

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ СВОЙСТВ ТОНКИХ СТРУКТУР В РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ ПРОДУКТОВ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ ПО МАССЕ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Г. А. Ососков^а, Ю. В. Пятков^{а,б}, М. О. Руденко^{а, 1}

^а Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

^б Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Работа посвящена анализу проявлений кластеризации в редких многотельных распадах тяжелых ядер. Совместно с физиками из ЛЯР ОИЯИ разработана компьютерная модель тонкой структуры, найденной ими на основе экспериментов с трансурановым элементом калифорний. Для проверки гипотезы о том, что найденная структура объективно существует, а не является шумовым артефактом, было предложено применить глубокую сверточную сеть в качестве бинарного классификатора, обученного на большой выборке из модельных и шумовых изображений. Предварительные результаты применения разработанного нейроклассификатора показывают перспективность предложенного подхода.

The article is devoted to the analysis of manifestations of clustering in rare multibody decays of heavy nuclei. Together with physicists from the FLNR JINR, a computer model of the fine structure was developed, found on the basis of experiments with the transuranium element californium. To test the hypothesis that the structure revealed is meaningful, and is not a noise artifact, it was proposed to use a deep convolution network as a binary classifier trained on a large sample of model and noise images. Preliminary results of using the developed neuroclassifier show prospects of the proposed approach.

PACS: 25.70.Jj; 89.20.Ff

ВВЕДЕНИЕ

Теоретические описания ядерных реакций, таких как деление и квазиделение, позволяют представить эволюцию ядерной системы в виде траектории в многомерном деформационном пространстве. Выявление образов таких траекторий в пространстве экспериментально наблюдаемых переменных предложено в работах [1–4] в качестве нового подхода к анализу данных. Обсуждаемые траектории выглядят как «тонкие

¹E-mail: michadas@yandex.ru

структуры» в двумерных распределениях, например, в корреляционных массовых распределениях. По определению термин «тонкая структура» означает локальные области (пики) двумерного распределения с выходом выше, чем на гладкой подложке, являющейся фоном для искомого эффекта. Для выявления тонких структур с заданным уровнем достоверности в работе [5] применялись методы морфологического анализа изображений.

Иногда условия эксперимента позволяют наблюдать траекторию, связанную с эволюцией ядерной системы, почти без шума (фона). Траектория в этом случае выглядит как непрерывная последовательность точек, близких, например, к прямой линии, в двумерном распределении экспериментально наблюдаемых переменных. В работе [6] преобразование Хафа [7] было применено как для выявления линейной структуры, так и для оценки уровня ее достоверности по отношению к альтернативной гипотезе о том, что фактически наблюдается только случайная последовательность точек.

В данной работе предлагается решение аналогичной задачи, но для гораздо более сложной структуры. Также получены ответы и на еще два вопроса, представляющих интерес при планировании аналогичных экспериментов, а именно, об объективной оценке как диапазона по зашумленности распределения фоновыми точками, так и предела ухудшения массового разрешения, которые еще позволяют на приемлемом уровне надежности выделить искомую структуру.

Корреляционные массовые распределения осколков деления из спонтанного деления $^{252}\text{Cf}(sf)$ представлены на рис. 1. Мы отсылаем читателей к работе [8], где представлены экспериментальные детали.

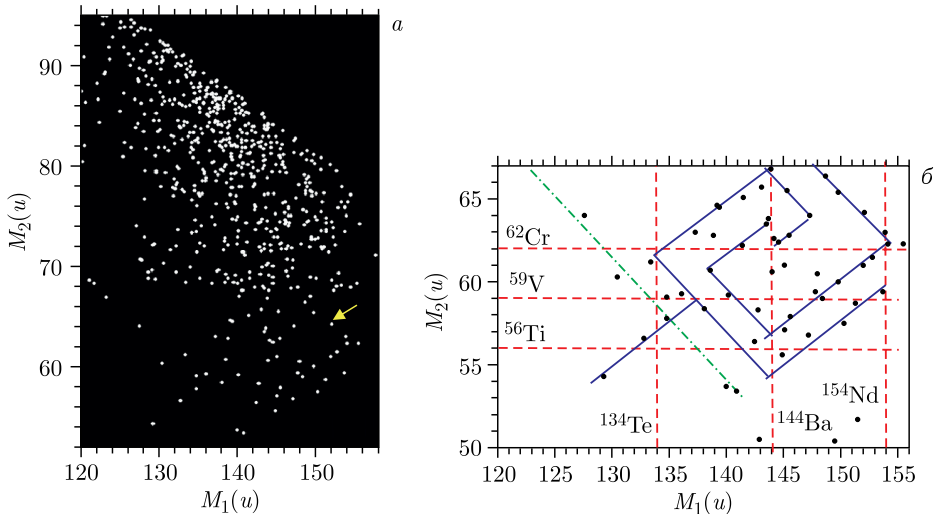


Рис. 1. Корреляционное массовое распределение осколков деления $^{252}\text{Cf}(sf)$. а) Специфическая ромбо-спиральная структура в нижней части рисунка («ядерная роза») отмечена стрелкой. б) Эта же структура в более крупном масштабе. Линии, проведенные по экспериментальным точкам, способствуют зрительному восприятию структуры. Точки, относящиеся к штрихпунктирной линии, в дальнейшем, для упрощения задачи, не учитывались [8]. Штриховыми линиями отмечены массы магических ядер [9]

Ромбо-спиральная структура (ромбический меандр) в правом нижнем углу рис. 1, *a* — изображение, напоминающее розу, — было названо «ядерной розой». Она состоит из семейства линий $M_1 + M_2 \approx \text{const}$ и нескольких линий, почти перпендикулярных им. Трактовка первого семейства линий представлена в [8], в то время как второе семейство еще нуждается в физической интерпретации.

Следует отметить необходимость тщательного подхода к объективному выводу о наличии линейных структур в корреляционных массовых распределениях и особенно к определению их совокупности в виде некоторых четко различимых форм типа этой «ядерной розы». Любая попытка такого определения «на глаз» с прикладыванием линейки или даже с подгонкой прямых линий по наборам точек, выбранных наблюдателем, оказывается сугубо субъективной и зависит от его произвола. Поэтому было необходимо подобрать такой математический инструмент, который мог бы обеспечить полную объективность нахождения всех элементов многолинейной структуры, а в дальнейшем обеспечил бы максимальную правдоподобность определения вероятностных параметров всей структуры точек, образующих ее.

