

## ПОЛУЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ $[\rho, \omega, \phi] \rightarrow \pi[e^+e^-, \mu^+\mu^-]$ В КИРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ НИЛ

*М. К. Волков*<sup>a, 1</sup>, *К. Нурлан*<sup>a, б, в, 2</sup>

<sup>a</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>б</sup> Институт ядерной физики, Алма-Ата, Казахстан

<sup>в</sup> Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан

В киральной модели НИЛ описаны полулептонные распады векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  на пион и лептонную пару  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ . При этом для описания распада векторного  $\phi$ -мезона учтено смешивание  $\omega$  с  $\phi$ . При рождении лептонных пар  $l^+l^-$  учтено прямое рождение через фотонное поле и рождение с участием промежуточных векторных мезонов  $\rho$  или  $\omega$ . Полученные результаты для полной и дифференциальной ширины сравниваются с экспериментом. Кроме того, мы даем предсказания для распадов  $\rho \rightarrow \pi[e^+e^-, \mu^+\mu^-]$  и  $\phi \rightarrow \pi\mu^+\mu^-$ .

In the chiral NJL model semileptonic decays of vector mesons  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  into pion and lepton pair  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$  are described. The contributions from the contact term (the final states are directly produced from the photon field) and the diagrams with intermediate vector mesons are taken into account. The results obtained for the total and differential widths are compared with experiment. Predictions for decays  $\rho \rightarrow \pi[e^+e^-, \mu^+\mu^-]$  and  $\phi \rightarrow \pi\mu^+\mu^-$  are given.

PACS: 13.20.-v; 14.40.-n

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы возобновился интерес к исследованию процессов рождения лептонной пары в распадах легких векторных мезонов. Изучение этих распадов является полезным инструментом для более глубокого понимания структуры мезонов. Эти процессы продолжают интенсивно изучаться в течение многих лет как с теоретической, так и экспериментальной точек зрения [1, 2].

Теоретические исследования процессов  $V \rightarrow \pi l^+l^-$  ранее проводились в рамках модели векторной доминантности в работах [3, 4]. Также интересующие нас процессы изучались в работе [5] с помощью лагранжианово-скрытой локальной симметрии (HLS). В недавних работах [6, 7] распады  $\omega \rightarrow \pi l^+l^-$  были описаны с использованием переходных формфакторов в хорошем согласии с экспериментом.

Интересно отметить, что во многих теоретических работах возникает проблема правильного описания отношения распадов  $\Gamma(V \rightarrow \pi\mu^+\mu^-)/\Gamma(V \rightarrow \pi e^+e^-)$ , которое

---

<sup>1</sup>E-mail: volkov@theor.jinr.ru

<sup>2</sup>E-mail: nurlan.qanat@mail.ru

в теории оказывается заметно ниже экспериментальных значений. Подобная ситуация, но со значительным превышением теоретического предсказания над экспериментальным значением имеет место также при изучении распадов тяжелых мезонов на каон и лептонную пару  $B \rightarrow Kl^+l^-$  [8–10]. Это указывает на возможность близких общих источников такого явления как у тяжелых, так и у легких мезонов.

В настоящей работе мы вычисляем вышеуказанные процессы на основе эффективных киральных лагранжианов, полученных в хорошо известной модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) [11–19]. Помимо сравнений с существующими данными мы даем предсказания для полной и дифференциальной ширины распадов  $\rho \rightarrow \pi^0 l^+ l^-$  и  $\phi \rightarrow \pi^0 l^+ l^-$ . Полученные результаты могут быть проверены в будущих экспериментах. При этом отметим, что точность модельных вычислений определяется точностью сохранения киральной симметрии, на которой основана модель НИЛ. Эта точность зависит от сохранения аксиального тока (принцип PCAC) и оценивается как  $\pm 10\%$ .

### ЛАГРАНЖИАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДЕЛИ НИЛ

Лагранжиан модели НИЛ, описывающий взаимодействия фотонов, пионов и векторных мезонов с кварками, имеет вид [12]

$$\Delta\mathcal{L} = \bar{q} \left[ i\gamma_\mu \partial_\mu - m + \frac{e}{2} \left( \tau_3 + \frac{1}{3}I \right) \gamma_\mu A_\mu + +ig_\pi \gamma_5 \tau_3 \pi^0 + \right. \\ \left. + \frac{g_\rho}{2} \tau_3 \gamma_\mu \rho_\mu^0 + \frac{g_\rho}{2} I (\cos(\alpha) \gamma_\mu \omega_\mu + \sin(\alpha) \gamma_\mu \phi_\mu) \right] q, \quad (1)$$

где  $q$  и  $\bar{q}$  — поля  $u$ - и  $d$ -кварков с составляющими массами  $m_u \approx m_d = 280$  МэВ [12],  $m = \text{diag}(m_u, m_d)$ ;  $e$  — заряд электрона;  $A$  — поле фотона;  $\rho, \omega, \phi, \pi^0$  — мезонные поля;  $\tau_3$  — матрица Паули;  $I$  — единичная матрица. Угол смешивания  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов  $\alpha = 3,1^\circ$  [20].

Константы связи выражаются через логарифмически расходящиеся интегралы:

$$g_\rho = \sqrt{\frac{3}{2I_2}} \approx 6,14, \quad g_\pi = \sqrt{\frac{Z_\pi}{4I_2}} \approx 3,02, \quad (2)$$

где

$$Z_\pi = \left( 1 - 6 \frac{m^2}{M_{a_1}^2} \right)^{-1} \approx 1,4. \quad (3)$$

Здесь  $Z_\pi$  — дополнительная константа перенормировки, появляющаяся в  $\pi$ - $a_1$ -переходах,  $M_{a_1} = (1230 \pm 40)$  МэВ — масса мезона  $a_1(1260)$  [21].

Интеграл, возникающий в кварковых петлях, имеет вид

$$I_2 = -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int \frac{\Theta(\Lambda_4^2 + k^2)}{(m^2 - k^2)^2} d^4k = \frac{N_c}{(4\pi)^2} \left[ \ln \left( 1 + \frac{\Lambda_4^2}{m^2} \right) + \frac{\Lambda_4^2}{\Lambda_4^2 + m^2} \right], \quad (4)$$

где  $\Lambda_4 = 1,26$  ГэВ — параметр четырехмерного обрезания [12];  $N_c = 3$  — число цветов в КХД. Этот интеграл возникает после разложения интегралов петли по

внешнему импульсу и удержания логарифмически расходящихся интегралов. Только в этом случае удастся сохранить кирально-симметричную форму лагранжиана [12]. При вычислении аномальных диаграмм учитывается минимальный порядок по внешним импульсам.

### РАСПАДЫ $[\omega, \rho, \phi] \rightarrow \pi[e^+e^-, \mu^+\mu^-]$

Процессы  $[\omega, \rho, \phi] \rightarrow \pi[e^+e^-, \mu^+\mu^-]$  в модели НИЛ описываются вкладами двух диаграмм: треугольной кварковой диаграммы, соответствующей прямому рождению лептонных пар через фотонное поле (рис. 1), и диаграммы с промежуточным векторным мезоном, связывающим аномальную треугольную диаграмму с вершиной перехода  $(\rho, \omega) \rightarrow \gamma \rightarrow l^+l^-$  (рис. 2). Выполненные расчеты приводят нас к амплитуде

$$\mathcal{M} = \frac{N_c g_\rho \alpha_{\text{em}} C_{VP}}{2\pi F_\pi} \frac{1}{s} \left[ 1 + \frac{s}{M_V^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_V} \right] \epsilon_{\mu\nu\lambda\delta} e_\mu^*(p) L_\nu p_0 \lambda p_\delta. \quad (5)$$

Здесь  $F_\pi$  — константа слабого распада пиона;  $p$  — импульс векторного мезона;  $p_0$  — импульс пиона;  $e_\mu^*(p)$  — вектор поляризации векторного мезона;  $s = (p - p_0)^2 = (p_+ + p_-)^2$ ,  $L_\nu = \bar{l}\gamma_\nu l$  — лептонный ток, константы  $C_{\omega\pi} = \cos(\alpha)$ ,  $C_{\phi\pi} = \sin(\alpha)$ ,  $C_{\rho\pi} = 1/3$ .  $M_V$ ,  $\Gamma_V$  — масса и ширина векторного мезона в промежуточном состоянии.

