

# ДИЛАТОННАЯ ГРАВИТАЦИЯ БЕЗ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО ПАРАДОКСА

*М. Д. Фиткевич*<sup>1</sup>

Институт ядерных исследований РАН, Москва

Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

Рассматривается модель дилатонной гравитации с регулярными черными дырами в качестве решений. Описываются их свойства, включая термодинамические и связанные с эффектами испарения. Высказывается гипотеза о пути разрешения информационного парадокса, и предлагается способ ее проверки.

A model of dilaton gravity with non-singular black holes as solutions is considered. Its properties are described, including thermodynamic ones and those related to effects of evaporation. A conjecture is made about resolving the information paradox, and a method for its test is proposed.

PACS: 44.25.+f; 44.90.+c

## ВВЕДЕНИЕ

В физике черных дыр информационным парадоксом называется видимое нарушение унитарности, следующее из наивного квазиклассического описания процесса испарения [1]. Отличие от рассеяния в унитарной квантовой теории поля заключается в наличии горизонта событий у решений, на фоне которых квантуются поля. Горизонт отсекает оказавшуюся в черной дыре часть излучения от остального мира. Согласно вычислению Хокинга снаружи остается только термальное излучение, которое никак не скоррелировано с исчезнувшей материей. На языке квантовой механики это означает превращение чистого состояния в смешанное после конца испарения, что запрещается постулатом унитарной эволюции.

В дальнейшем этот вопрос прорабатывался в голографическом подходе, а именно с применением соответствия АдС/КфТП в теории струн. Был сделан вывод, что унитарность каким-то образом должна сохраняться, но возникли новые проблемы, например наличие фэйрвола, в связи с необходимостью выбора между отказом от унитарности либо от принципа эквивалентности для наблюдателей, пересекающих горизонт событий.

---

<sup>1</sup>E-mail: fitkevich@phystech.edu

Изначальной целью нашей работы являлось динамическое описание, позволяющее определить S-матрицу для процесса квантово-гравитационного рассеяния с черной дырой в качестве промежуточного состояния. Для этого требуется максимально упростить задачу. Лучшим кандидатом является перенормируемая (1+1)-мерная дилатонная гравитация. Поскольку проблема потери информации связана с наличием горизонта событий, но не напрямую с сингулярностью, от последней имеет смысл избавиться. Классические решения в таких моделях будут аналогичны черным дырам Бардина или дырам с деситтеровским центром в моделях с ограничением кривизны  $R_{\mu\nu\rho\sigma}^2 < \Lambda^2$  [2].

### НЕСИНГУЛЯРНАЯ МОДЕЛЬ

Мы рассматриваем действие

$$S = -2 \int d^2x \sqrt{-g} \text{sh}(2\phi) (R + 4(\nabla\phi)^2 + 4\lambda^2) + S^m, \quad (1)$$

описывающее взаимодействие метрики, поля дилатона  $\phi$  и некоторого поля материи (для простоты всегда берется безмассовое скалярное поле).

Решением полевых уравнений без материи будет

$$\phi = -\lambda r, \quad ds^2 = -f(r) dt^2 + f(r)^{-1} dr^2, \quad (2)$$

где функция

$$f(r) = 1 - \frac{M}{4\lambda \text{ch}(2\lambda r)}. \quad (3)$$

В зависимости от вида функции  $f(r)$  существуют три ситуации (рис. 1). Если  $M < M_{\text{ext}} = 4\lambda$ , то это дает топологически тривиальное пространство без горизонтов. При  $M \geq M_{\text{ext}}$  возникают горизонты событий, а решение описывает черную