В качестве математического аппарата, позволяющего объективно распознать наличие прямых линий на точечном изображении, мы выбрали преобразование Хафа [7], но не в его оригинальном виде, как это делалось в работе [6], а в виде более удобной модификации, описанной в следующем разделе.

МЕТОД ПОВОРОТНЫХ ГИСТОГРАММ

Преобразование Хафа — это вычислительный алгоритм, применяемый для параметрической идентификации геометрических элементов растрового изображения и состоящий в переходе из пространства измерений в пространство параметров (рис. 2).

Параметризация вида $x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$, более сложная, чем в обычном уравнении прямой вида $y = ax + b$, была предложена П. Хафом, чтобы избежать случаев обращения в бесконечность параметра α в обычном уравнении прямой при ее приближении к вертикали. Однако в случае с моделированием ромбического меандра ориентация всех отрезков прямых близка к $\pm 45^\circ$, поэтому был использован метод поворотных гистограмм, предложенный в [10], как более простой и быстрый вариант преобразования Хафа для обнаружения прямых линий.

Идея метода состоит в фрагментации исследуемого региона на узкие параллельные полосы, в каждой из которых подсчитывается количество попаданий. Угол α

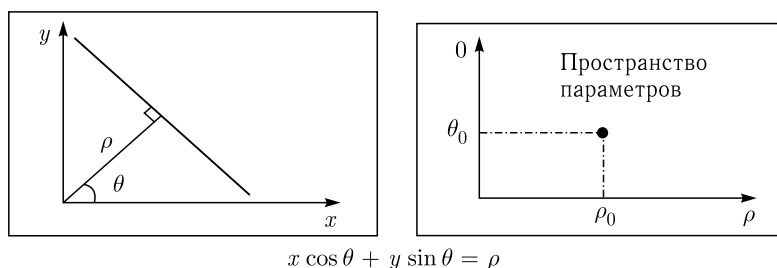


Рис. 2. Преобразование Хафа

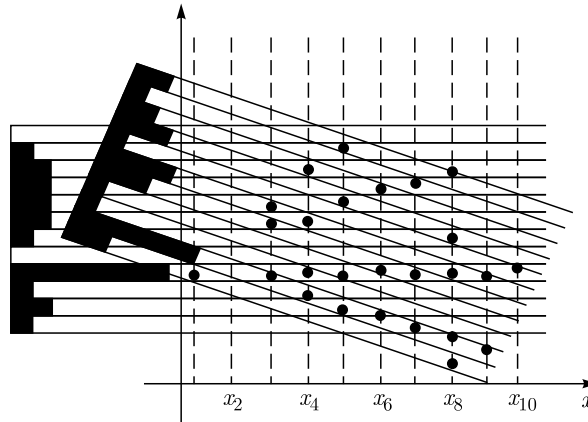


Рис. 3. Графический пример принципа работы метода поворотных гистограмм

наклона полос постепенно изменяется от α_{\min} до α_{\max} . Когда одна из таких полос совпадает с каким-либо прямолинейным отрезком, в гистограмме, соответствующей данному наклону полосы, возникает максимум. Для заполнения столбцов гистограммы используется метод проекций. Точки проецируются на ось Y под фиксированным углом по правилу $Y_{pr} = y - x \operatorname{tg} \alpha$. Критерием обнаружения линии является условие, что значение соответствующего столбца гистограммы должно превысить заданный порог (рис. 3).

Граница коридора в методе поворотных гистограмм может разрезать прямую пополам так, что ее половинки попадут в соседние коридоры и число точек в обеих половинках не превысит порога, и линия не будет найдена. Решить эту проблему можно одним из следующих способов:

- вычислить направление линии как центр тяжести трех полос;
- увеличить ширину полос гистограммы на небольшую величину так, чтобы полосы немного пересекались;
- для устранения возникающих дубликатов во втором способе необходимо запоминать точки, принадлежащие одной прямой, и отбрасывать их из других при повторном фиксировании точки в другой линии.

Для определения параметров найденных прямых и разброса точек вокруг них использовалась подгонка методом наименьших квадратов (см., например, [12]). Суть метода состоит в подборе такой функции $y = f(x)$, график которой проходит как можно ближе к точкам. Функция должна быть достаточно проста, в нашем случае точки выстраиваются в прямую линию, следовательно, уравнение прямой $y = Ax + B$ подходит лучше всего для решения задачи. В итоге все сводится к нахождению коэффициентов A и B , чтобы сумма квадратов отклонений $S = \sum_{i=1}^n (y_i - (Ax_i + B))^2$ была минимальной. Для нахождения коэффициентов A и B дифференцируют функцию S по этим параметрам и решают полученную систему уравнений.

Важной характеристикой такой подгонки является значение σ среднеквадратичного разброса точек вокруг найденной прямой $\sigma = \sqrt{S_{\min}/(n - 2)}$.

ПОЛУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РОМБИЧЕСКОГО МЕАНДРА

Применение метода поворотных гистограмм с последующей подгонкой методом наименьших квадратов (МНК) найденных прямых оказалось весьма существенным этапом моделирования ромбического меандра, поскольку вначале на его исходном изображении не были точно известны как направления предполагаемых отрезков прямых, так и положения угловых точек, определяющих длины этих отрезков. То, что наблюдатель мог разглядеть на изображении и вручную выделить какие-то точки, близкие к неким отрезкам, было слишком произвольным и зависело от искусства наблюдателя. Потребовались независимые от наблюдателя объективные инструменты поиска отрезков с неизвестным заранее направлением с последующей подгонкой прямых для определения точного угла их наклона, величины разброса точек вокруг отрезков, всех точек пересечения найденных отрезков и распределения числа точек на каждом из отрезков. Такими инструментами и явились методы Хафа, МНК-подгонки и статистической обработки полученных множеств точек.

Таким образом, было установлено, что ромбический меандр состоит из трех простых линейных структур:

- линий, параллельных осям масс;
- линий $M_1 + M_2$, константа — 45° по оси M_1 ;
- линий $M_1 - M_2$, константа — 135° по оси M_1 .

Как показано на рис. 1, б, на пересечениях прямых находятся точки, координаты которых близки к массам известных магических ядер [9].

В результате статистического анализа распределения точек по отрезкам прямых, образующих меандр, было установлено, что точки распределены по отрезкам равномерно, а их количество на каждом из отрезков имеет распределение Пуассона с параметром λ . В предположении, что этот параметр является общим для всех отрезков меандра, он был оценен по критерию Колмогорова как $\lambda = 4,5$. В предположении, что разброс точек вокруг отрезков одинаков для всех отрезков и подчинен нормальному закону с параметрами $(0, \sigma)$, параметр σ был также оценен по критерию χ^2 как $\sigma = 0,2$.