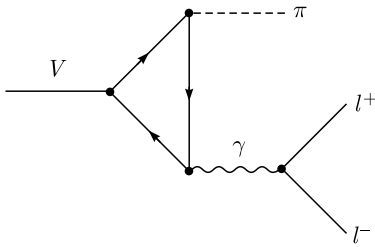


Рис. 1. Контактная диаграмма

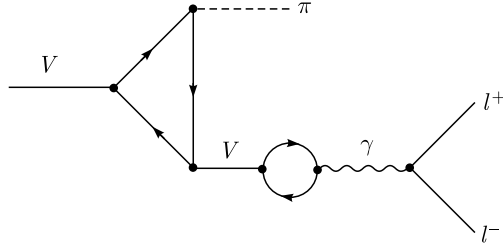


Рис. 2. Диаграмма с промежуточным векторным мезоном

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Вероятность распадов  $V(p) \rightarrow \pi(p_0) + l^+(p_+) + l^-(p_-)$  мы можем вычислить по формуле

$$\Gamma(V \rightarrow \pi l^+ l^-) = \frac{1}{3} \frac{1}{256\pi^3 M_V^3} \int_{s_-}^{s_+} ds \int_{t_-(s)}^{t_+(s)} dt |\mathcal{M}|^2, \quad (6)$$

где переменные определены как  $s = (p - p_0)^2 = (p_+ + p_-)^2$ ,  $t = (p - p_+)^2 = (p_0 + p_-)^2$ . Пределы интегрирования имеют вид

$$s_+ = (M_V - M_\pi)^2, \quad s_- = 4M_l^2, \quad (7)$$

$$t_\pm(s) = \frac{1}{2} \left[ M_V^2 + M_\pi^2 + 2M_l^2 - s \pm s^{-1} \sqrt{\lambda(s, M_l^2, M_l^2) \cdot \lambda(s, M_V^2, M_\pi^2)} \right], \quad (8)$$

где  $\lambda(a, b, c) = (a - b - c)^2 - 4bc$ .

Полученные результаты и экспериментально измеренные значения для ширины распадов приведены в таблице. Вычисленные дифференциальные распределения изучаемых процессов по инвариантной массе лептонной пары  $l^+l^-$  даны на рис. 3–8.

**Ширины распадов  $V \rightarrow \pi l^+ l^-$  (в кэВ)**

Распады	НИЛ	[7]	[6]	[5]	PDG [21]
$\omega \rightarrow \pi e^+ e^-$	6,81	$6,67 \pm 0,21$	$6,93 \pm 0,09$	$6,68 \pm 0,2$	$6,5 \pm 0,5$
$\omega \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$	0,61	$0,82 \pm 0,02$	$0,98 \pm 0,05$	$0,67 \pm 0,02$	$1,10 \pm 0,15$
$\rho \rightarrow \pi e^+ e^-$	0,78	—	—	$0,91 \pm 0,08$	$< 1,7$
$\rho \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$	0,058	—	—	$0,086 \pm 0,007$	—
$\phi \rightarrow \pi e^+ e^-$	0,063	$0,062 \pm 0,002$	—	$0,064 \pm 0,004$	—
$\phi \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$	0,013	$0,016 \pm 0,001$	—	0,013	—

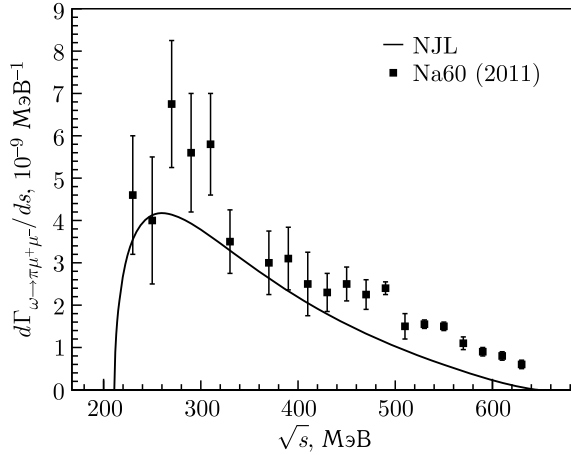


Рис. 3. Дифференциальная ширина процесса  $\omega \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$ . Экспериментальные точки взяты из работы [2]

