Письма в ЭЧАЯ. 2020. Т. 17, № 3(228). С. 253–264

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ПРАВИЛО СУММ НАМБУ В МОДЕЛИ С ДВУМЯ ДУБЛЕТАМИ СОСТАВНЫХ ХИГГСОВСКИХ ПОЛЕЙ

А. А. Осипов [а,1], *М. М. Халифа* [б, в, 2]

[а] Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

[б] Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

[в] Университет аль-Азхар, Каир

Изучается спектр бесспиновых мод в модели с $SU(2)_L \times U(1)_R$ симметричными четырехкварковыми взаимодействиями, предложенной Миранским, Танабаши и Ямаваки. Для простоты рассматриваются только четырехфермионные взаимодействия топ- и боттом-кварков. Бесспиновые моды возникают в результате спонтанного нарушения симметрии электрослабых взаимодействий и являются связанными кварк-антикварковыми состояниями, ассоциируемыми с двумя $SU(2)$-дублетами хиггсовских полей. Их динамика описывается эффективным лагранжианом, полученным методом Швингера–Де Витта. Спектр представлен пятью типами возбуждений, массы которых выражаются через параметры модели. Показано, что модель ведет к феноменологически приемлемым значениям как для масс кварков $m_t = 173$ ГэВ, $m_b = 4{,}18$ ГэВ, так и для массы стандартного хиггсовского состояния $m_{\chi_1} = 125$ ГэВ. Вычислены массы частиц, составляющих второй хиггсовский дублет: $m_{h^\pm} = 275$ ГэВ, $m_{\chi_2} = 346$ ГэВ, $m_{\phi_0} = 125$ ГэВ. Обсуждается правило сумм Намбу и условия его выполнения в теориях с нарушенной $U(1)_A$-симметрией.

The spectrum of spinless modes in the model with $SU(2)_L \times U(1)_R$ symmetric four-quark interactions proposed by Miransky, Tanabashi, and Yamawaki is studied. For simplicity, only the four-fermion interactions of the top and bottom quarks are considered. Spinless modes result from spontaneous symmetry breaking of electroweak interactions and are bound quark–antiquark states associated with two $SU(2)$ doublets of Higgs fields. Their dynamics is described by the effective Lagrangian obtained by the Schwinger–De Witt method. The spectrum is represented by five types of excitations, the masses of which are expressed in terms of the model parameters. It is shown that the model leads to phenomenologically acceptable values both for the quark masses $m_t = 173$ GeV, $m_b = 4.18$ GeV, and for the mass of the standard Higgs state $m_{\chi_1} = 125$ GeV. The masses of particles composing the second Higgs doublet were calculated: $m_{h^\pm} = 275$ GeV, $m_{\chi_2} = 346$ GeV, $m_{\phi_0} = 125$ GeV. The Nambu sum rule and the conditions for its fulfillment in theories with broken $U(1)_A$ symmetry are discussed.

PACS: 12.15.-y; 11.30.Qc

[1] E-mail: aaosipov@jinr.ru

[2] E-mail: mkhalifa@phystech.edu

ВВЕДЕНИЕ

Одним из возможных объяснений относительно большой массы топ-кварка по сравнению с другими известными кварками может быть идея топ-конденсации [1–10]. Согласно этой концепции группа калибровочной $SU(2)_L \times U(1)_R$ симметрии электрослабых взаимодействий нарушается динамически посредством эффективных четырехкварковых взаимодействий, возникающих при высоких энергиях $\Lambda \gg \Lambda_{\mathrm{EW}} \simeq 250$ ГэВ. В режиме сильной связи в фермионном спектре теории возникает щель (ненулевая масса t-кварка) и, как следствие, выпадает бозонный конденсат, который формируется главным образом за счет кварков третьего поколения. Коллективные возбуждения конденсата проявляются в виде бозонных мод, которые ассоциируются с составными (кварк-антикварковыми) бозонами Хиггса, а их динамика при низких энергиях $\mu \ll \Lambda$ описывается эффективным действием, которое можно найти путем бозонизации четырехкварковых взаимодействий в лидирующем порядке по $1/N_c$-разложению (N_c — число цветовых степеней свободы у кварков). Предполагается, что именно таким образом возникает лагранжиан, описывающий хиггсовский сектор Стандартной модели (СМ).

Минимальные модели топ-конденсации (см., например, [8]) не содержат новых частиц и при энергиях $\mu \sim \Lambda_{\mathrm{EW}}$ полностью соответствуют СМ с той лишь разницей, что поле Хиггса является составным $\bar{t}t$-состоянием. Серьезной феноменологической проблемой такого подхода является слишком высокая масса хиггсовской частицы $m_H = 2m_t$. С теоретической точки зрения данный результат понятен, так как является аналогом известного соотношения, возникающего в модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) [11] для массы скалярного фермион-антифермионного состояния (σ-мезона) $m_\sigma = 2m_f$, где m_f — масса одного из двух составляющих его фермионов. Обобщенная форма этого равенства известна как правило сумм Намбу [12–14]. Согласно этой гипотезе бозонные моды в системе с четырехфермионным взаимодействием могут быть объединены в пары (так называемые намбу-партнеры), для каждой из которых выполняется равенство $m_1^2 + m_2^2 = 4m_f^2$, связывающее щель фермионного спектра m_f с соответствующими щелями бозонного спектра m_1 и m_2.