Для оценки надежности тонкой структуры относительно альтернативной гипотезы о том, что эта структура является набором случайно рассеянных точек, было принято решение использовать нейросетевой классификатор и таким образом решить задачу классификации изображений. Для решения задачи необходимо было:

- создать числовую модель тонкой структуры;
- создать генератор изображений и сгенерировать изображения двух различных типов:
 - изображения с тонкой структурой;
 - изображения со случайным разбросом точек по тому же полю;
- создать модель искусственной сверточной нейронной сети (ИСНС);
- обучить и протестировать ИСНС как классификатор.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОМБИЧЕСКОГО МЕАНДРА

После получения всех характеристик каждой прямой ромбического меандра появилась возможность смоделировать неограниченное число изображений для создания набора данных, требуемых для тренировки и тестирования ИСНС. Была разработана

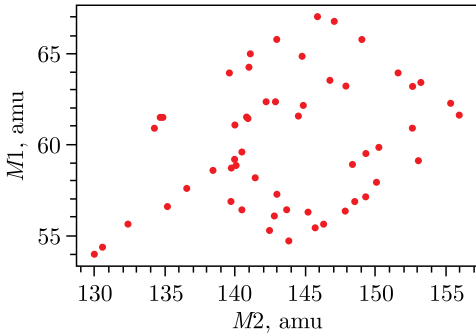


Рис. 4. Пример в виде сгенерированной реализации ромбического меандра

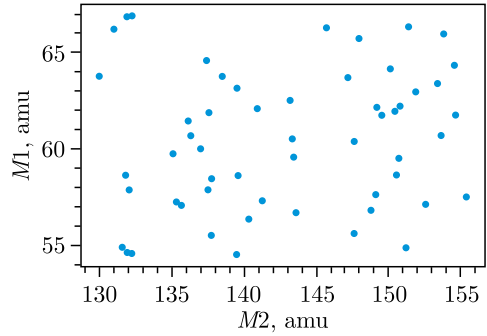


Рис. 5. Пример альтернативного изображения из точек, равномерно распределенных в том же поле зрения, что и меандр

программа — генератор изображений «розы» с использованием языка программирования Python. Программа работает следующим образом: вначале в соответствии с заданными параметрами на поле ромбического меандра откладываются 6 горизонтальных и 4 вертикальных отрезка, количество точек на каждом из отрезков разыгрывается по распределению Пуассона с параметром $\lambda = 4,5$, а сами точки разбрасываются случайно вдоль отрезков. Далее точки размазываются под прямым углом к отложенным отрезкам в соответствии с нормальным законом с параметрами $(0, \sigma)$, где $\sigma = 0,2$, после чего вся структура поворачивается под углом 45° к оси абсцисс, превращаясь в цифровую модель ромбического меандра.

Генератор создает изображения двух классов, на первом — модель этой тонкой структуры, сгенерированная по указанному выше алгоритму (см. пример на рис. 4), на втором — равномерно рассеянные точки по тому же полю в количестве, совпадающем с числом точек, образующих соответствующий меандр (рис. 5).

Перед составлением тренировочного набора изображения приводятся к одному виду: все картинки должны быть одного размера (80×80 пикселей) с одинаковыми точками, вместо их цвета и размера, подписей и линий осей изображения снабжаются метками принадлежности к тому или иному классу. Для обучения и тестирования нейроклассификатора было создано 15 тыс. изображений обоих классов, которые были разделены в следующей пропорции: 20 тыс. для обучения модели сети и 10 тыс. для тестирования (в обоих наборах количество изображений каждого из классов одинаково, а сами изображения тщательно перемешаны).

ИСКУССТВЕННАЯ СВЕРТОЧНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ

Для решения задачи классификации с обучением можно использовать два типа искусственных нейронных сетей:

- многослойный перцептрон;
- сверточные нейронные сети [12].

Авторами статьи была выбрана сверточная нейронная сеть, так как перцептрон не приспособлен для ввода двумерных изображений, которые приходится предваритель-

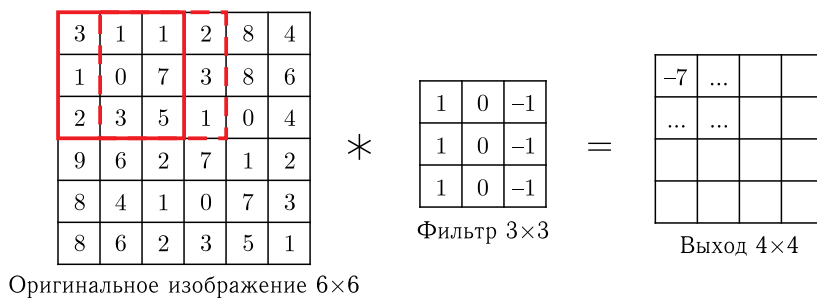


Рис. 6. Пример выполнения операции свертки



Рис. 7. Пример выполнения операции макспулинга

но разворачивать в одномерный вектор, теряя при этом существенную информацию о связях соседних пикселей изображения. Кроме того, в персептроне каждый нейрон связан со всеми нейронами предыдущего слоя, причем каждая связь имеет свой персональный весовой коэффициент, в то время как в сверточной нейронной сети применяются операции свертки (рис. 6), где используется лишь ограниченная матрица весов небольшого размера, которую «двигают» по всему обрабатываемому слою, формируя после каждого сдвига сигнал активации для нейрона следующего слоя с аналогичной позицией. Таким образом, для различных нейронов выходного слоя используется одна и та же матрица весов. В этом подходе следующий слой, получившийся в результате операции свертки такой матрицей весов, показывает наличие данного признака в обрабатываемом слое и его координаты, формируя карту признаков. Операция пулинга (англ. pooling — объединение) (рис. 7) позволяет выделить важные особенности на картах признаков, а также снижает размерность карт, ускоряя время работы сети.

