

## ВЛИЯНИЕ ТРИАКСИАЛЬНОСТИ НА ОПИСАНИЕ СПЕКТРА НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗБУЖДЕНИЙ $^{96}\text{Zr}$

*Е. В. Мардыбан*<sup>а, б, 1</sup>, *Т. М. Шнейдман*<sup>а</sup>, *Е. А. Колганова*<sup>а, б</sup>,  
*Р. В. Джолос*<sup>а, б</sup>

<sup>а</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>б</sup> Государственный университет «Дубна», Дубна

Исследованы наблюдаемые свойства низколежащих коллективных состояний  $^{96}\text{Zr}$  в рамках геометрической коллективной модели. Применяется квадрупольно-коллективный гамильтониан Бора с потенциалом, имеющим сферический и аксиально-симметричный деформированные минимумы. Роль триаксиальности исследуется путем вращения потенциала в  $\gamma$ -степени свободы таким образом, чтобы деформированный минимум возникал при различных аксиально-асимметричных формах. Проанализировано изменение энергии возбуждения и приведенных матричных элементов квадрупольных переходов с увеличением триаксиальности.

In Quantum Field Theory, we discuss the main features of the (non-local) contour gauge which extends the local axial-type gauge used in most approaches. Based on the gluon geometry, we demonstrate that the contour gauge does not suffer from the residual gauge. We discuss the useful correspondence between the contour gauge conception and the Hamiltonian (Lagrangian) formalism. Having compared the local and non-local gauges, we again advocate the advantage of the contour gauge use.

PACS: 21.10.Re; 21.10.Ky; 21.60.Ev

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что постепенный переход от сферической формы к деформированной происходит в изотопических цепочках многих ядер. Примечательной особенностью ядерной структуры в ядрах с числом атомов  $A \approx 100$ , и в частности в изотопах  $\text{Zr}$ , является резкое изменение формы [1,2]. В предыдущих работах [3,4] было показано, что низкоэнергетическая структура  $^{96}\text{Zr}$  может быть удовлетворительно описана в рамках геометрической коллективной модели с использованием гамильтониана Бора. Зависимость потенциальной энергии от параметров квадрупольной деформации  $\beta$  и  $\gamma$  фиксировалась для наилучшего описания экспериментальных данных по энергиям возбуждения и приведенным вероятностям переходов  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$ ,  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$

---

<sup>1</sup>E-mail: mardyban@theor.jinr.ru

и  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ . Результирующий потенциал имеет два минимума — сферический и деформированный, разделенные барьером, что объясняет сосуществование форм, обнаруженных в этом ядре [5, 6]. В [3, 4] предполагалось, что деформированный минимум имеет аксиальную симметрию. Однако интересно выяснить, в какой степени предположение об аксиальной симметрии важно для воспроизведения экспериментальных данных по  $^{96}\text{Zr}$ .

### 1. МОДЕЛЬ

В соответствии с соображениями, изложенными в [3], модельный гамильтониан имеет вид

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B_0} \left( \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \sum_{k=1}^3 \frac{\hat{J}_k^2}{4b_{\text{rot}}\beta^2 \sin\left(\gamma - \frac{2\pi k}{3}\right)} \right) + V(\beta, \gamma), \quad (1)$$

где

$$b_{\text{rot}} = \begin{cases} 1, & \text{если } \beta \leq \beta_m, \\ b_{\text{def}} < 1, & \text{если } \beta > \beta_m. \end{cases} \quad (2)$$

Значение  $b_{\text{rot}}$  получается путем подгонки энергии нижайшего состояния  $2^+$ , локализованного в деформированном минимуме, т. е. состояния  $2_2^+$ . Переход от сферического к деформированному значению  $b_{\text{rot}}$  происходит при  $\beta = \beta_m$ , где  $\beta_m$  выбирается в окрестности максимума барьера, разделяющего сферическую и деформированную потенциальные ямы. Наши расчеты показывают, что точное значение  $\beta_m$  не влияет на результаты расчета.