Из правила сумм Намбу следует, что феноменологически приемлемый результат $m_H \simeq m_t/\sqrt{2}$ можно получить лишь в расширенной версии модели топ-конденсации, содержащей не менее двух дублетов хиггсовских полей. Этот вывод отчасти основан и на том, что учет петлевых вкладов калибровочных и хиггсовских полей не в состоянии существенно модифицировать соотношение $m_H = 2m_t$, справедливое при больших N_c. Получив выражения для бегущих констант связи в лидирующем порядке по $1/N_c$ и использовав их в качестве граничных условий при решении уравнений ренормгруппы, Бардин, Хилл и Линднер [8] установили, что масса хиггсовского поля уменьшается: $m_H \simeq \sqrt{2}m_t$, но не настолько, чтобы решить данную спектральную проблему.

Модели, содержащие два дублета хиггсовских полей, изучались в работах [6, 15–17]. Было замечено, что при расширении СМ путем, предложенным в работах [15, 16], феноменологическое ограничение $m_t \gg m_q$, где $q = u, d, s, c, b$, восстанавливает известный ранее результат $m_H = 2m_t$. Бозонный спектр более сложной для анализа модели [6] изучался, но делалось это путем использования некоторых не всегда оправданных приближений [17–19]. В настоящей работе для вычисления спектра модели [6] впервые используется метод Швингера–Де Витта [20–23]. С его помощью удается преодолеть вышеуказанные трудности и получить в лидирующем по $1/N_c$-приближении наиболее общее выражение для эффективного действия модели [6]. Развиваемый нами подход ведет к феноменологически приемлемым значениям как для масс тяжелых кварков, так и для массы стандартного хиггсовского состояния. Это решает основную феноменологическую проблему модели топ-конденсации по крайней мере на уровне $1/N_c$-приближения. Конечно, это не отменяет привлечения ренормгруппового метода для учета петлевых поправок от вклада калибровочных и хиггсовских полей, но, тем не менее, вселяет уверенность, что его результат может быть успешным.

Мы здесь также обсудим вопрос о выполнении правила сумм Намбу в модели [6]. Как хорошо известно, два хиггсовских дублета содержат восемь действительных полей, три из которых поглощаются калибровочными $W^{\pm}$- и Z-бозонами в результате механизма Хиггса. Из оставшихся пяти полей два заряженных $h^{\pm}$ являются намбу-партнерами, и здесь, казалось бы, не должно возникнуть каких-либо проблем с выполнением правила сумм. Однако три нейтральных моды χ_1, χ_2 и ϕ_0 запутывают картину выделения намбу-партнеров. В результате правило сумм Намбу принимает иную форму, не связывающую непосредственно массы хиггсовских состояний со щелью в фермионном спектре. Мы показываем, что причина связана с нарушением глобальной $U(1)_A$-симметрии, за которое отвечает т'хофтовское четырехкварковое взаимодействие. Поскольку оно подавлено в лидирующем приближении по $1/N_c$, правило сумм Намбу не нарушается в пределе $N_c \to \infty$.

1. МОДЕЛЬ

Рассмотрим модель [6,7]. Ее лагранжиан содержит $SU(2)_L \times U(1)_R$ калибровочно-инвариантные четырехкварковые взаимодействия, аппроксимирующие неизвестную нам физику выше некоторого масштаба $\Lambda \gg \Lambda_{\mathrm{EW}} = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 247$ ГэВ:

$$\mathcal{L}_{4\psi} = g_1 \left(\bar{\psi}_L^a \psi_R^b\right) \left(\bar{\psi}_R^b \psi_L^a\right) + g_2 \left(\bar{\psi}_L^a \psi_R^b\right) (i\tau_2)^{ac} (i\tau_2)^{be} \left(\bar{\psi}_L^c \psi_R^e\right) + \\ + g_3 \left(\bar{\psi}_L^a \psi_R^b\right) \tau_3^{bc} \left(\bar{\psi}_R^c \psi_L^a\right) + \mathrm{h.c.} \quad (1)$$

Здесь предполагается суммирование по латинским ($a, b, c, e = 1, 2$) повторяющимся индексам, которые отвечают ароматическим степеням свободы кварковых полей ψ. Цветовые степени свободы кварков явно не указываются, но предполагается, что по ним проводится неявное суммирование между полями, заключенными в круглые скобки. Для простоты рассматриваются кварки только третьего поколения, т. е.

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Проецирование на киральные состояния $\psi_L = P_L \psi$, $\psi_R = P_R \psi$ осуществляется операторами $P_R = 1/2(1 + \gamma_5)$, $P_L = 1/2(1 - \gamma_5)$. Независимые константы g_i положительны и имеют размерность $[g_i] = M^{-2}$. Набор $SU(2)$-матриц стандартен: τ_i ($i = 1, 2, 3$) — матрицы Паули.