В качестве функции активации для слоев свертки использовалась функция ReLU (1), которая является одной из самых распространенных в ИСНС:

$$f(x) = \max(0, x). \quad (1)$$

После слоев свертки и пулинга получается множество карт признаков. Их соединяют в один вектор, и этот вектор подают на вход полносвязному слою нейронов. Выход полносвязного слоя подается на вход одному-единственному нейрону с сигмоидальной функцией активации (2), которая группирует к центру крайние слишком большие входные значения, что позволяет находить четкие границы при предсказании,

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}}. \quad (2)$$

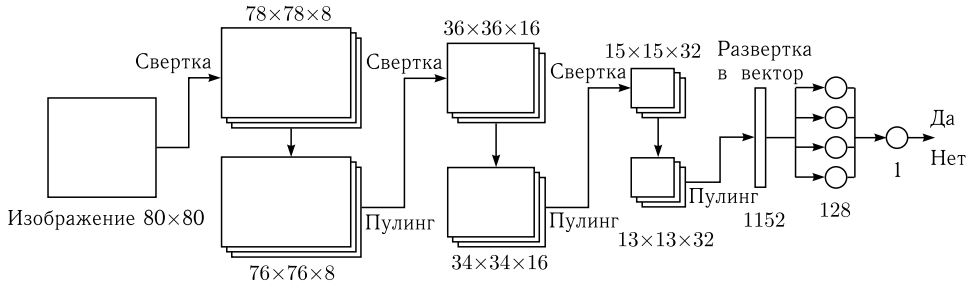


Рис. 8. Модель сверточной нейронной сети

Минимизация функции потерь нейросети оценивает качество работы всей модели. В нашем случае использовалась бинарная перекрестная энтропия [15]:

$$H_p(q) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_i \log(p(y_i)) + (1 - y_i) \log(1 - p(y_i))], \quad (3)$$

где y — метка (равная 1 для изображений с ромбическим меандром и 0 для изображений со случайно рассеянными точками), а $p(y_i)$ — прогнозируемая вероятность того, что на изображении присутствует ромбический меандр во всех N случаях.

Была использована следующая модель нейронной сети, после каждой второй свертки происходила операция макспулинга (рис. 8).

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ И ТЕСТИРОВАНИЯ НЕЙРОКЛАССИФИКАТОРА

В процессе обучения данной модели для минимизации функции потерь ИСНС использовался оптимизатор ADAM [14], так как он сочетает в себе и идею накопления движения, и идею более слабого обновления весов для типичных признаков. Скорость обучения бралась равной 0,0001. Набор данных был поделен на пакеты одинаковой длины, называемые батчами (англ. batch — группа). Такое разбиение положительно сказывается на эффективности обучения. Размер батча составил 256 изображений. Все это способствовало плавному обучению сети, во избежание ее переобучения. После 25 эпох обучения на 20 тыс. сгенерированных изображений обоих классов модель сверточной нейронной распознала правильно 99% экземпляров из тестовой выборки. 1% неверных предсказаний может указывать на ошибки генератора ромбического меандра. Графики обучения представлены на рис. 9.

Из графика видно, что 99%-я точность идентификации тонкой структуры была достигнута к 15-й эпохе, однако обучение нейроклассификатора на этом не закончилось, поскольку, как видно на графике (рис. 10), прослеживается медленное, постепенное улучшение качества распознавания.

Так как важным считается не допустить переобучение ИСНС, обучение было остановлено на 25-й эпохе, чтобы в результате чрезмерной подгонки параметров модели к зависимостям в обучающем множестве модель не потеряла возможности распространять обнаруженные закономерности на новые данные. Из рис. 10 видно, что модель сохраняет способность к обобщению, так как оранжевая линия (1) (точность

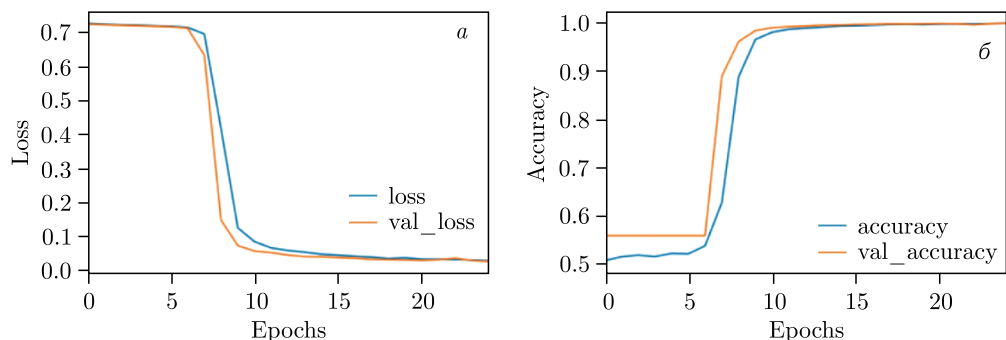


Рис. 9. Изменение ошибки на тренировочной и тестовой выборке (а). Изменение точности распознавания на тренировочной и тестовой выборке (б)

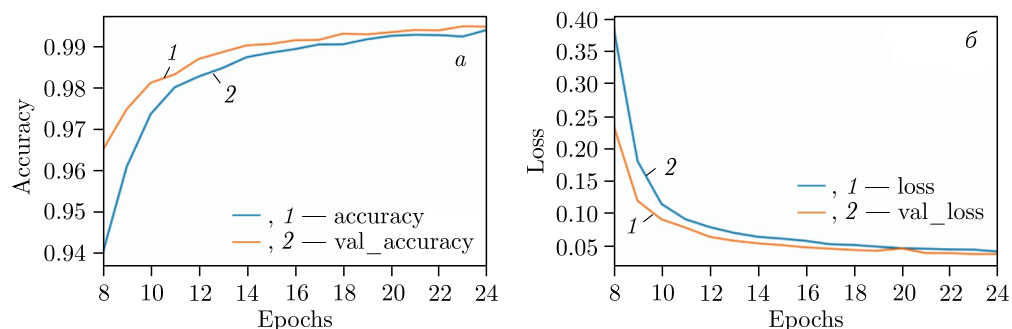


Рис. 10. Изменение ошибки на тренировочной и тестовой выборке (а). Изменение точности распознавания на тренировочной и тестовой выборке (б)

распознавания изображений тестовой выборки) находится выше синей (2) (точность распознавания изображений обучающей выборки).

