Письма в ЭЧАЯ. 2021. Т. 18, № 2(234). С. 159–167

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ОБ ИЕРАРХИИ МАСШТАБОВ ПРИ РАДИАЦИОННОМ НАРУШЕНИИ СИММЕТРИИ

А. Б. Арбузов [а, б, 1], *У. Е. Возная* [б], *Т. В. Копылова* [б]

[а] Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
[б] Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия

Обсуждается возникновение иерархии масштабов при спонтанном радиационном нарушении конформной симметрии на примере простой модели в квантовой теории поля. Механизм Коулмана–Вайнберга реализован в однопетлевом приближении для эффективного потенциала скалярного поля, взаимодействующего с фермионным полем. Показано возникновение иерархии между масштабом перенормировки и величиной вакуумного среднего скалярного поля. Построена эффективная модель в окрестности минимума эффективного потенциала, и установлено отсутствие прямого ренормгруппового перехода к исходной теории. Показано, что измерение параметров эффективной модели в инфракрасной области позволяет определить масштаб, ограничивающий область применимости модели.

The emergence of a scale hierarchy in the case of spontaneous radiative breaking of conformal symmetry is discussed using the example of a simple quantum field theory model. The Coleman–Weinberg mechanism is implemented in the one-loop approximation of the effective potential of a scalar field interacting with a fermion field. The emergence of a hierarchy between the renormalization scale and the magnitude of the scalar field vacuum expectation value is shown. An effective model in the vicinity of the effective potential minimum is constructed, and absence of a direct renormalization group transition to the original theory is established. It is shown that effective model parameters measurement in the infrared region allows us to determine the scale that limits the applicability region of the model.

PACS: 11.30.Qc; 11.10.Gh

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на чрезвычайные успехи Стандартной модели (СМ) физики элементарных частиц в описании физических явлений во всем доступном для экспериментального исследования диапазоне энергий, не остается сомнений в том, что данная модель не является истинной фундаментальной теорией. Помимо известных сложностей с описанием в рамках СМ барионной асимметрии, темной материи и темной энергии, эта модель содержит и ряд внутренних трудностей. Одна из них — так называемая проблема натуральности или иерархии. Действительно, оценки в рамках различных расширений СМ показывают, что энергетический масштаб в секторе бозона Хиггса

[1] E-mail: arbuzov@theor.jinr.ru

должен быть близок к энергетическому масштабу *новой физики* [1, 2]. Это обстоятельство послужило весомым стимулом для поисков новых физических явлений на коллайдерах высоких энергий, включая LEP, Tevatron и LHC. Отсутствие каких-либо проявлений новых физических явлений вплоть до масштаба порядка 1 ТэВ делает вопрос об источнике происхождения энергетического масштаба СМ исключительно острым.

Наличие полюсов Ландау в $U(1)$ и φ^4-секторах СМ также говорит в пользу того, что эта модель является эффективной теорией [1], область применимости которой заведомо ограничена сверху каким-то большим энергетическим масштабом. В подходе эффективных теорий предполагается, что существует некая фундаментальная теория, которая описывает физику на всех масштабах энергий. Эту теорию мы не знаем, но можем описать физику до определенного энергетического масштаба с помощью эффективной теории. На первом этапе построения эффективной теории делается регуляризация и вводится масштаб регуляризации, или ультрафиолетового обрезания. Этот масштаб устраняет ультрафиолетовые расходимости и отделяет область высоких энергий от области низких энергий, выше этого масштаба эффективная теория перестает работать. При этом такой масштаб оказывается дополнительным параметром модели при вычислении наблюдаемых и, соответственно, может быть определен в процессе феноменологического анализа. На следующем этапе построения эффективной теории производится перенормировка. Это необходимо, чтобы учесть влияние эффектов более высоких энергий, выходящих за рамки применимости эффективной теории. При этом возникает другой масштаб энергий — масштаб перенормировки. Это масштаб, на котором производится фиксация (измерение) параметров модели. При наличии логарифмических расходимостей в инфракрасной области масштаб перенормировки должен быть отличен от нуля. Возникает он при любом способе перенормировки.