Отдельные слагаемые приведенного четырехкваркового взаимодействия обладают следующей локальной симметрией:

$$\begin{aligned} &(g_1): \quad SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V \times U(1)_A, \\ &(g_2): \quad SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V, \\ &(g_3): \quad SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_V \times U(1)_A. \end{aligned} \tag{3}$$

В отсутствие слагаемого $\propto g_2$ лагранжиан симметричен относительно преобразований $U(1)_A$-группы, что может привести к появлению безмассового голдстоуновского состояния. Экспериментально такой бозон не наблюдается, поэтому $g_2 \neq 0$. Взаимодействие с константой $g_3 \neq 0$ нарушает пространственную четность и изотопическую симметрию.

Рассматриваемая теория описывается производящим функционалом

$$Z = \int d\sigma_\alpha \, d\pi_\alpha \, d\psi \, d\bar\psi \exp i \int d^4x \left[\bar\psi \left(i\gamma^\mu D_\mu + \sigma + i\gamma_5 \pi\right) \psi + \mathcal{L}_{4\psi}(\pi, \sigma)\right], \tag{4}$$

где мы ввели бозонные переменные $\sigma = \sigma_\alpha \tau_\alpha$, $\pi = \pi_\alpha \tau_\alpha$ (здесь предполагается, что греческий индекс α пробегает значения $\alpha = 0, 1, 2, 3$, а $\tau_0 = 1$). Выражение

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4\psi}(\pi, \sigma) = -\frac{1}{\bar g^2}[(g_1 + g_2)(\pi_0^2 + \sigma_i^2) + (g_1 - g_2)(\sigma_0^2 + \pi_i^2) - \\ - 2g_3(\pi_0\pi_3 + \sigma_0\sigma_3 - \sigma_1\pi_2 + \sigma_2\pi_1)], \end{aligned} \tag{5}$$

где $\bar g^2 = g_1^2 - g_2^2 - g_3^2$, представляет собой бозонизированную форму лагранжевой плотности (1). Интегрирование по бозонным полям в (4) вернет нас к исходному четырехфермионному взаимодействию $\mathcal{L}_{4\psi}$. С другой стороны, данная форма удобна для $1/N_c$-разложения теории, поскольку в (4) уже можно проинтегрировать по кварковым полям.

Ковариантная производная кварковых полей

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - i\Gamma_\mu)\psi, \qquad \Gamma_\mu = gT_i A_\mu^i P_L - g' B_\mu (P_L T_3 - Q) \tag{6}$$

содержит калибровочные поля электрослабых взаимодействий A_μ^i, B_μ, константы связи g и g', отвечающие этим взаимодействиям, а также генераторы группы $SU(2)$ $T_i = \tau_i/2$ и матрицу зарядов кварков $Q = T_3 + 1/6$.

Лагранжеву плотность (5) следует диагонализовать, но сделать это лучше после вычисления $1/N_c$-поправок, поскольку они также ведут к недиагональным переходам. Для их учета воспользуемся методом Швингера–Де Витта в форме, наиболее удобной для достижения нашей цели.

Известно [20–23], что вклад однопетлевых кварковых диаграмм в реальную часть эффективного действия в евклидовом пространстве может быть представлен в виде асимптотического ряда по собственному времени t:

$$\operatorname{Re} S_E = -\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^3} \int \frac{d^4 x_E}{(4\pi)^2} \sum_{n=0}^{\infty} t^n \operatorname{tr}(a_n), \tag{7}$$

где a_n — коэффициенты Сили–Де Витта. Они выражаются через полевые функции и, в частности, имеют вид $a_0 = 1$, $a_1 = -Y$, $a_2 = Y^2/2 - F^2_{\mu\nu}/12$. Остальные коэффициенты нам не потребуются, так как только при коэффициентах с индексом $n = 0, 1, 2$ интегралы по собственному времени расходятся и поэтому доминируют в асимптотическом разложении (7). Для их регуляризации введем два размерных параметра. Они характеризуют шкалу ультрафиолетового Λ и инфракрасного μ обрезаний. Введение двух параметров диктуется соображениями размерности (из двух размерных величин можно построить безразмерную величину) и физическим содержанием теории, которое мы уточним ниже. Поскольку a_0 не содержит полей, нам потребуются только два интеграла, которые мы обозначим как C_1 и C_2 и представим в виде

$$C_1 = \int\limits_{1/\Lambda^2}^{1/\mu^2} \frac{dt}{t^2} = \Lambda^2 - \mu^2, \qquad C_2 = \int\limits_{1/\Lambda^2}^{1/\mu^2} \frac{dt}{t} = \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}. \tag{8}$$

Λ — масштаб, на котором неизвестная нам физика аппроксимируется эффективными четырехкварковыми взаимодействиями (1); μ — низкоэнергетический масштаб ($\Lambda \gg \mu$), относительно которого определяются однопетлевые вклады. Делается это таким образом, чтобы при $\mu = \Lambda$ все индуцированные $1/N_c$-разложением вклады обратились в нуль, как это обычно и требуется [8].