После всех проведенных работ пришло время ответить на главный вопрос. Является ли «ядерная роза» случайной последовательностью рассеянных точек? Обработанное изображение (рис. 1, б) было подано на вход ИСНС. На выходе модель сети выдала вероятность нахождения на картинке ромбического меандра с вероятностью 99,9%, что говорит о правильности примененных методов по выявлению характеристик тонкой структуры, по проведению моделирования и обучения нейроклассификатора.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ПРИНЯТИЯ СЛУЧАЙНОГО НАБОРА ТОЧЕК ЗА ТОНКУЮ СТРУКТУРУ

Физиков закономерно интересует ситуация, когда случайная комбинация точек будет принята за ромбический меандр. Наиболее значимым индикатором этого события является его вероятность. Для подсчета этой вероятности на достаточно представительной статистике с использованием предложенного нами нейросетевого метода

следует внимательно рассмотреть детали его работы. После обучения нейроклассификатор на самом деле не ставит метку на тестируемом образце, из какого он класса, а выдает вероятности p_i того, к какому классу i принадлежит тот или иной образец, поданный на вход. В случае бинарной классификации, например, чтобы решить, к какому из двух классов отнести тестируемый образец, можно выбрать тот, у которого вероятность больше. Однако может оказаться так, что из-за зашумленности или плохого соответствия образцов проверяемым классам выходные вероятности, выдаваемые нейроклассификатором, окажутся настолько малыми, что ни один из классов не сможет быть признан подходящим для разумной классификации. Для учета таких случаев требуется установить некий порог, скажем $T = 75\%$, для максимальной из выходных вероятностей p_{\max} , чтобы при $p_{\max} > T$ отнести тестируемый образец к соответствующему классу. Выдаваемая нейросетью величина p_{\max} является случайной величиной, поскольку зависит от случайных свойств выбранного образца (например, случайного разброса зашумляющих точек). Таким образом, чтобы оценить точность, с которой вычисляется вероятность правильной классификации, необходимо повторить процесс нейроклассификации n раз и подсчитать число случаев m превышения порога величиной p_{\max} , соответствующей проверяемому классу. Такая процедура полностью укладывается в известную схему Бернулли с подсчетом числа успехов m в серии из n испытаний, приводящую к биномиальному распределению с параметрами (np', npq') , где p' — неизвестная вероятность принадлежности образца к своему классу, а $q' = 1 - p'$. Нас же интересует оценка вероятности p' при заданном пороге T , т. е. величина $p_T = m/n$, среднее и среднеквадратичное значение которой равны $\hat{p} = p'$ и $\sigma = \sqrt{p'q'/n}$ соответственно. Заменяя при большом n неизвестную p' на ее оценку p_T , мы получим отсюда $p_T = m/n$,

$$\sigma_T = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{m(n-m)}{n}}. \quad (4)$$

Выбор оптимального порога $T = 0,8$ для обеспечения максимального p_T был получен перебором значений $T = 0,65; 0,7 \dots 0,95$.

Для подсчета вероятности принять случайный набор точек за ромбический меандр был проведен вычислительный эксперимент, при котором случайный набор точек разыгрывался $n = 100\,000$ раз. Превышение порога T произошло в 17 случаях $m = p_{\max} > T = 17$. Таким образом, искомая вероятность пренебрежимо мала: $p_T = m/n = 0,00017$.

ВЛИЯНИЕ РАВНОМЕРНОГО ЗАШУМЛЕНИЯ ТОЧЕК, ФОРМИРУЮЩИХ МЕАНДР, НА ВЕРОЯТНОСТЬ ЕГО ПРАВИЛЬНОГО РАСПОЗНАВАНИЯ

Чтобы лучше понять полученную зависимость качества нейроклассификации от того, с каким из исходных образцов «розы» происходит зашумление, мы повторили числовой эксперимент по определению изменения вероятности правильной классификации при нарастании шума в три раза:

- 1) с оригинальным изображением «розы»;
- 2) с изображением «розы», сгенерированной моделью;

3) с изображениями, сгенерированными моделью, с изменением модельной генерации каждый раз в каждом из n опытов.

Каждый график получен путем проведения 1000 экспериментов методом Монте-Карло.

Для более наглядной демонстрации зависимости изменения вероятности правильной классификации при нарастании шума полученные точки, соответствующие значениям вероятностей при заданном процентном уровне зашумления, были проаппроксимированы подходящей кривой по методу наименьших квадратов. Вычислено значение χ_{\min}^2 хи-квадрата подгонки в минимуме, т. е. при наилучшем значении r параметров подгоняемой кривой, и величина среднеквадратичной ошибки подгонки $\sigma = \sqrt{\chi_{\min}^2 / (n - r)}$. Кроме графика с вероятностями и аппроксимирующей их кривой строился также график значений невязок подгонки с указанием коридора ошибок $\pm\sigma$, на который наносятся в виде вертикальных «усов» значения среднеквадратичной ошибки оценки σ_T вероятности по всей выборке из n экспериментов. Результаты представлены на рис. 11–13.

1. Оригинальная «роза». В качестве аппроксимирующей функции была выбрана трехпараметрическая зависимость $y = 1 / (1 + e^{(ax^c + b)})$. На рис. 11, а приведен результат подгонки МНК и указаны оптимальные значения полученных параметров, график невязок (отклонений значений вероятностей, вычисленных при указанных процентных значений зашумления, от аппроксимирующей кривой) приведен на рис. 11, б, где горизонтальные линии указывают коридор ошибок, а вертикальные «усы» — значения $\pm\sigma_T$, вычисленные по формуле (4).

Из графиков видно резкое падение вероятности обнаружения «розы», к 35%-му зашумлению вероятность практически равна нулю. Скорее всего, это связано с наличием на изображении оригинального ромбического меандра шумовых точек (примерно 10%), так как на сгенерированных «розах» нулевая вероятность не наблюдается.

2. «Роза», сгенерированная моделью. Из-за специфичности функции было решено применить к результатам моделирования кусочно-интервальную аппроксимацию. На отрезке $x = [0, 20]$ была выбрана линейная функция вида $y = 1 - a(x + b)$, а на отрезке $x = [20, 50]$ — степенная зависимость вида $y = 1 - a(x - b)^{2c}$. Результат МНК подгонки и оптимальные значения параметров с графиком невязок представлены на рис. 12.

Нейроклассификатор отлично справляется с идентификацией «розы» вплоть до 25% зашумления, после чего начинается плавный спад. Однако даже при 50% зашумления есть вероятность 55% обнаружить ромбический меандр на изображении.

Отличие кривых на рис. 11 и 12 показывает более устойчивый к зашумлению характер самой модели ромбического меандра по сравнению с его исходным экспериментальным изображением, что, на наш взгляд, говорит об обобщающих свойствах разработанной нами модели.

Поскольку случайность при генерации модели может, в принципе, проявиться дважды: при выборе конкретной случайной формы модельного меандра, который потом и будет испытываться на устойчивость к зашумлению, как это было в предыдущем разделе, но также сама модель может независимо случайно меняться в ходе каждого опыта нашего числового эксперимента — был проведен также дополнительный эксперимент с независимой случайной генерацией меандра в каждом из опытов.