Собственные функции гамильтониана (1) получаются как разложение в ряд

$$\Psi_{nIM} = \sum_i c_i^n R_i(\beta) \Upsilon_i^{IM}(\gamma, \Omega), \quad (3)$$

где  $\Upsilon_{n\gamma}^{IM}$  — сферическая гармоника  $SO(5) \supset SO(3)$ , а  $R_{n\beta}$  — собственные функции гамильтониана пятимерного гармонического осциллятора. Построение  $\Upsilon_i^{IM}(\gamma, \Omega)$  описано в [7, 8]. В уравнении (3) угловой момент и его проекция на лабораторную ось обозначены как  $I$  и  $M$  соответственно.

С использованием полученных волновых функций рассчитаны приведенные матричные элементы электрического квадрупольного перехода. Коллективный квадрупольный оператор принимается в стандартном виде:

$$Q_{2\mu}^{\text{coll}} = \frac{3Ze}{4\pi} R_0^2 \left( \beta \cos \gamma D_{\mu 0}^2(\Omega) + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma (D_{\mu 2}^2(\Omega) + D_{\mu -2}^2(\Omega)) \right), \quad (4)$$

где  $R_0$  — радиус эквивалентного сферического ядра, а  $Z$  — зарядовое число ядра.

## 2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

В работе [3] потенциальная энергия  $V(\beta, \gamma)$  выбиралась в виде

$$V(\beta, \gamma) = U(\beta) + C_\gamma \beta^3 (1 - \cos 3\gamma), \quad (5)$$

чтобы деформированный минимум возникал при  $\gamma = 0$ . Этот вид потенциальной энергии обеспечивает слабую  $\gamma$ -зависимость при малых  $\beta$  за счет фактора  $\beta^3$ . Значение потенциальной энергии  $U(\beta)$  при  $\gamma = 0$  и параметр  $C_\gamma$ , определяющий жесткость потенциала относительно  $\gamma$  в деформированном минимуме, выбраны так, чтобы воспроизвести экспериментальные данные. В конечном итоге  $C_\gamma$  было зафиксировано на уровне 50 МэВ, чтобы воспроизвести разумное значение частоты  $\gamma$ -колебаний, близкое к 1,5 МэВ. Деформация во втором минимуме была принята равной  $\beta = 0,24$  в соответствии с экспериментальным значением  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_2^+)$ .

Для того чтобы исследовать, как меняется описание экспериментальных данных при смещении деформируемого минимума в область неаксиальной деформации, вычисляется спектр и вероятности переходов с потенциалом

$$\tilde{V}(\beta, \gamma) = U(\beta) + C_\gamma \beta^3 (1 - \cos(3[\gamma - \gamma_0])), \quad (6)$$

который получается поворотом потенциала  $V(\beta, \gamma)$  на угол  $\gamma_0$ . Поскольку предполагается, что моменты инерции не зависят от деформации, гамильтониан (1) симметричен