Энергетический масштаб собственно Стандартной модели вводится в нее путем задания единственного размерного параметра — тахионной массы первичного скалярного поля. Механизм Браута–Энглера–Хиггса [4, 5] затем генерирует массы электрослабых бозонов и бозона Хиггса, которые оказываются того же масштаба — порядка 100 ГэВ. Следует отметить, что этот механизм реализован на классическом уровне и полностью аналогичен подходу Гинзбурга–Ландау [6] к описанию сверхпроводимости. Введенный в исходный лагранжиан СМ тахионный массовый член явным образом нарушает масштабную инвариантность СМ. Это, собственно, и приводит к проблеме натуральности, т. е. к вопросу о том, почему масштаб энергии СМ так мал по сравнению с массой Планка или каким-то пока не достигнутым экспериментально масштабом новой физики. Заметим, что в рамках идеологии эффективных теорий более правильно ставить вопрос о связи между масштабами самой СМ и верхней границы ее применимости.

Заметим, кроме того, что, в отличие от теории сверхпроводимости, общепринятое микроскопическое описание механизма спонтанного нарушения симметрии в Стандартной модели еще не найдено. Один из наиболее перспективных путей построения такого механизма — это предположение о фундаментальном характере конформной симметрии и реализация спонтанного нарушения этой симметрии тем или иным об-

[1] При определении понятия *эффективная теория* мы следуем работе [3].

разом. Действительно, конформная симметрия квантово-полевой модели на классическом уровне при спонтанном ее нарушении может естественным образом обеспечить малость генерируемых при этом масс и конденсатов на квантовом уровне [7].

В рамках квантовой теории поля спонтанное нарушение конформной инвариантности[1] может быть описано в подходе Коулмана–Вайнберга (КВ) [9]. Механизм КВ позволяет описать явление размерной трансмутации в эффективных потенциалах различных моделей путем рассмотрения радиационных поправок. Наличие конформных аномалий в таких моделях заставляет вводить в теорию ненулевой энергетический масштаб. Например, в КХД происходит спонтанное нарушение масштабной (конформной) симметрии. Происходит размерная трансмутация, и появляется размерная величина Λ_{QCD}, связанная с безразмерной константой взаимодействия α_s, а также естественным образом возникает экспоненциальная иерархия масштабов [10]. Величина вводимого масштаба никак не может быть предсказана из-за масштабной инвариантности исходной модели на классическом уровне. Произвол выбора данного масштаба обычно описывается с помощью ренормализационной группы, применимой именно для моделей, обладающих масштабной инвариантностью. Это значит, что выбор другого значения данного масштаба не влияет на физику модели, а ведет лишь к переопределению констант взаимодействия [9].

Однако в подходе эффективных теорий этот масштаб приобретает вполне конкретный физический смысл: он становится границей области применимости низкоэнергетической эффективной модели [3]. В данной работе мы обсудим процедуру определения и физический смысл параметра нарушения масштабной инвариантности в механизме Коулмана–Вайнберга на примере простой модели с одним скалярным полем с самодействием типа φ^4 и одним фермионным полем с юкавским взаимодействием.

ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ МЕХАНИЗМА КОУЛМАНА–ВАЙНБЕРГА

Рассмотрим механизм Коулмана–Вайнберга на примере простой модели с одним скалярным (бозон Хиггса) и одним фермионным (t-кварк) полем в безмассовом случае. Пусть имеется четверное самодействие скалярного поля и юкавское взаимодействие скалярного поля с фермионным (дираковским фермионом). Выбор данной модели обусловлен следующими причинами. Во-первых, она проста, но может рассматриваться как прототип соответствующего сектора Стандартной модели[2]. Во-вторых, добавление фермионного сектора к простейшей модели типа φ^4 полезно для расширения области пертурбативности. Лагранжиан рассматриваемой модели [14] имеет вид

$$\mathcal{L}_c = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_c)^2 - \frac{\lambda^2}{2}\varphi_c^4 + i\overline{\Psi}_c \gamma_\mu \partial_\mu \Psi_c - y\varphi_c \overline{\Psi}_c \Psi_c, \tag{1}$$

[1]Строго говоря, мы будем рассматривать нарушение масштабной инвариантности, но при этом происходит и нарушение конформной инвариантности [8].