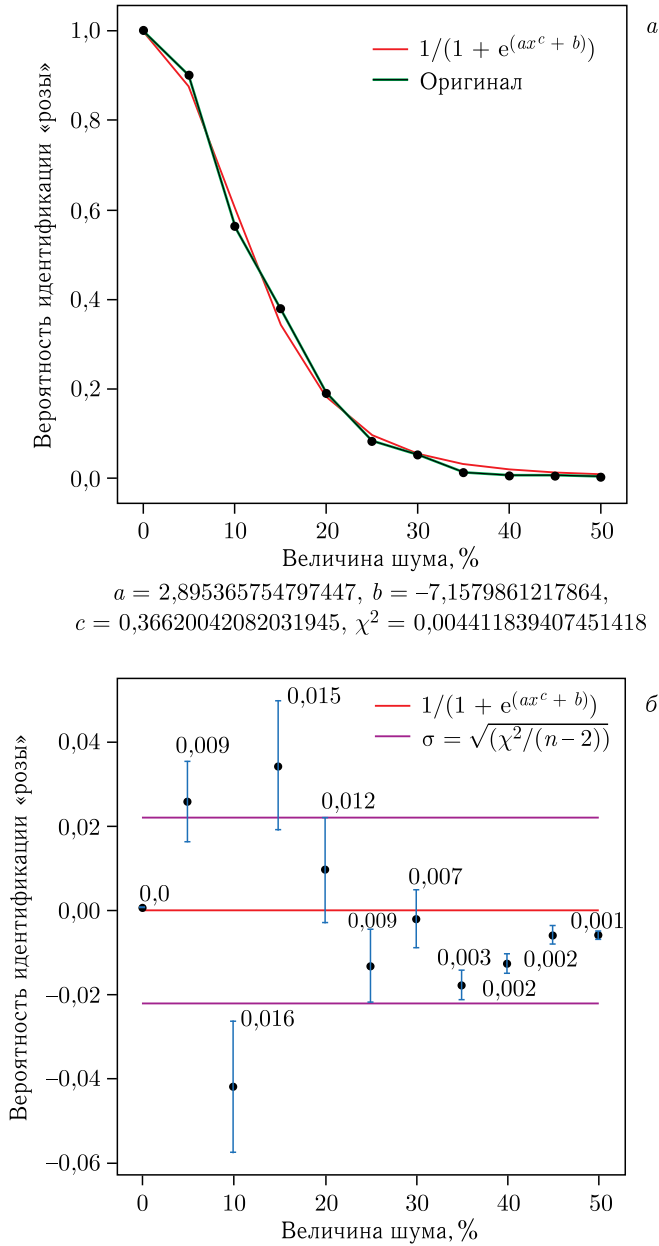
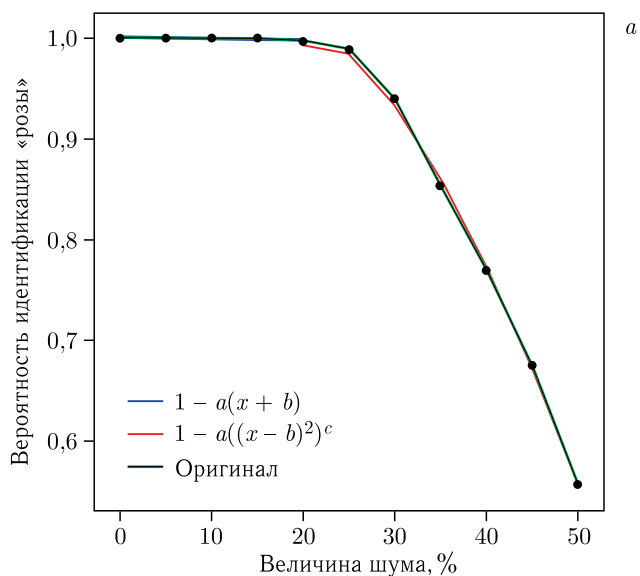


Рис. 11. Результат подгонки МНК (а) и график невязок при подгонке (б) (см. пояснения в тексте)

3. Генерация «розы» в каждом из n опытов. Та же трехпараметрическая функция вида $y = 1 - a(x - b)^{2c}$ была выбрана в качестве аппроксимирующей. Результат подгонки и оптимальные значения параметров с графиком невязки представлены на рис. 13.



$1 - a(x + b)$:
 $a = 0,00011999999997031467, b = -5,000024833272677$
 $1 - a((x - b)^2)^c$:
 $a = 0,0027498239001535873, b = 21,864034044722604,$
 $c = 0,7612552758699834, \chi^2 = 0,00017350919572585468$

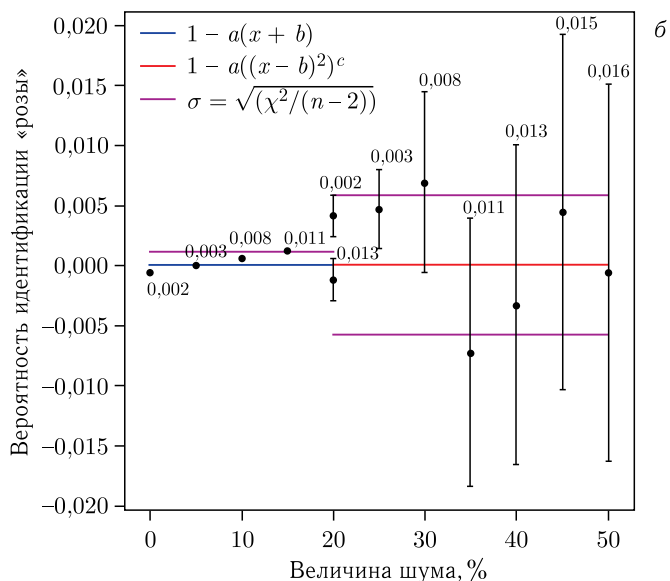


Рис. 12. Результат подгонки МНК (а) и график невязок при подгонке (б) (см. пояснения в тексте)