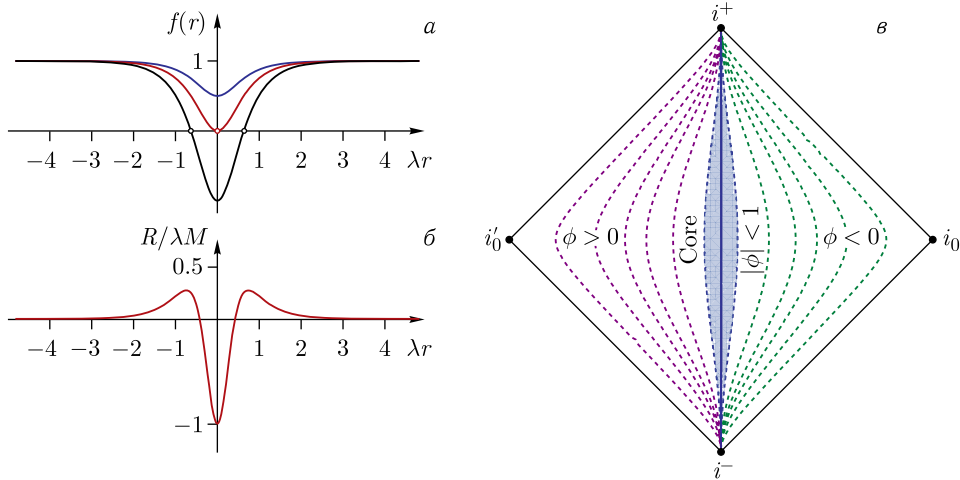


Рис. 1. а) Функция  $f(r)$  для решений с  $M < M_{\text{ext}}$ ,  $M = M_{\text{ext}}$  и  $M > M_{\text{ext}}$ . б) Скаляр Риччи. в) Диаграмма Пенроуза для решения с  $M < 4\lambda$ , аналогичного пространству Минковского

дыру (рис. 2). Равенство  $M = M_{\text{ext}}$  соответствует экстремальному случаю. Скаляр Риччи  $R = -\partial_r^2 f(r)$  во всех трех случаях конечен, и пространство-время всюду регулярно. Чернотырное решение состоит из бесконечной башни вечных черных дыр, соединенных через внутренние области, и устроено аналогично решению Рейснера-Нордстрема в эйнштейновской гравитации.

Сделав в (2) поворот Вика, мы переходим к евклидову решению

$$ds_E^2 = f(r)dt_E^2 + \frac{dr^2}{f(r)}, \quad 0 \leq t_E < T_H^{-1} = \frac{4\pi}{f'(r_h)}, \quad (4)$$

при условии, что отсутствует коническая сингулярность при  $r = r_h$ . Обратный период соответствует температуре Хокинга, и для модели (1) получаем

$$T_H = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{M_{\text{ext}}^2}{M^2}}, \quad (5)$$

стремящуюся к постоянному значению  $\lambda/2\pi$  при больших  $M$  и обращающуюся в ноль при  $M = M_{\text{ext}}$ . Последнее свидетельствует об образовании остатка в конце испарения.

Из (1+1)-мерного закона Стефана-Больцмана  $dM/dt = (-\pi/12)T_H^2(M)$  получаем закон убывания массы черной дыры

$$M(t) + \frac{M_{\text{ext}}}{2} \log \left( \frac{M(t) - M_{\text{ext}}}{M(t) + M_{\text{ext}}} \right) = M_0 - \frac{\lambda^2 t}{48\pi}, \quad (6)$$

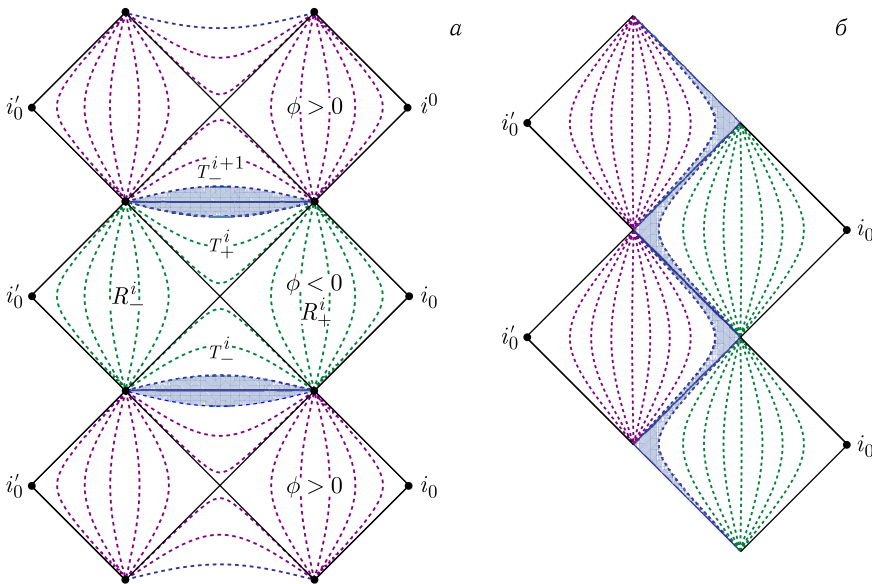


Рис. 2. Диаграммы Пенроуза для черной дыры с  $M > M_{\text{ext}}$  (а) и экстремальной черной дыры  $M = M_{\text{ext}}$  (б)