[2]Имеющиеся в СМ калибровочные взаимодействия легко включить в рассмотрение, но это не повлияет на основные обсуждаемые ниже принципиальные моменты.

где индекс c указывает на то, что мы находимся в (полу)классическом приближении. Полуклассическое (древесное) приближение дает возможность рассматривать все вакуумные состояния одновременно. Таким образом, мы можем рассматривать симметричную, но нестабильную теорию, которая описывается тем же лагранжианом, что и несимметричная теория [9]. Также можно исследовать случаи, когда поправки высших порядков меняют поведение теории, например, превращают минимумы в максимумы. В других формализмах такие процедуры значительно сложнее. Отметим, что данный лагранжиан обладает конформной симметрией, и массовые члены запрещены как для фермионного, так и для скалярного поля.

Рассмотрим квантовые поправки в однопетлевом приближении. Мы получаем два вклада в эффективный потенциал как поправки к древесному приближению от скалярных петель и от фермионных петель:

$$V_{\text{eff}} = V_{\text{tree}} + \Delta V_s + \Delta V_f. \tag{2}$$

В однопетлевом приближении суммируются все графы с одной петлей и с разным числом вершин и внешних линий. Для скалярного поля это слагаемое получено в работе Коулмана и Вайнберга [9]:

$$\Delta V_s = \frac{\lambda\Lambda^2}{64\pi^2}\varphi_c^2 + \frac{\lambda^2\varphi_c^4}{256\pi^2}\left(\ln\frac{\lambda\varphi_c^2}{2\Lambda^2} - \frac{1}{2}\right), \tag{3}$$

где Λ — параметр ультрафиолетового обрезания интеграла по петле. В рамках идеологии эффективных моделей [3] этот параметр задает масштаб, на котором выбранная модель (1) заведомо перестает работать, например, из-за включения эффектов квантовой гравитации.

Вклад фермионных петель получается аналогичным образом, он имеет такую же структуру:

$$\Delta V_f = -\frac{N_c}{8\pi^2}\left[(y\varphi_c)^2\Lambda_f^2 + \frac{(y\varphi_c)^4}{2}\left(\ln\frac{(y\varphi_c)^2}{\Lambda_f^2} - \frac{1}{2}\right)\right], \tag{4}$$

где N_c — число цветов, которое возникает из определения кваркового конденсата и однопетлевой деаграммы с одной внешней линией [11]; y — константа юкавского взаимодействия. Согласно логике построения эффективных моделей параметр обрезания по фермионной петле Λ должен быть выбран таким же, как и для скалярной петли, хотя последующая перенормировка приведет к результату, не зависящему от этого выбора.

После этого делаем перенормировку, следуя процедуре, обоснованной в работе [9]. Важно отметить, что конформная симметрия, заложенная в лагранжиан (1), требует введения в лагранжиан контрчлена, который имеет вид массового члена скалярного поля и полностью сокращает возникшие квадратично расходящиеся добавки. В СМ конформая инвариантность изначально явным образом нарушена, вследствие чего произвести такое сокращение без применения *ad hoc* условия точной подгонки невозможно, что и приводит к проблеме натуральности.

Логарифмические члены в полученных добавках невозможно перенормировать в точке $\varphi_c = 0$ из-за инфракрасной расходимости. Это неизбежным образом и независимо от схемы перенормировок вынуждает ввести некоторый масштаб энергии M, на котором нормируется значение константы связи:

$$\lambda = \left.\frac{d^4V(\varphi_c)}{d\varphi_c^4}\right|_{\varphi_c=M}. \tag{5}$$

Отметим, что возникновение нового параметра в модели неизбежно при любом способе регуляризации ультрафиолетовых расходимостей, включая размерную регуляризацию. Однако в процедуре построения эффективных теорий поля существенно важно требование иерархии масштабов $M \ll \Lambda$, так что на масштабе M возникает эффективная теория, отличная от исходной. В нашем случае перенормированный эффективный потенциал содержит нелокальный член с логарифмической зависимостью от поля:

$$V_{\text{eff}}^{\text{ren}} = \frac{\lambda\varphi_c^4}{4!} + \frac{\varphi_c^4}{256\pi^2}\left[\lambda^2 - 16N_c y^4\right]\left(\ln\frac{\varphi_c^2}{M^2} - \frac{25}{6}\right). \tag{6}$$

