18. P. 064001; arXiv:1404.1762.
10. *Oide K., Koiso H.* Dynamic Aperture of Electron Storage Rings with Noninterleaved Sextupoles // *Phys. Rev. E.* 2010. V. 47.
11. *Wolski A., Gratus J., Tucker R. W.* Symplectic Integrator for  $s$ -Dependent Static Magnetic Fields Based on Mixed-Variable Generating Functions // *J. Instr.* 2012. V. 7. P. P04013; arXiv:1206.6654.
12. *Venturini M., Dragt A.* Accurate Computation of Transfer Maps from Magnetic Field Data // *Nucl. Instr. Meth.* 1999. V. 427, Nos. 1–2. P. 387–392.
13. *Baartman R.* Intrinsic Third Order Aberration in Electrostatic and Magnetic Quadrupoles // *Proc. of the Part. Accel. Conf., Vancouver, Canada, 1997.*
14. *Bogomyagkov A. V., Levichev E. B., Piminov P. A., Chance A., Dalena B., Payet J., Maria R., Fartoukh S., Giovannozzi M.* Analysis of the Non-Linear Fringe Effects of Large Aperture Triplets for HL-LHC Project // *Proc. of IPAC 2013, Shanghai, China, 2013. WEPEA049.*
15. *Hoffstatter G. H., Berz M.* Symplectic Scaling of Transfer Maps Including Fringe Fields // *Phys. Rev. E.* 1996. V. 54, No. 5. P. 5664–5672.
16. *Lin Song.* NGPM — A NGS-A-II Program in Matlab. Aerospace Structural Dynamics Res. Lab., 2011.
17. *Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T.* A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm NSGA-II[J] // *Evol. Comp.* 2011. V. 6, No. 2. P. 182–197.
18. *Barricelli N.* Symbiogenetic Evolution Processes Realized by Artificial Methods // *Methodos.* 1957. V. 9. P. 143–182.
19. *Holland J. H.* *Adaptation in Natural and Artificial Systems.* Ann Arbor: Univ. of Michigan Press, 1975.
20. *Hofler A. S.* Genetic Algorithms and Their Applications in Accelerator Physics // *Proc. of PAC 2013, Pasadena, CA, USA, 2013.* P. 1111–1115. THTB1.
21. *Sun C., Robin D., Nishimura H., Steier C.* Dynamic Aperture Optimization Using Genetic Algorithms // *Proc. of 2011 Part. Accel. Conf., New York, NY, USA, 2011. TUON4.*
22. *Carmignani N., Farvacque L., Liuzzo S. M., Nash B., Perron T., Raimondi P., Versteegen R., White S.* Linear and Nonlinear Optimization for the ESRF Upgrade Lattice // *Proc. of IPAC2015, Richmond, VA, USA, 2015.*
23. *Ehrlichman M. P.* Genetic Algorithm for Chromaticity Correction in Diffraction Limited Storage Rings // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2016. V. 19. P. 044001.
24. *Wang L., Xiaobiao H., Nosochkov Yu., Safranek J. A., Borland M.* Optimization of the Dynamic Aperture for SPEAR-3 Low-Emitance Upgrade. SLAC-PUB-15037. 2012.
25. *Gavalda X. N.* Multi-Objective Genetic Based Algorithms and Experimental Beam Lifetime Studies for the Synchrotron SOLEIL Storage Ring. Univ. Paris–Saclay, 2016.
26. *Terebilo A.* Accelerator Toolbox for MATLAB. SLAC-PUB-8732. 2001.
27. <https://matlab.ru/>
28. *Nash B., Carmignani N., Farvacque L., Liuzzo S., Perron T., Raimondi P., Versteegen R., White S.* New Functionality for Beam Dynamics in Accelerator Toolbox (AT) // *Proc. of IPAC 2015, Richmond, VA, USA, 2015.*