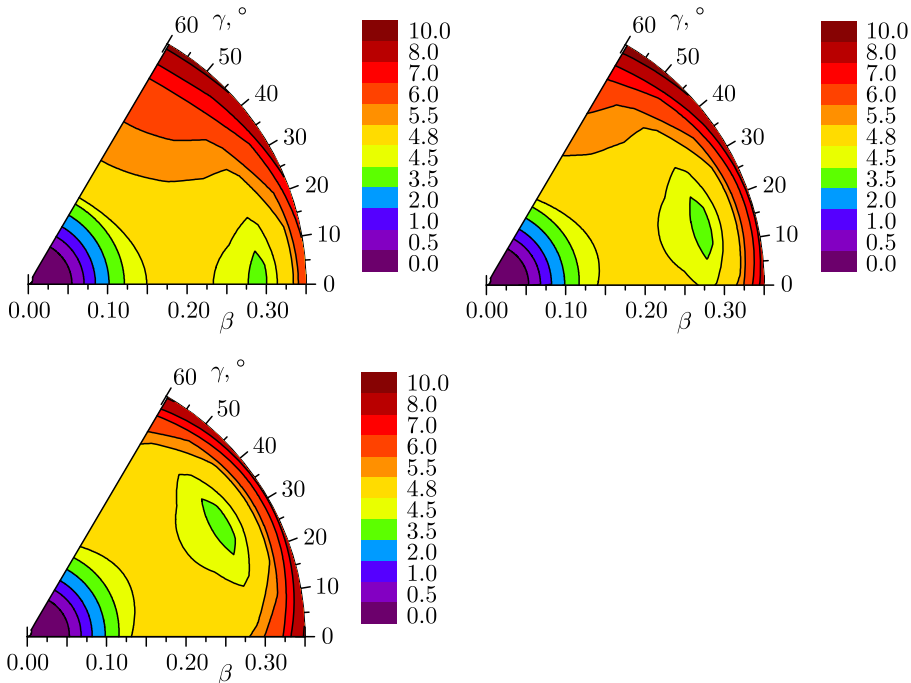


Рис. 1. Потенциальная энергия  $V(\beta, \gamma)$  с деформированным минимумом при  $\gamma = 0, 15$  и  $30^\circ$  соответственно

относительно замены  $\gamma_0$  на  $\pi/3 - \gamma_0$ , где  $0 \leq \gamma_0 \leq \pi/6$ . В частности, случаи вытянутой ( $\gamma_0 = 0^\circ$ ) и сплюсненной ( $\gamma_0 = 60^\circ$ ) деформаций эквивалентны. Таким образом, достаточно диагонализировать гамильтониан (1) с потенциальной энергией  $\tilde{V}(\beta, \gamma)$  только при  $0 \leq \gamma_0 \leq \pi/6$ . В качестве примера на рис. 1 показаны поверхности потенциальной энергии с деформированным минимумом при  $\gamma = 0, 15$  и  $30^\circ$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 показаны зависимости приведенных вероятностей некоторых электромагнитных переходов от угла поворота  $\gamma_0$ . Видно, что за немногими исключениями  $B(E2)$  слабо зависят от триаксиальности потенциала. Для переходов между состояниями, локализованными в сферической яме, такое поведение можно объяснить тем, что область потенциала, близкая к  $\beta = 0$ , при вращении практически не меняется. Действительно, на рис. 3 показаны веса различных  $K$ -компонент волновых функций возбужденных состояний. Видно, что структура состояний  $2_1^+$  и  $4_1^+$  почти не зависит от  $\gamma_0$ . Точно так же плавно изменяются энергии этих уровней (см. таблицу).

Для переходов между состояниями, находящимися в деформируемой яме, и состояниями, принадлежащими разным областям деформации, ситуация более сложная.