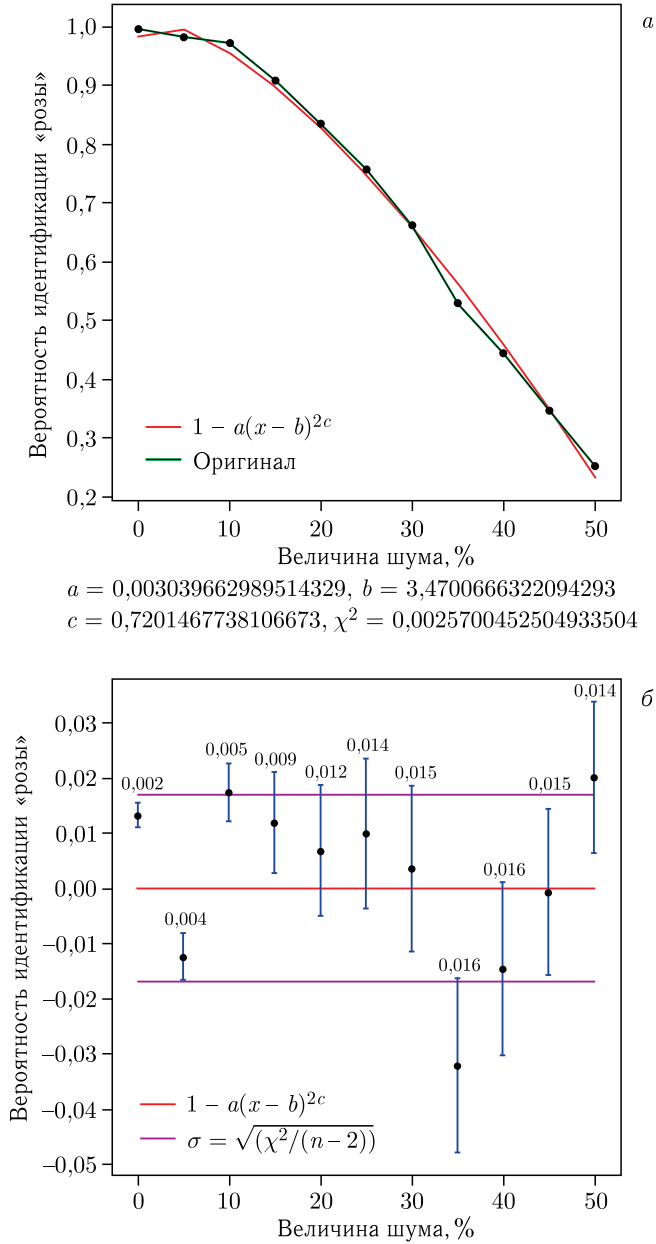
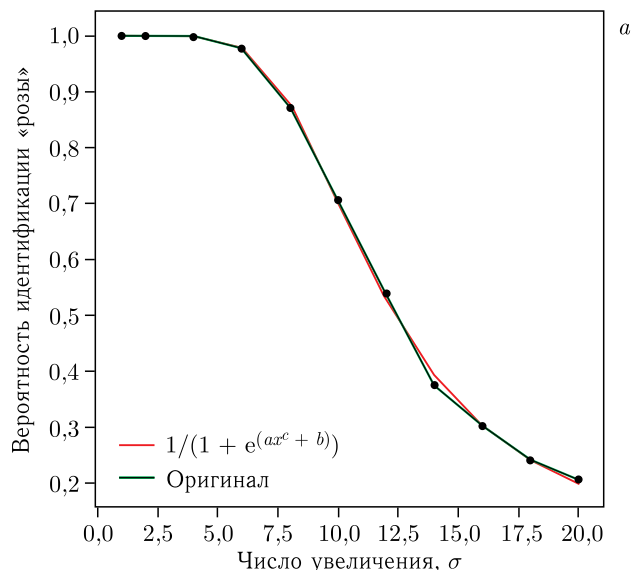


Рис. 13. Результат подгонки МНК (а) и график невязок при подгонке (б) (см. пояснения в тексте)

Как видно из графика на рис. 13, устойчивость к зашумлению модели меандра, учитывающей двойную случайность его генерации, несколько снизилась, но вероятность идентификации, близкая к единице, сохраняется при подмешивании к изображению 10–15 % шумовых точек.

ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА ТОЧЕК ВОКРУГ ПРЯМЫХ, ОБРАЗУЮЩИХ МЕАНДР, НА ВЕРОЯТНОСТЬ ЕГО ПРАВИЛЬНОГО РАСПОЗНАВАНИЯ

Разброс точек вокруг прямых, образующих ромбический меандр, был оценен по оригинальному экспериментальному изображению как $\sigma = 0,2$. Нетрудно предположить, что рост этого разброса может привести к такому искажению вида меандра,



$a = -45,18688229322136$, $b = 3,6644441684679863$
 $c = -0,9996177097440432$, $\chi^2 = 0,0005980674400050437$

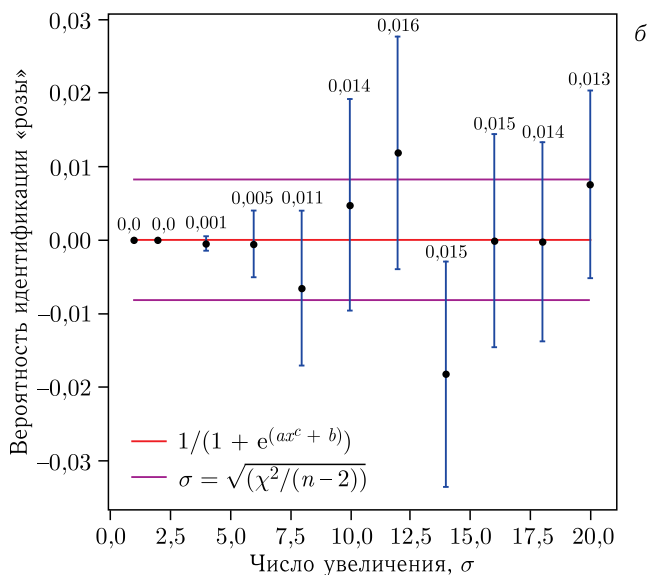


Рис. 14. Результат подгонки МНК (а) и график невязок при подгонке (б) (см. пояснения в тексте)