при начальном значении  $M_0 \gg M_{\text{ext}}$  (рис. 3). Асимптотически на больших временах

$$M \simeq M_{\text{ext}} \left( 1 + \exp \left( -\frac{\lambda^2 t}{24\pi M_{\text{ext}}} \right) \right). \quad (7)$$

Заметим, что при образующемся остатке информационный парадокс не снимается автоматически, так как остаток может продолжать поглощать волновые пакеты в произвольном объеме, превращая их в термальное излучение, что нарушает утверждение о связи бекенштейновской энтропии с числом внутренних состояний черной дыры [3].

Поскольку поток излучения Хокинга в действительности флуктуирует, это может разрушить остаток. Таким образом, финальное состояние оказывается метастабильным. Из теории флуктуаций получается термальная оценка для массы распадающегося остатка  $M = M_{\text{ext}} + O(\lambda^2/M_{\text{ext}})$  и его характерного времени жизни  $\tau \simeq 48\pi \ln(M_{\text{ext}}/\lambda) M_{\text{ext}}/\lambda^2$ . При этом горизонт событий оказывается не глобальным, а динамическим, что открывает путь выхода для материи, упавшей в черную дыру на стадии коллапса. Пространство-время оказывается топологически тривиальным, и информационный парадокс может разрешиться в такой картине (рис. 4).

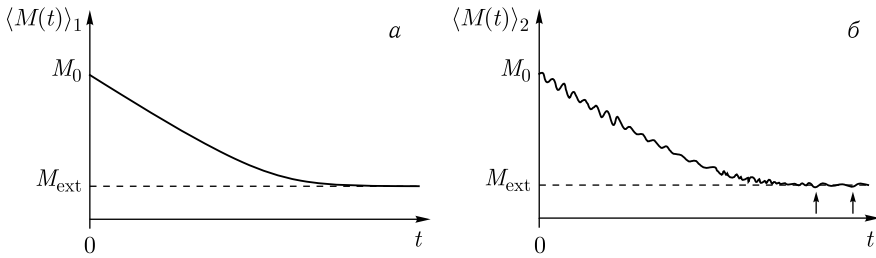


Рис. 3. а) Зависимость массы черной дыры от времени в адиабатическом приближении (6). б) Кривая для случая включения флуктуаций потока излучения Хокинга, приводящего к распаду остатка на асимптотической стадии испарения

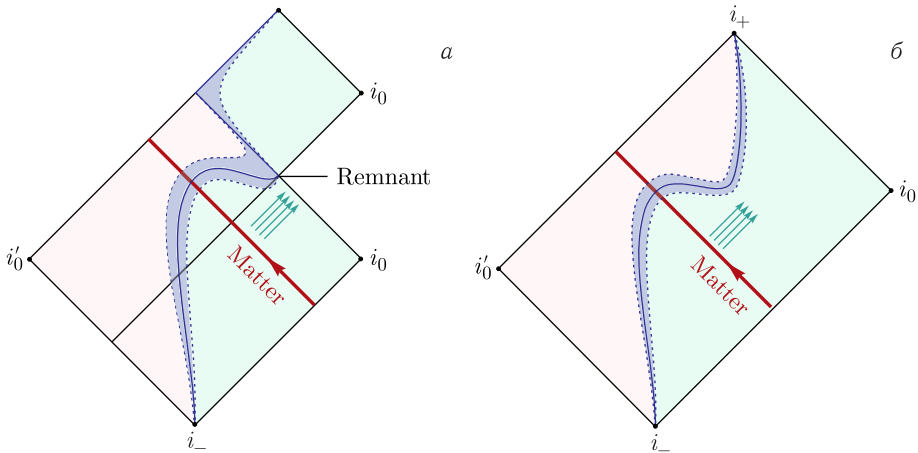


Рис. 4. а) Диаграмма Пенроуза для испарения черной дыры в соответствии с уравнением (6). б) Решение с метастабильным остатком

## S-МАТРИЦА

Главной целью является вычисление S-матрицы для гравитационного рассеяния:

$$\langle \Psi_{\text{out}} | \hat{S} | \Psi_{\text{in}} \rangle = \int \mathcal{D}\Phi \Psi_{\text{out}}^* \Psi_{\text{in}} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S[\Phi] \right\}, \quad (8)$$