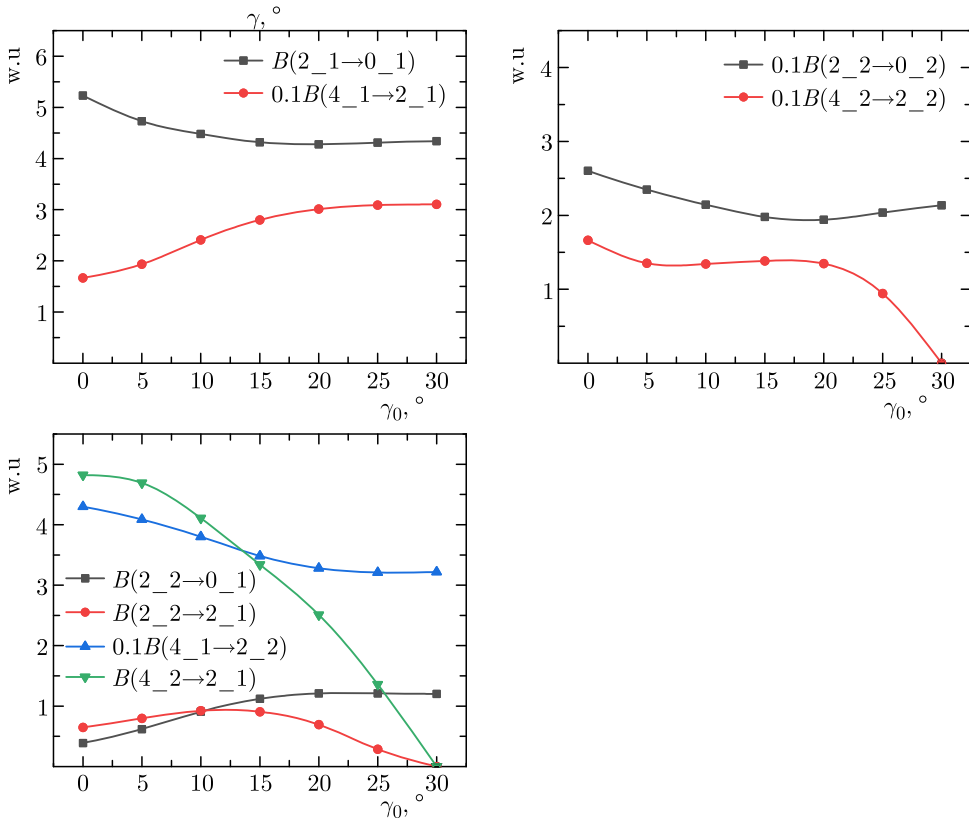
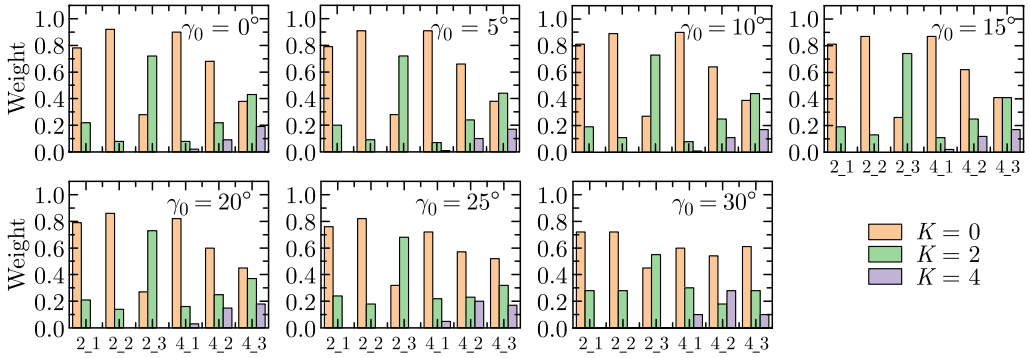


Рис. 2. Зависимость некоторых приведенных переходных вероятностей от угла поворота  $\gamma_0$

Рис. 3. Зависимость весов компонент волновых функций от угла поворота  $\gamma_0$ 

Расчетные значения уровней энергии в зависимости от угла поворота  $\gamma_0$ . Экспериментальные данные взяты из [9]

Уровень энергии	$\gamma_0, ^\circ$							Exp.
	0	5	10	15	20	25	30	
$E(0_2^+)$	1,58	1,38	1,30	1,24	1,20	1,17	1,17	1,58
$E(0_3^+)$	2,44	2,22	2,15	2,12	2,11	2,12	2,14	2,70
$E(2_1^+)$	1,72	1,59	1,56	1,54	1,52	1,51	1,51	1,75
$E(2_2^+)$	2,24	2,00	1,93	1,90	1,89	1,90	1,91	2,23
$E(2_3^+)$	2,97	2,69	2,56	2,43	2,30	2,21	2,18	2,67
$E(3_1^+)$	4,21	3,76	3,56	3,39	3,26	3,18	3,15	2,44
$E(4_1^+)$	2,98	2,69	2,60	2,55	2,53	2,53	2,53	2,86
$E(4_2^+)$	3,45	3,20	3,16	3,14	3,13	3,13	3,14	3,08
$E(4_3^+)$	4,17	3,76	3,59	3,44	3,31	3,22	3,18	3,18