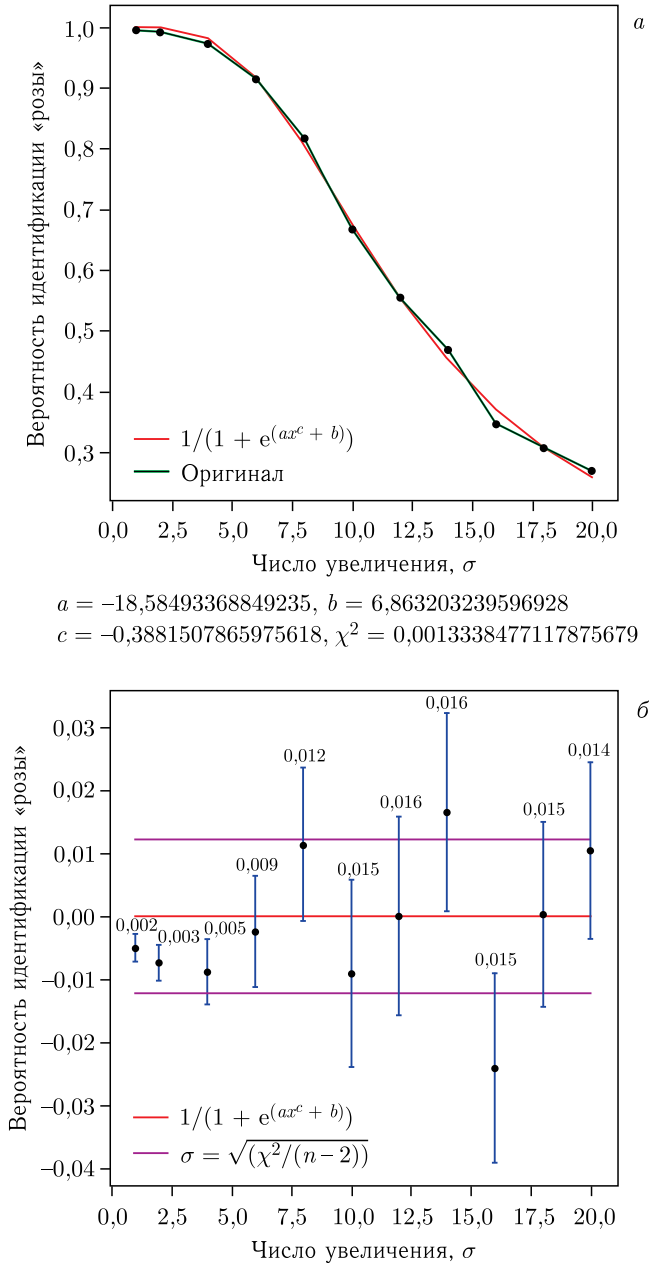


Рис. 15. Результат подгонки МНК (а) и график невязок при подгонке (б) (см. пояснения в тексте)

что нейроклассификатор идентифицирует его как набор случайных точек. Чтобы выяснить зависимость вероятности правильного распознавания меандра от величины среднеквадратичного разброса точек, его образующих, были выполнены вычислитель-

ные эксперименты по определению значений вероятности распознавания меандра при нарастающих величинах разброса точек σ с двумя вариантами генерации модельных «роз»: 1) при увеличении разброса для одной фиксированной модели и 2) при генерации новой модели при каждом из n опытов. Результаты представлены на рис. 14, 15.

«Роза», сгенерированная моделью. В качестве аппроксимирующей функции снова была выбрана трехпараметрическая зависимость $y = 1/(1 + e^{(ax^c+b)})$, как и в случае с оригинальным изображением «розы». Результат МНК-подгонки и оптимальные значения параметров с графиком невязок представлены на рис. 14.

Генерация «розы» в каждом из n опытов. Для трехпараметрической зависимости $y = 1/(1 + e^{(ax^c+b)})$ результат МНК-подгонки и оптимальные значения параметров, а также график невязок представлены на рис. 15.

График в этом случае практически идентичен случаю с экспериментами над одной сгенерированной моделью меандра (см. рис. 14). Можно сказать, что увеличение значения σ до 5 раз при генерации изображений меандра не оказывает сильного влияния на вероятность идентификации «розы». Скорее всего, это говорит о том, что важен не разброс точек, а сами линии и их расположение, которые они образуют на изображении. При сильном увеличении разброса размывается сама тонкая структура и, следовательно, идентификации не наблюдается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены различные методы машинного обучения для построения численных моделей проявлений кластеризации в редких многотельных распадах тяжелых ядер на примере исследования спонтанного деления калифорния.

На основе статистического анализа реализована числовая модель тонкой структуры и разработана программа-генератор как тонкой структуры, так и ее альтернативной стохастической модели.

Построена и обучена модель искусственной сверточной нейронной сети для решения задачи классификации. Полученные результаты тестирования нейроклассификатора доказывают статистическую обусловленность и достоверность предложенной модели тонкой структуры в виде ромбического меандра в корреляционных массовых распределениях осколков деления $^{252}\text{Cf}(s,f)$.

Разработанный нейроклассификатор позволяет идентифицировать ромбический меандр при «засеве» поля зрения равномерно распределенными «шумовыми» точками в количестве до 15% от числа точек в исходном изображении.

Ухудшение разрешения по массе до 5 раз не оказывает сильного влияния на вероятность идентификации структуры. Проведенные исследования показали эффективность использования искусственных нейронных сетей в исследуемой физической проблеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pyatkov Yu. V. et al. // Nucl. Phys. A. 1996. V. 611. P. 355–369.
2. Pyatkov Yu. V. et al. // Nucl. Phys. A. 1997. V. 624. P. 140.
3. Pyatkov Yu. V. et al. // Nucl. Instr. Meth. A. 2002. V. 488. P. 381.

4. *Pyatkov Yu. V. et al.* // Phys. At. Nucl. 2004. V. 67. P. 1726.
5. *Pyatkov Yu. V. et al.* // Pattern Recognition and Image Analysis. 2011. V. 21. P. 82–87.
6. *Pyatkov Yu. V. et al.* // Eur. Phys. J. A. 2012. V. 48. P. 94.
7. *Hough P. V. C.* A Method and Means for Recognizing Complex Patterns. 1962.
8. *Pyatkov Yu. V. et al.* // Proc. of the XXVI Intern. Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Xi'an, China, May 28 – June 1, 2018. P. 285–290.
9. *Wilkins B. D. et al.* // Phys. Rev. C. 1976. V. 14. P. 1832.
10. *Никитин В. А., Ососков Г. А.* Автоматизация измерений и обработки данных физического эксперимента: Моногр. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. 185 с.
11. *Дмитриевский С. Г., Ососков Г. А.* Математическое моделирование. Ч. 1: Учебно-метод. пособие. Дубна: Изд-во ун-та «Дубна», 2011. 86 с.
12. *Кадурич А., Архангельская Е., Николенко С.* Глубокое обучение. Погружение в мир нейронных сетей. СПб.: Питер, 2018. 480 с.
13. Understanding Categorical Cross-Entropy Loss, Binary Cross-Entropy Loss, Softmax Loss, Logistic Loss, Focal Loss and All Those Confusing Names.
https://gombu.github.io/2018/05/23/cross_entropy_loss/ (дата обновления 10.11.2019).
14. *Kingma D. P., Ba J.* Adam: A Method for Stochastic Optimization. arXiv:1412.6980[cs.LG].

Получено 24 декабря 2020 г.