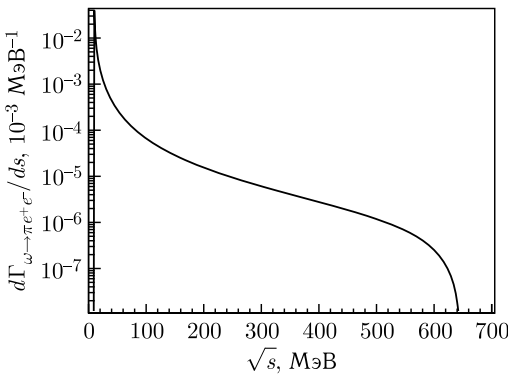


Рис. 4. Дифференциальная ширина процесса  $\omega \rightarrow \pi e^+ e^-$

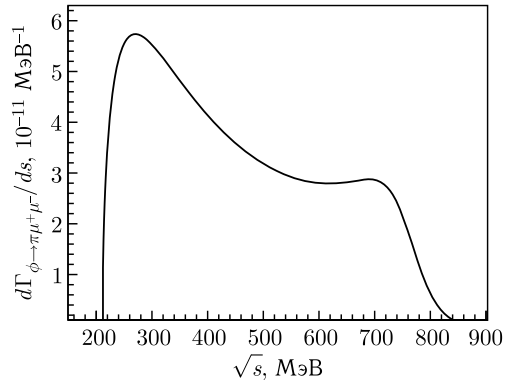


Рис. 5. Дифференциальная ширина процесса  $\phi \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$

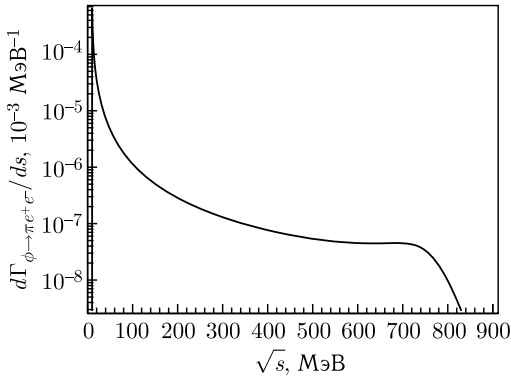


Рис. 6. Дифференциальная ширина процесса  $\phi \rightarrow \pi e^+ e^-$

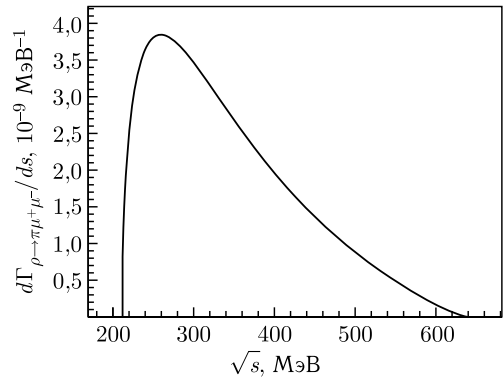


Рис. 7. Дифференциальная ширина процесса  $\rho \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$