В рассматриваемой модели получаются аналитические выражения для полевых функций, входящих в a_n, которые мы выпишем в метрике пространства Минковского:

$$Y = \sigma^2 + \pi^2 + i\gamma_5[\sigma, \pi] - i\nabla_\mu \gamma^\mu (\sigma + i\gamma_5 \pi) - \frac{i}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu] F^{\mu\nu}, \tag{9}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma_\nu - \partial_\nu \Gamma_\mu - i[\Gamma_\mu, \Gamma_\nu], \tag{10}$$

$$\nabla_\mu \varphi = \partial_\mu \varphi - i[\Gamma_\mu, \varphi]. \tag{11}$$

Учет лидирующего по $1/N_c$ вклада при низких энергиях $\mu \ll \Lambda$ ведет к появлению дополнительного слагаемого, описываемого плотностью лагранжиана

$$\Delta\mathcal{L} = -\frac{1}{32\pi^2} \left[C_1 \,\mathrm{tr}\,(-Y) + C_2 \,\mathrm{tr}\, \left(\frac{Y^2}{2} - \frac{1}{12} F^2_{\mu\nu} \right) \right]. \tag{12}$$

При этом полная низкоэнергетическая теория фермионов и бозонов описывается $SU(2)_L \times U(1)_R$ калибровочно-инвариантной лагранжевой плотностью

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} \left(i\gamma^\mu D_\mu + \sigma + i\gamma_5 \pi \right) \psi + \mathcal{L}_{4\psi}(\pi, \sigma) + \Delta\mathcal{L}. \tag{13}$$

Последнее слагаемое не изменяет исходной теории при больших энергиях Λ, так как $\Delta\mathcal{L} = 0$ при $\mu = \Lambda$, но оно становится важным при низких энергиях, поскольку содержит потенциал составных хиггсовских частиц, их связи с калибровочными полями, а также кинетические члены свободных бозонных полей.

Здесь мы ограничимся рассмотрением только хиггсовского сектора модели. Из (13) несложно установить, что соответствующая плотность лагранжиана имеет вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_H = \bar{C}_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \Phi_2^\dagger\Phi_2) - \\ - 2\bar{C}_2\left[\frac{1}{4}(\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 + (\Phi_1^\dagger\Phi_1)(\Phi_2^\dagger\Phi_2) - (\mathrm{Im}\,(\Phi_1^\dagger\Phi_2))^2\right] - \\ - \frac{1}{\bar{g}^2}\left[(g_1 - g_2)\,\Phi_1^\dagger\Phi_1 + (g_1 + g_2)\,\Phi_2^\dagger\Phi_2 + 2g_3\,\mathrm{Re}\,(\Phi_1^\dagger\Phi_2)\right], \quad (14)\end{aligned}$$

где $\bar{C}_{1,2} = N_c C_{1,2}/(4\pi^2)$, а скалярные и псевдоскалярные поля собраны в два дублета

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix}\pi_2 + i\pi_1 \\ \sigma_0 - i\pi_3\end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix}\sigma_1 - i\sigma_2 \\ -\sigma_3 + i\pi_0\end{pmatrix}. \quad (15)$$

Предполагая, что вакуумные ожидания полей σ_0 и σ_3 могут отличаться от нуля: $\langle\sigma_0\rangle = -m_0$, $\langle\sigma_3\rangle = -m_3$, находим условия минимальности потенциальной энергии (уравнения щели) для определения m_0 и m_3

$$m_0(g_1 - g_2) - m_3 g_3 = \bar{g}^2 m_0[\bar{C}_1 - (m_0^2 + 3m_3^2)\bar{C}_2], \quad (16)$$

$$m_3(g_1 + g_2) - m_0 g_3 = \bar{g}^2 m_3[\bar{C}_1 - (m_3^2 + 3m_0^2)\bar{C}_2]. \quad (17)$$

Ненулевые вакуумные ожидания ведут к появлению щели в спектре фермионов. Как следствие, топ- и боттом-кварки приобретают ненулевые массы

$$m_t = m_0 + m_3, \qquad m_b = m_0 - m_3. \quad (18)$$

Массы кварков сильно отличаются: $m_t \gg m_b$, поэтому феноменологически приемлемое решение уравнений щели следует искать вблизи равных значений $m_0 \simeq m_3$.