На рис. 2 можно увидеть исключительное поведение переходов из возбужденного состояния  $4_2^+$ , а именно  $B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  и  $B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)$ .

Наблюдается, что сила этих переходов уменьшается почти до нуля, когда  $\gamma_0$  приближается к  $30^\circ$ . Анализируя структуру волновой функции состояния  $4_2^+$ , можно увидеть, что при  $\gamma_0 \geq 15^\circ$  компонента волновой функции с  $K = 4$  начинает быстро расти. Таким образом, вклад первого члена квадрупольного оператора (4), связывающего компоненты с  $\Delta K = 0$ , уменьшается, а вклад (имеющий другой знак) второго члена  $Q_{2\mu}^{\text{coll}}$  ( $\Delta K = 2$ ) увеличивается.

Интересное поведение демонстрирует вероятность перехода между состояниями  $2_2^+$ :  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ . Видно, что этот матричный элемент уменьшается до нуля с увеличением  $\gamma_0$ . Опять же, это можно объяснить тем, что из-за увеличения  $K = 2$  компонент соответствующих волновых функций  $\Delta K = 2$  часть оператора  $Q_{2\mu}^{\text{coll}}$  стремится скомпенсировать  $\Delta K = 0$  часть. Экспериментальное значение  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) = 2,8$  w.u. Поэтому для правильного описания этой вероятности можно предположить лишь небольшую степень триаксиальности потенциальной энергии.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние неаксиальности на описание экспериментальных данных по  $^{96}\text{Zr}$ . В частности, анализируется зависимость энергетических уровней и приведенных вероятностей квадрупольных переходов от угла поворота потенциальной поверхности. Основную роль в поведении вероятностей квадрупольных переходов играют относительные веса компонент с различной величиной проекции  $K$  углового момента на ось симметрии. С увеличением угла поворота возрастает влияние компоненты с  $K \neq 0$ . Этот эффект приводит к уменьшению вероятностей перехода между состояниями, связанными с различными деформациями. Таким образом, можно сделать вывод, что для описания экспериментальных данных по сосуществованию форм в  $^{96}\text{Zr}$  деформированный минимум потенциальной энергии должен быть аксиально-симметричным или иметь лишь небольшую степень триаксиальности. Этот результат подтверждает предположения из наших предыдущих работ [3, 4].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cheifetz E., Jared R. C., Thompson S. G., Wilhelmy J. B.* // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 38.
2. *Federman P., Pittel S.* // Phys. Rev. C. 1979. V. 20. P. 820.
3. *Mardyban E. V., Kolganova E. A., Shneidman T. M., Jolos R. V., Pietralla N.* // Phys. Rev. C. 2020. V. 102. P. 034308.
4. *Sazonov D. A., Kolganova E. A., Shneidman T. M., Jolos R. V., Pietralla N., Witt W.* // Phys. Rev. C. 2019. V. 99. P. 031304(R).
5. *Heyde K., Wood J. L.* // Rev. Mod. Phys. 2011. V. 83. P. 1467.
6. *Garcia-Ramos J. E., Heyde K.* // Phys. Rev. C. 2019. V. 43. P. 044315.
7. *Rowe D. J., Turner P. S., Repka J.* // J. Math. Phys. 2004. V. 45. P. 2761.
8. *Bes D. R.* // Nucl. Phys. 1959. V. 10. P. 373.
9. <https://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>

Получено 26 января 2022 г.