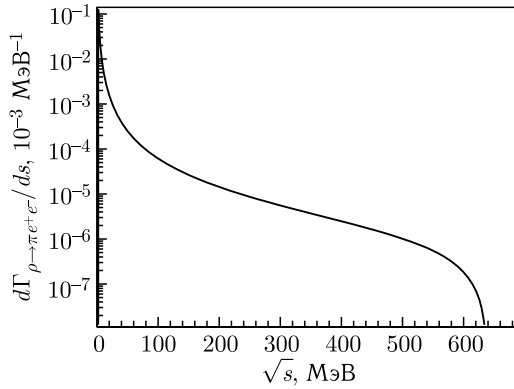


Рис. 8. Дифференциальная ширина процесса  $\rho \rightarrow \pi e^+ e^-$

### ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одни из первых оценок распада  $\omega \rightarrow \pi \mu^+ \mu^-$  были сделаны в работах [3, 4] с использованием метода векторной доминантности. Там были описаны переходные форм-факторы, зависящие от импульса промежуточного фотона вне массовой поверхности. В то же время все интересующие нас распады изучены в рамках модели HLS [5]. Кроме того, процессы  $\omega \rightarrow \pi l^+ l^-$  исследованы в недавних работах [6, 7], в одной из которых использована модель, имеющая в основе киральную теорию возмущений, а в другой использован метод дисперсионных соотношений. Все это показывает интерес к изучению вышеуказанных процессов с теоретической и экспериментальной точек зрения. Поэтому нам казалось интересным попытаться описать все эти процессы в рамках киральной модели НИЛ, которая до сих пор позволяла получать удовлетворительные результаты для многих процессов в области низких энергий [12].

Заметим, что в модели НИЛ автоматически воспроизводится метод векторной доминантности, который использовался в ряде указанных выше теоретических работ [3, 4]. Векторная доминантность возникает в киральной модели НИЛ при объединении двух каналов, по которым идут рассмотренные выше процессы. Первый из

них связан с промежуточным фотоном, порождающим лептонную пару. Второй канал связан с промежуточным векторным мезоном, переходящим в фотон и также порождающим лептонную пару. Рассмотрение этих двух каналов независимо друг от друга позволяет более детально изучить интересующие нас процессы. Кроме того, в нашей работе вычислены дифференциальные ширины всех описанных нами распадов.

Рассмотрение отдельных каналов привело к интересному результату. Оказалось, что при рождении электрон-позитронной пары доминирующую роль играет канал с изолированным фотоном, который полностью определяет ширину этих процессов. Векторный канал с участием промежуточных  $\rho$ - или  $\omega$ -мезонов дает лишь весьма незначительную поправку к ширине распадов. Другая ситуация имеет место при рождении пары более массивных  $\mu^+\mu^-$ . Здесь также доминирующую роль играет канал с одним фотоном, однако вклад от векторного канала с промежуточным  $\rho$ - или  $\omega$ -мезоном играет более важную роль. Так, например, в распаде  $\omega \rightarrow \pi\mu^+\mu^-$  при учете только фотонного канала для ширины получаем  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\mu^+\mu^-) = 0,3$  кэВ, в то же время добавление векторного канала с  $\rho$ -мезоном дает  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\mu^+\mu^-) = 0,61$  кэВ. Подобная ситуация имеет место и в распадах  $(\rho, \phi) \rightarrow \pi\mu^+\mu^-$ .

Для всех описанных распадов установлена положительная интерференция между вкладом контактной диаграммы и диаграммы с промежуточным векторным мезоном. Заметим, что эта ситуация заметно отличается от процессов рождения адронов на встречных  $l^+l^-$ -пучках. Действительно, в указанном случае канал с изолированным фотоном находится, как правило, в отрицательной интерференции с векторным каналом, содержащим в промежуточном состоянии  $\rho$ - или  $\omega$ -мезон. Причем последний канал играет доминирующую роль [22, 23].

Интересно также отметить, что возможность распадов  $\phi \rightarrow \pi l^+l^-$  объясняется смешиванием  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов с углом  $\alpha = 3,1^\circ$  [20]. Полученные числа для ширин распадов  $\phi$ -мезона оказались близки к результатам, полученным другими авторами [5, 7] (см. таблицу).

Полученные результаты модели можно считать достаточно удовлетворительными кроме ситуаций с распадом  $\omega \rightarrow \pi\mu^+\mu^-$ . Здесь, к сожалению, в рамках используемой нами модели не удастся получить удовлетворительного согласия с экспериментом. Как было указано во введении, подобная ситуация имеет место в изучении распадов более тяжелых мезонов  $B \rightarrow Kl^+l^-$ .

**Благодарности.** Мы благодарны А. Б. Арбузову и А. А. Пивоварову за их интерес к нашей работе и полезные обсуждения. Работа поддержана грантом молодых ученых и специалистов Объединенного института ядерных исследований (№ 21-302-04).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Usai G. (NA60 Collab.). Low Mass Dimuon Production in Proton–Nucleus Collisions at 400 GeV/c // Nucl. Phys. A. 2011. V. 855. P. 189.
2. Usai G. (NA60 Collab.). Study of the Electromagnetic Transition Form Factors in  $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$  and  $\omega \rightarrow \mu^+\mu^-\pi^0$  Decays with NA60 // Phys. Lett. B. 2009. V. 677. P. 260.
3. Landsberg L. G. Electromagnetic Decays of Light Mesons // Phys. Rep. 1985. V. 128. P. 301.
4. Klingl F., Kaiser N., Weise W. Effective Lagrangian Approach to Vector Mesons, Their Structure and Decays // Z. Phys. A. 1996. V. 356. P. 193.