Квадратичная по полям форма в $\mathcal{L}_H$ диагонализуется двумя ортогональными поворотами. Первый, характеризуемый углом θ, диагонализует заряженные моды. Второй поворот на угол θ' связан с диагонализацией нейтральных частиц. Тангенсы углов выражаются через вакуумные средние m_0, m_3 и константы четырехкварковых взаимодействий g_2, g_3,

$$\tan\theta = \frac{m_3}{m_0}, \quad \tan 2\theta' = 3\tan 2\theta - 2\,\frac{g_3}{g_2}, \quad (19)$$

а сами преобразования выглядят следующим образом:

$$\Phi_1 = \cos\theta H_1 + \sin\theta H_2, \quad (20)$$

$$\Phi_2 = \cos\theta H_2 - \sin\theta H_1, \quad (21)$$

где

$$H_1 = \begin{pmatrix}\phi_2 + i\phi_1 \\ h_0 - m - i\phi_3\end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix}h_1 - ih_2 \\ -h_3 + i\phi_0\end{pmatrix}. \quad (22)$$

Здесь $m = \sqrt{m_0^2 + m_3^2}$, а нейтральные скалярные хиггсовские поля χ_1 и χ_2 вводятся через поворот

$$h_0 = \cos(\theta - \theta')\chi_1 + \sin(\theta - \theta')\chi_2, \tag{23}$$
$$h_3 = \cos(\theta - \theta')\chi_2 - \sin(\theta - \theta')\chi_1, \tag{24}$$

диагонализующий квадратичную форму, образованную полями h_0 и h_3. Следует отметить, что в новых переменных ненулевое вакуумное ожидание развивает только поле H_1, $\langle H_1 \rangle = (0, -m)$. Такое поведение характерно для любой модели с двумя хиггсовскими состояниями [24].

Прежде чем мы выпишем выражения для масс хиггсовских частиц, следует сделать несколько замечаний.

Первое касается вида уравнений щели. Их можно переписать таким образом, чтобы полностью отделить квадратичную $\bar{C}_1$ и логарифмическую $\bar{C}_2$ расходимости

$$\bar{g}^2 \bar{C}_1 = g_1 - \frac{2g_2}{\cos 2\theta} + \frac{g_3}{\sin 2\theta}\,, \tag{25}$$
$$\bar{g}^2 m^2 \bar{C}_2 = \frac{g_3}{\sin 2\theta} - \frac{g_2}{\cos 2\theta}\,. \tag{26}$$

Эта форма оказывается полезной при вычислении спектра.

Второе замечание касается одного частного случая, который мы в дальнейшем рассмотрим. А именно, нас будет интересовать поведение теории при $g_2 = 0$ и $m_0 \neq m_3$. Несложно установить, что при данных условиях система уравнений щели эквивалентна более простой системе

$$m_b^2\, \bar{C}_2 = \bar{C}_1 - \frac{1}{g_1 - g_3}\,, \tag{27}$$
$$m_t^2\, \bar{C}_2 = \bar{C}_1 - \frac{1}{g_1 + g_3}\,, \tag{28}$$

из которой следует, что b-кварк приобретает массу даже при $g_2 = 0$.

Последнее замечание касается переопределения хиггсовских полей. Дело в том, что выражение для кинетической части свободных хиггсовских полей, содержащееся в (12), имеет нестандартный вид

$$\mathcal{L}_H^{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}\bar{C}_2 \left(|D_\mu H_1|^2 + |D_\mu H_2|^2 \right), \tag{29}$$

где ковариантная производная определена как

$$D_\mu H_{1,2} = \left(\partial_\mu - i\frac{g}{2} T_i A_\mu^i - i\frac{g'}{2} B_\mu \right) H_{1,2}. \tag{30}$$

Чтобы придать ему стандартный вид, переопределим поля $H_{1,2} \to (1/\sqrt{\bar{C}_2}) H_{1,2}$. Это в дальнейшем предполагается.

С учетом изложенного выше из (13) получаем

$$m_{\chi_1}^2 = 4m^2 + \frac{2g_2}{\bar{g}^2 \bar{C}_2}\left(\frac{1}{\cos 2\theta} - \frac{1}{\cos 2\theta'}\right), \tag{31}$$

$$m_{\chi_2}^2 = 4m^2 + \frac{2g_2}{\bar{g}^2 \bar{C}_2}\left(\frac{1}{\cos 2\theta} + \frac{1}{\cos 2\theta'}\right), \tag{32}$$

$$m_{\phi_0}^2 = \frac{4g_2}{\bar{g}^2 \bar{C}_2 \cos 2\theta}, \tag{33}$$

$$m_{h^\pm}^2 = \frac{4g_3}{\bar{g}^2 \bar{C}_2 \sin 2\theta}, \tag{34}$$

$$m_{\phi_i}^2 = 0. \tag{35}$$

Отсюда следует, что из восьми бесспиновых состояний теории три ϕ_i являются безмассовыми голдстоуновскими модами, которые поглощаются калибровочными полями (механизм Хиггса). Оставшиеся пять, как несложно убедиться с помощью (26), удовлетворяют правилам сумм

$$m_{\chi_1}^2 + m_{\chi_2}^2 + m_{\phi_0}^2 = \frac{8g_3}{\bar{g}^2 \bar{C}_2 \sin 2\theta}, \tag{36}$$

$$m_{h^+}^2 + m_{h^-}^2 = \frac{8g_3}{\bar{g}^2 \bar{C}_2 \sin 2\theta}. \tag{37}$$

Этот результат несколько отличается от правила сумм Намбу. Действительно, хотя сумма квадратов масс нейтральных мод и аналогичная сумма для заряженных мод равны одному и тому же выражению, его величина не совпадает с $4m_t^2$, как того требует правило сумм Намбу. Кроме того, вместо двух намбу-партнеров первое выражение содержит вклады трех состояний, что тоже отличает данный результат от стандартного правила. В чем тут дело?