Проверим теперь, где этот потенциал имеет точки экстремума, наложив стандартное условие

$$\frac{dV_{\text{eff}}^{\text{ren}}(\varphi_c)}{d\varphi_c} = 0. \tag{7}$$

В нашем случае минимум потенциала оказывается смещенным из начала координат в точку $\varphi_c = \langle\varphi_c\rangle \equiv v$, определяемую из уравнения

$$\ln\frac{\langle\varphi_c\rangle^2}{M^2} = \frac{11}{3} - \frac{\lambda 32\pi^2}{3[\lambda^2 - 16N_c y^4]}. \tag{8}$$

Соотношения такого типа описывают так называемую размерную трансмутацию, т. е. возможность выразить безразмерную константу связи (на масштабе M) через размерную величину v, отсутствующую в исходном лагранжиане.

Сдвиг скалярного поля на его вакуумное среднее $\varphi_c = \varphi + v$ позволяет переписать полученную на предыдущем шаге нелокальную эффективную модель в переменных, удобных для анализа низкоэнергетического поведения:

$$V_{\text{eff}}^{\text{ren}}(\varphi) = \frac{\lambda(\varphi+v)^4}{4!} + \frac{(\varphi+v)^4}{256\pi^2}\left[\lambda^2 - 16N_c y^4\right]\left(\ln\frac{(\varphi+v)^2}{M^2} - \frac{25}{6}\right). \tag{9}$$

Следуя логике построения эффективных моделей, мы разлагаем вблизи минимума потенциала при малых значениях поля $\varphi \ll M$ (в инфракрасной области) и получаем

$$V_0(\varphi) = \frac{m_0^2\varphi^2}{2} + \frac{h_0\varphi^3}{3!} + \frac{\lambda_0\varphi^4}{4!} + \mathcal{O}\left(\varphi^4\frac{\varphi}{M}\right). \tag{10}$$

Константы взаимодействия и масса скалярного поля в полученной эффективной модели равны

$$\lambda_0 = \left.\frac{\partial^4 V_{\text{eff}}^{\text{ren}}}{\partial\varphi^4}\right|_{\varphi=0} = \frac{11}{32\pi^2}\left[\lambda^2 - 16N_c y^4\right], \tag{11}$$

$$h_0 = \left.\frac{\partial^3 V_{\text{eff}}^{\text{ren}}}{\partial\varphi^3}\right|_{\varphi=0} = \left[\lambda^2 - 16N_c y^4\right]\frac{5v}{32\pi^2} = \lambda_0\frac{5v}{11}, \tag{12}$$

$$m_0^2 = \left.\frac{\partial^2 V_{\text{eff}}^{\text{ren}}}{\partial\varphi^2}\right|_{\varphi=0} = \frac{\left[\lambda^2 - 16N_c y^4\right]v^2}{32\pi^2} = \frac{\lambda_0 v^2}{11}. \tag{13}$$

Обратим внимание на то, что константа связи четверного взаимодействия λ_0 в возникшей эффективной модели квадратична по исходной константе связи λ. Это значит, в частности, что между исходной и возникшей моделью нет непрерывного ренормгруппового перехода. Так, ренормгрупповая эволюция λ_0 в эффективной модели не приводит к правильной высокоэнергетической асимптотике, описываемой исходной моделью. По построению это обусловлено тем, что область применимости эффективной модели с потенциалом V_0 ограничивается малыми значениями поля $\varphi \ll M$. Такая ситуация типична для эффективных моделей. Как и в СМ, в нашем случае ненулевое вакуумное среднее скалярного поля в юкавском взаимодействии генерирует массу фермионного поля $m_f \sim yv$.

Сгенерированные постоянная тройного самодействия h_0 и массы m_0 и m_f по построению пропорциональны вакуумному среднему скалярного поля с коэффициентами порядка единицы, если нет оснований для чрезвычайной малости или великости исходных констант связи на масштабе перенормировки M. Таким образом, доступные для *измерения* размерные параметры низкоэнергетической эффективной модели все имеют один порядок величины, которым и задается ее энергетический масштаб.