где  $\Phi = \{g_{\mu\nu}, \phi, f\}$  обозначает все поля в модели. В квазиклассическом приближении основной вклад в амплитуду определяется через седловые решения с плоскими асимптотиками, соответствующими состояниям поля материи в начале и в конце. В случае подкритического рассеяния седловые решения определяются тривиальным образом через уравнения движения  $(\delta/\delta\Phi)S = 0$ . В случае, когда энергия достаточна для образования черной дыры, необходимо сделать аналитическое продолжение для поиска правильного седлового решения, которое в общем случае будет комплексным, с целью обхода сингулярностей. В данной постановке задача становится похожей на туннелирование через сфалерон в обычной квантовой механике [4].

В модели (1) необходимое седловое решение должно включать развал остатка. Последнее можно организовать при помощи состояний с отрицательной плотностью энергии  $\langle \Psi | \hat{T}_{\mu\nu}(x) | \Psi^* \rangle < 0$ , которые существуют уже в обычной квантовой теории поля на плоском фоне [5].

S-матричные элементы вычисляются в формализме когерентных состояний [6]

$$\langle b_k | \hat{S} | a_k \rangle = \int dc_k^* dc_k \exp \left( - \int dk c_k^* c_k \right) \langle b_k | \hat{S}_{\text{reg}} | c_k \rangle \langle c_k | a_k \rangle \approx e^{iS[c_k]} e^{-\Gamma[c_k]}, \quad (9)$$

где мы ввели регуляризованную S-матрицу, действующую на подпространстве состояний  $c_k$ , разваливающих остаток. Седловое решение

$$i \frac{\delta S}{\delta c_k} = \frac{\delta \Gamma}{\delta c_k} \quad (10)$$

даст конечное время жизни за счет борьбы между двумя факторами: неравенством по типу соотношения неопределенностей для потока отрицательной энергии, стремящимся увеличить длительность распада, и скалярным произведением между начальным состоянием  $a_k$  и вызывающим распад  $c_k$ , приводящим к уменьшению времени жизни остатка.

После вычисления S-матричных элементов остается выяснить, сохраняется ли унитарность. Для этого можно проверить выполнение равенства

$$\int dc_k^* dc_k \exp \left( - \int dk c_k^* c_k \right) \langle b_k | \hat{S}^\dagger | c_k \rangle \langle c_k | \hat{S} | a_k \rangle = \langle b_k | a_k \rangle, \quad (11)$$

что тривиально в обычной квантовой теории поля.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Двумерные модели дилатонной гравитации крайне удобны в качестве тестовых площадок для проверки гипотез относительно решения информационного парадокса. Мы предложили модель с регулярными черными дырами и изучили их свойства.

В частности, было показано, что в конце испарения образуется остаток. Из-за квантовых флуктуаций конечное состояние оказывается метастабильным и разваливается, приводя к геометрии без горизонтов событий, что может разрешить информационный парадокс в данной модели. Предложен метод вычисления S-элементов в данной модели для явной проверки унитарности испарения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Harlow D.* Jerusalem Lectures on Black Holes and Quantum Information // *Rev. Mod. Phys.* 2016. V. 88. P. 15002; arXiv:1409.1231 [hep-th].
2. *Frolov V. P.* Limiting Curvature Models of Gravity // *Nuovo Cim. C.* 2022. V. 45, No. 2. P. 38; arXiv:2111.14318 [gr-qc].
3. *Chen P., Ong Y. C., Yeom D. H.* Black Hole Remnants and the Information Loss Paradox // *Phys. Rep.* 2015. V. 603. P. 1–45; arXiv:1412.8366 [gr-qc].
4. *Levkov D. G., Panin A. G., Sibiryakov S. M.* Complex Trajectories in Chaotic Dynamical Tunneling // *Phys. Rev. E.* 2007. V. 76. 046209; arXiv:nlin/0701063 [nlin.CD].
5. *Fulling S. A., Davies P. C. W.* Radiation from a Moving Mirror in Two-Dimensional Space-Time: Conformal Anomaly // *Proc. Roy. Soc. London A.* 1976. V. 348. P. 393–414.
6. *Tinyakov P. G.* Instanton-Like Transitions in High Energy Collisions // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 1993. V. 8. P. 1823–1886.

Получено 27 октября 2022 г.