Чтобы ответить на данный вопрос, выпишем два других соотношения, также являющихся следствием массовых формул (31)–(35), а именно

$$m_{\chi_1}^2 + m_{\chi_2}^2 = m_{\phi_0}^2 + 8m^2, \tag{38}$$

$$m_{h^+}^2 + m_{h^-}^2 = 2m_{\phi_0}^2 + 8m^2. \tag{39}$$

Напомним, что $2m^2 = m_t^2 + m_b^2$. Отсюда видно, что выполнению правила сумм Намбу мешает отличная от нуля масса ϕ_0-мезона.

Как мы уже отмечали, при отсутствии взаимодействия с константой связи g_2 теория обладает дополнительной $U(1)_A$-симметрией. Она играет роль глобальной симметрии Печеи–Куина (Peccei, Quinn) [25, 26] и препятствует появлению массы у ϕ_0-мезона, который можно трактовать как «электрослабый аксион». Действительно, можно убедиться, что в случае $g_2 = 0$ массы частиц принимают значения

$$m_{\chi_1} = 2m_b, \quad m_{\chi_2} = 2m_t, \quad m_{h^\pm} = 2m, \quad m_{\phi_0} = 0. \tag{40}$$

Чтобы получить первые два выражения, мы воспользовались уравнением (19) при вычислении отношения

$$\left.\frac{g_2}{\cos 2\theta'}\right|_{g_2=0} = 2g_3 \tag{41}$$

и очевидным следствием уравнений щели (27) и (28)

$$2g_3 = (m_t^2 - m_b^2)\bar{g}^2\bar{C}_2. \qquad (42)$$

Выражения (40) находятся в полном согласии с правилом сумм Намбу. Это говорит о том, что именно взаимодействие, нарушающее $U(1)_A$-симметрию, ответственно за их нарушение в (36), (37).

Из формул (40) можно сделать заключение о кварковом содержании составных частиц. Например, нейтральное состояние с массой $2m_b$ должно быть образовано $\bar{b}b$-парой. Чтобы в этом убедиться, выведем полевую функцию, описывающую данное поле

$$\chi_1 = \cos\theta'\sigma_0 + \sin\theta'\sigma_3 \propto \cos\theta'(\bar{t}t + \bar{b}b) + \sin\theta'(\bar{t}t - \bar{b}b) \propto \bar{b}b. \qquad (43)$$

Здесь мы учли, что согласно формуле (19) случаю $g_2 = 0$ отвечает угол $\theta' = -\pi/4$. Точно также можно выявить кварковый состав остальных состояний.

2. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Выясним, насколько сильно четырехкварковые взаимодействия, ответственные за нарушение $U(1)_A$-симметрии, модифицируют спектр хиггсовских состояний. Для этого выразим массовые формулы через безразмерный параметр a, связывающий отношение констант g_3 и g_2 с углом смешивания θ

$$\frac{g_3}{g_2} = a\tan 2\theta. \qquad (44)$$

В силу уравнений щели спектр хиггсовских частиц выражается только через массы кварков и данный параметр a. Так как согласно (19)

$$\tan 2\theta' = (3-2a)\tan 2\theta, \qquad (45)$$

заключаем, что при $a > 3/2$ угол $\theta' < 0$, а спектр имеет вид

$$m_{\chi_1}^2 = \frac{2m^2}{a-1}\left(2a - 1 - \Delta\right), \qquad (46)$$

$$m_{\chi_2}^2 = \frac{2m^2}{a-1}\left(2a - 1 + \Delta\right), \qquad (47)$$

$$m_{\phi_0}^2 = \frac{4m^2}{a-1}, \qquad (48)$$

$$m_{h^\pm}^2 = \frac{4m^2 a}{a-1}, \qquad (49)$$

где $\Delta = \sqrt{\cos^2 2\theta + (3-2a)^2\sin^2 2\theta}$.

Если зафиксировать параметр a по известному значению массы стандартного хиггсовского состояния $m_{\chi_1} = 125$ ГэВ $\to a = 4{,}84$, то из данных формул получаются следующие численные оценки: $m_{\chi_2} = 346$ ГэВ, $m_{h^\pm} = 275$ ГэВ, $m_{\phi_0} = 125$ ГэВ. Тот факт, что масса $m_{\phi_0} \simeq m_{\chi_1}$, указывает на то, что величина $\Delta \simeq 2a - 3$, т. е. угол $\theta \simeq \pi/4$. Для окончательного вывода о разумности данной оценки требуется использование ренормгруппового подхода, результаты которого будут изложены в отдельной работе.