ИЕРАРХИЯ МАСШТАБОВ

Обсудим теперь связь между величиной вакуумного среднего v с масштабом M. В рассматриваемом приближении она имеет вид

$$v = M \exp\left\{\frac{11}{6} - \frac{\lambda 16\pi^2}{3[\lambda^2 - 16N_c y^4]}\right\}, \tag{14}$$

т. е. в зависимости от значений констант связи коэффициент пропорциональности может оказаться как экспоненциально большим, так и экспоненциально малым. В работе [12] для случая простой суперсимметричной модели было показано, что такой фактор может развести величины v и M на многие порядки.

В оригинальной работе Коулмана и Вайнберга [9] масштаб перенормировки M трактовался как произвольная величина. На основании этого его предлагалось выбрать равным v. На наш взгляд, такой выбор существенным образом нарушает логику построения эффективных моделей и фактически является грубой ошибкой. Действительно, для моделей с конформной аномалией возникающий в механизме КВ масштаб имеет характер наблюдаемой (измеримой) величины, пусть и зависящей от схемы ее определения. Предположение о произвольности величины M, по сути, означает, что физическая система сохранила масштабную инвариантность, тогда как масштаб M введен именно как параметр ее нарушения. Феноменологическим примером такой ситуации является квантовая хромодинамика: конформная аномалия в ней заставляет ввести масштаб Λ_{QCD}, конкретное значение которого определяется из анализа феноменологических данных. Кроме того, наложив условие $v = M$ в уравнении (8), мы получаем уравнение, связывающее безразмерные константы связи. Для случая модели с одним взаимодействием, например, $\sim \lambda\varphi^4$, мы смогли бы *вычислить* значение константы связи в точке минимума эффективного потенциала, даже не зная собственно положение этого минимума. Понятно, что это связано с внутренней противоречивостью условия $v = M$.

С физической точки зрения масштаб нарушения масштабной инвариантности для модели, обладающей конформной симметрией на классическом уровне и конформной аномалией на квантовом, определяется какими-либо внешними условиями, например, граничными, или нетривиальной структурой вакуума. При реализации механизма КВ значение M вводилось для регуляризации именно в инфракрасной области, хотя одновременно происходила перенормировка и ультрафиолетовых расходимостей. Как показано выше, значение M не произвольно, оно выражается через параметры эффективной низкоэнергетической модели.

Как отмечено выше, модель (1) может рассматриваться как редуцированная к конформному случаю и упрощенная за счет отбрасывания калибровочных взаимодействий версия Стандартной модели. Сделаем оценку масштаба иерархии, возникающей в нашем примере, взяв известные значения массы и вакуумного среднего бозона Хиггса, а также значение юкавской константы топ-кварка. При этом мы не претендуем на количественные оценки для реалистичной СМ, где необходимо учесть дублетную структуру бозона Хиггса, взаимодействия с векторными бозонами и известные поправки к эффективному потенциалу высших порядков[1]. Для оценок берем

$$m_0 = 125 \text{ ГэВ}, \quad v = 246 \text{ ГэВ}, \quad y = 1, \quad N_c = 3. \tag{15}$$

Подставляя эти значения в (11), (13) и (14), получаем

$$\lambda_0 \approx 2{,}8, \qquad \lambda \approx 11{,}4, \qquad M \approx 61 \text{ ТэВ}. \tag{16}$$

Найденное значение масштаба, ограничивающего область применимости эффективной модели, показывает возникновение иерархии: $v \ll M$.

Отметим также, что присутствующие в сделанных оценках значения констант λ и λ_0 удовлетворяют условиям пертурбативности на соответствующих масштабах. Действительно, на масштабе $\varphi \sim M$ квантовая добавка к древесному потенциалу в (6) мала. Однако на масштабе $\varphi \sim v \ll M$ вклад квантовой поправки становится одного порядка с древесным членом. Это значит, что точность использованного однопетлевого приближения в оценке положения минимума неудовлетворительна, и для реалистических оценок надо использовать и вклады высших порядков по возможности с их пересуммированием. Однако целью данной работы являлись не феноменологические оценки, а обсуждение этапов вывода эффективной модели и возможности возникновения экспоненциальной иерархии масштабов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, как реализуется механизм Коулмана–Вайнберга в модели с одним скалярным и одним фермионным полем при учете однопетлевых поправок. Рассмотрен вопрос о выборе масштаба перенормировки M, являющегося также и параметром нарушения масштабной (одновременно и конформной) инвариантности. Мы утверждаем, что его нельзя положить равным вакуумному среднему v, поскольку

[1]Готовится работа с соответствующим анализом.