5. Hashimoto M. Hidden Local Symmetry for Anomalous Processes with Isospin/ $SU(3)$  Breaking Effects // Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 5611.
6. Terschlusen C., Leupold S. Electromagnetic Transition Form Factors of Light Vector Mesons // Phys. Lett. B. 2010. V. 691. P. 191.
7. Schneider S.P., Kubis B., Niecknig F. The  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma^*$  and  $\phi \rightarrow \pi^0\gamma^*$  Transition Form Factors in Dispersion Theory // Phys. Rev. D. 2012. V. 86. P. 054013.
8. Aai R. et al. (LHCb Collab.). Test of Lepton Universality with  $B^0 \rightarrow K^{*0}\ell^+\ell^-$  Decays // JHEP. 2017. V. 1708. P. 055.
9. Abdesselam A. et al. (Belle Collab.). Test of Lepton Flavor Universality in  $B \rightarrow K\ell^+\ell^-$  Decays. arXiv:1908.01848 [hep-ex].
10. Jin S.P., Hu X.Q., Xiao Z.J. Study of  $\bar{B}_s \rightarrow K^{(*)}\ell^+\ell^-$  Decays in the PQCD Factorization Approach with the Lattice QCD Input. arXiv:2003.12226 [hep-ph].
11. Ebert D., Volkov M.K. Composite Meson Model with Vector Dominance Based on  $U(2)$  Invariant Four-Quark Interactions // Z. Phys. C. 1983. V. 16. P. 205.
12. Волков М. К. Низкоэнергетическая физика мезонов в кварковой модели сверхпроводящего типа // ЭЧАЯ. 1986. Т. 17, вып. 3. С. 433-71 (Sov. J. Part. Nucl. 1986. V. 17. P. 186).
13. Ebert D., Reinhardt H. Effective Chiral Hadron Lagrangian with Anomalies and Skyrme Terms from Quark Flavor Dynamics // Nucl. Phys. B. 1986. V. 271. P. 188.
14. Vogl U., Weise W. The Nambu and Jona-Lasinio Model: Its Implications for Hadrons and Nuclei // Prog. Part. Nucl. Phys. 1991. V. 27. P. 195.
15. Klevansky S.P. The Nambu–Jona-Lasinio Model of Quantum Chromodynamics // Rev. Mod. Phys. 1992. V. 64. P. 649.
16. Volkov M. K. Effective Chiral Lagrangians and the Nambu–Jona-Lasinio Model // Phys. Part. Nucl. 1993. V. 24. P. 35.
17. Ebert D., Reinhardt H., Volkov M. K. Effective Hadron Theory of QCD // Prog. Part. Nucl. Phys. 1994. V. 33. P. 1.
18. Hatsuda T., Kunihiro T. QCD Phenomenology Based on a Chiral Effective Lagrangian // Phys. Rep. 1994. V. 247. P. 221.
19. Volkov M. K., Radzhabov A. E. The Nambu–Jona-Lasinio Model and Its Development // Phys. Usp. 2006. V. 49. P. 551.
20. Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K. On the Mixing Angle of the Vector Mesons  $\omega(782)$  and  $\phi(1020)$ . arXiv:2005.00763 [hep-ph].
21. Tanabashi M. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics // Phys. Rev. D. 2018. V. 98, No. 3. P. 030001.
22. Volkov M. K., Arbuzov A. B., Kostunin D. G. The Decay  $\tau \rightarrow \pi\omega\nu$  in the Extended NJL Model // Phys. Rev. D. 2012. V. 86. P. 057301.
23. Volkov M. K., Arbuzov A. B. Low-Energy Processes of Meson Production in the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // Phys. Part. Nucl. 2016. V. 47, No. 4. P. 489.