Представляется также интересной численная оценка эффекта от учета нарушения $U(1)_A$-симметрии. Поскольку правую часть правила сумм (36), (37) можно записать как

$$\frac{8g_3}{\bar{g}^2\bar{C}_2 \sin 2\theta} = 8m^2 \frac{a}{a-1}, \tag{50}$$

видим, что отклонение фактора $a/(a-1) = 1{,}26$ от единицы составляет 26 %.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из всего изложенного видно, что принципы симметрии играют очень важную роль при рассмотрении правила сумм Намбу, а факт нарушения симметрии может приводить к отклонению от данного правила. Хорошо известный пример нам дает $U(2)_V \times U(2)_A$ кирально-симметричная мезонная теория, построенная на основе четырехкварковых взаимодействий. Ее спектр состоит из восьми мод: четырех псевдоскалярных π_i, η и четырех скалярных δ_i, σ, при этом их массы соответственно равны $m_{\pi_i} = m_\eta = 0$, $m_{\delta_i} = m_\sigma = 2M$, где M — щель в фермионном спектре. Можно выделить четыре пары намбу-партнеров, для каждой из которых выполняется правило сумм

$$m_{\pi_i}^2 + m_{\delta_i}^2 = 4M^2, \quad m_\eta^2 + m_\sigma^2 = 4M^2. \tag{51}$$

Чтобы снять вырождение между $SU(2)$-триплетами π_i, δ_i и соответствующими им синглетными состояниями η и σ, обычно добавляется нарушающее аксиальную $U(1)_A$-симметрию четырехкварковое взаимодействие — детерминант т'Хофта ('t Hooft). В результате псевдоскалярный η-мезон приобретает массу $m_\eta = \kappa \neq 0$, а масса изотопического скалярного триплета δ_i становится выше массы синглетного состояния σ: $m_{\delta_i}^2 = m_\sigma^2 + \kappa^2$. При этом массы полей π_i и σ не изменяются. Это отражается на правиле сумм Намбу, которое приобретает следующий вид:

$$m_{\pi_i}^2 + m_{\delta_i}^2 = 4M^2 + \kappa^2, \quad m_\eta^2 + m_\sigma^2 = 4M^2 + \kappa^2. \tag{52}$$

Как мы видим, это во многом повторяет картину, которая наблюдается в модели топ-конденсации, рассмотренной выше, а именно: нарушение аксиальной $U(1)_A$-симметрии ведет к дополнительному вкладу в правую часть правила сумм Намбу, который связан с присутствием в теории аномального взаимодействия, ответственного за массу $U(1)_A$ голдстоуновского бозона.

Можно ли утверждать, что мы имеем дело с нарушением правила сумм Намбу? Конечно, нет. Хорошо известно, что в квантовой хромодинамике $U(1)_A$-аномалия обращается в нуль при $N_c \to \infty$, т. е. отсутствует в лидирующем порядке по $1/N_c$. Следовательно, в этом приближении правило сумм Намбу выполняется. Константа четырехкварковых т'хофтовских взаимодействий G_H при больших значениях N_c ведет себя как $G_H \sim 1/N_c^{N_f}$, где N_f — число кварковых ароматов, при этом константа четырехкварковых взаимодействий модели НИЛ изменяется как $G \sim 1/N_c$. Отсюда вытекает, что квадрат массы η-мезона имеет порядок $m_\eta^2 \sim 1/N_c$ [27], а значит, речь идет о $1/N_c$-поправке к правилу сумм Намбу, которая изменяет правую часть данного соотношения, но лишь в следующем порядке по $1/N_c$.

Все сказанное выше справедливо и для модели [6], поэтому наш результат (36), (37) является естественным проявлением $U(1)_A$-аномалии, а найденная 26%-я поправка представляется вполне разумной величиной для вклада следующего порядка по $1/N_c$.

Численные значения, которые мы получили для масс хиггсовских состояний, согласуются с оценкой, сделанной в работе [14]. Отличие невелико. Так, для массы χ_2-состояния там было получено $m_{\chi_2} = 325$ ГэВ, а для заряженных частиц $m_{h^\pm} = 245$ ГэВ. Эти значения чуть ниже наших оценок, но это объясняется $U(1)_A$-аномалией, которая увеличивает правую часть правила сумм Намбу, а значит, и массы частиц второго хиггсовского дублета. Новым является присутствие в спектре «электрослабого аксиона» ϕ_0 с массой, практически совпадающей с массой основного хиггсовского состояния. Детальный феноменологический анализ позволит в дальнейшем прояснить судьбу данного предсказания модели.