для моделей с конформной аномалией значение M является измеримым, а не произвольным. Также показано, что в выбранной модели естественным образом возникает иерархия между масштабом нарушения конформной инвариантности и сгенерированными массами скалярного и фермионного полей. Построена эффективная теория, которая возникает на малых масштабах энергии и отличается от исходной.

Возникновение экспоненциальной иерархии энергетических масштабов обсуждалось в разнообразных моделях в физике конденсированных состояний. Так, например, в теории сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера имеется экспоненциальная иерархия между величиной сгенерированного при спонтанном нарушении симметрии фермионного конденсата (майорановской массы) и дебаевской частотой [13], выступающей внешним условием для данной системы. Также в качестве примера можно привести недавнюю работу [15], в которой показано возникновение иерархии масс коллективных мод в инфракрасной области вблизи квантовой критической точки в модели, описывающей высокотемпературные сверхпроводники с волнами парной плотности. В частности, в этой работе установлена экспоненциальная малость массы скалярной моды (типа бозона Хиггса) по сравнению с величиной энергетической щели сверхпроводника.

Авторы благодарны за плодотворные дискуссии и критические замечания И. В. Аникину и Б. Н. Латошу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Casas J. A., Espinosa J. R., Hidalgo I.* Expectations for LHC from Naturalness: Modified versus SM Higgs Sector // Nucl. Phys. B. 2007. V. 777. P. 226–252; arXiv:hep-ph/0607279 [hep-ph].
2. *Giudice G. F.* Naturally Speaking: The Naturalness Criterion and Physics at the LHC // Perspectives on LHC Physics. World Sci., 2008; arXiv:hep-ph/0801.2562 [hep-ph].
3. *Rivat S.* Renormalization Scrutinized // Stud. Hist. Phil. Sci. B. 2019. V. 68. P. 23–39.
4. *Englert F., Brout R.* Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 321–323.
5. *Higgs P. W.* Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 508–509.
6. *Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д.* К теории сверхпроводимости // ЖЭТФ. 1950. Т. 20. С. 1064.
7. *Bardeen W. A.* On Naturalness in the Standard Model. FERMILAB-CONF-95-391-T. 1995.
8. *Nakayama Y.* Scale Invariance vs Conformal Invariance // Phys. Rep. 2015. V. 569. P. 1–93; arXiv:1302.0884 [hep-th].
9. *Coleman S. R., Weinberg E. J.* Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking // Phys. Rev. D. 1973. V. 7. P. 1888–1910.
10. *Hill Ch. T.* Conjecture on the Physical Implications of the Scale Anomaly. FERMILAB-CONF-05-482-T. 2005; arXiv:0510177 [hep-th].
11. *Arbuzov A. B., Pervushin V. N., Nazmitdinov R. G., Pavlov A. E., Zakharov A. F.* Spontaneous Radiatively Induced Breaking of Conformal Invariance in the Standard Model // 18th Intern. Seminar on High Energy Phys. 2014; [arXiv:1411.5124 [hep-th].
12. *Arbuzov A., Cirilo-Lombardo D.* Radiatively Induced Breaking of Conformal Symmetry in a Superpotential // Phys. Lett. B. 2016. V. 7598. P. 125; [arXiv:1509.08907 [hep-th].
13. *Miransky V. A.* Dynamical Symmetry Breaking in Quantum Field Theories. Singapore: World Sci., 1993.

14. *Волошин М. Б., Тер-Мартиросян К. А.* Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц. М.: Энергоатомиздат, 1984. 296 с.
15. *Jian S., Scherer M. M., Yao H.* Mass Hierarchy in Collective Modes of Pair-Density-Wave Superconductors // Phys. Rev. Res. 2020. V. 2, No. 1. P. 013034; arXiv:1810.01415 [cond-mat.str-el].

Получено 27 августа 2020 г.