А. А. Осипов благодарит Кристофера Хилла (C. T. Hill) за интерес к работе и корреспонденцию, а также выражает благодарность за поддержку, оказанную Европейской организацией сотрудничества в области науки и технологий в рамках программы COST Action CA16201.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Terazawa H., Chikashige Y., Akama K.* Unified Model of the Nambu–Jona-Lasinio Type for All Elementary-Particle Forces // Phys. Rev. D. 1977. V. 15, No. 2. P. 480–487.
2. *Terazawa H.* Subquark Model of Leptons and Quarks // Phys. Rev. D. 1980. V. 22, No. 1. P. 184–199.
3. *Terazawa H.* t-Quark Mass Predicted from a Sum Rule for Lepton and Quark Masses // Phys. Rev. D. 1980. V. 22, No. 11. P. 2921.
4. *Nambu Y.* Quasisupersymmetry, Bootstrap Symmetry Breaking and Fermion Masses // Proc. of the Intern. Workshop on New Trends in Strong Coupling Gauge Theories, Nagoya, Japan, Aug. 24–27, 1988 / Ed. by M. Bando, T. Muta, and K. Yamawaki. Singapore: World Sci., 1989; EFI Report No. 89-08. 1989 (unpublished).
5. *Nambu Y.* New Theories in Physics // Proc. of the XI Warsaw Symp. on Elementary Particle Physics, May 23–27, 1988, Kazimierz, Poland / Ed. by Z. Ajduk, S. Pokorski and A. Trautman. Singapore: World Sci., 1989. P. 1–10.
6. *Miransky V. A., Tanabashi M., Yamawaki K.* Dynamical Electroweak Symmetry Breaking with Large Anomalous Dimension and t Quark Condensate // Phys. Lett. B. 1989. V. 221, No. 2. P. 177–183.
7. *Miransky V. A., Tanabashi M., Yamawaki K.* Is the t Quark Responsible for the Mass of W and Z Bosons? // Mod. Phys. Lett. A. 1989. V. 4, No. 11. P. 1043–1053.
8. *Bardeen W. A., Hill C. T., Lindner M.* Minimal Dynamical Symmetry Breaking of the Standard Model // Phys. Rev. D. 1990. V. 41, No. 5. P. 1647–1660.

9. *Cvetic G.* Top Quark Condensation // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71, No. 3. P. 513–574.
10. *Hill C. T., Simmons E. H.* Strong Dynamics and Electroweak Symmetry Breaking // Phys. Rep. 2003. V. 381, No. 4–6. P. 235–402.
11. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I // Phys. Rev. 1961. V. 122, No. 1. P. 345–358.
12. *Nambu Y.* Fermion–Boson Relations in BCS-Type Theories // Physica D. 1985. V. 15, No. 1–2. P. 147–151.
13. *Volovik G. E., Zubkov M. A.* Nambu Sum Rule and the Relation between the Masses of Composite Higgs Bosons // Phys. Rev. D. 2013. V. 87, No. 7. P. 075016.
14. *Volovik G. E., Zubkov M. A.* Nambu Sum Rule in the NJL Models: From Superfluidity to Top Quark Condensation // Pis'ma ZhETF. 2013. V. 97. P. 344; arXiv:1302.2360 [hep-ph].
15. *Luty M. A.* Dynamical Electroweak Symmetry Breaking with Two Composite Higgs Doublets // Phys. Rev. D. 1990. V. 41, No. 9. P. 2893–2902.
16. *Suzuki M.* Composite Higgs Bosons in the Nambu–Jona-Lasinio Model // Ibid. No. 11. P. 3457–3463.
17. *Harada M., Kitazawa N.* Vacuum Alignment in the Top Quark Condensation // Phys. Lett. B. 1991. V. 257, No. 3–4. P. 383–387.
18. *Osipov A. A., Khalifa M. M.* Catalysis of the $\langle \bar{b}b \rangle$ Condensate in the Composite Higgs Model // JETP Lett. 2019. V. 110, No. 6. P. 387–393.
19. *Osipov A. A., Hiller B., Blin A. H., Palanca F., Moreira J., Sampaio M.* Top Condensation Model: A Step towards the Correct Prediction of the Higgs Mass. arXiv:1906.09579 [hep-ph]. 2019.
20. *Schwinger J.* On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // Phys. Rev. 1951. V. 82, No. 5. P. 664–679.
21. *De Witt B. S.* Dynamical Theory of Groups and Fields. New York: Gordon and Breach, 1965.
22. *De Witt B. S.* Quantum Field Theory in Curved Spacetime // Phys. Rep. 1975. V. 19, No. 6. P. 295–357.
23. *Ball R. D.* Chiral Gauge Theory // Phys. Rep. 1989. V. 182, No. 1–2. P. 1–186.
24. *Branco G. C., Ferreira P. M., Lavoura L., Rebelo M. N., Sher M., Silva J. P.* Theory and Phenomenology of Two-Higgs-Doublet Models // Phys. Rep. 2012. V. 516, No. 1–2. P. 1–102.
25. *Peccei R. D., Quinn H. R.* CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38, No. 25. P. 1440–1442.
26. *Peccei R. D., Quinn H. R.* Constraints Imposed by CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles // Phys. Rev. D. 1977. V. 16, No. 6. P. 1791–1797.
27. *Witten E.* Current Algebra Theorems for the $U(1)$ “Goldstone Boson” // Nucl. Phys. B. 1979. V. 156, No. 2. P. 269–283.

Получено 13 декабря 2019 г.