

РЕДЖЕВСКИЕ РАЗРЕЗЫ В КХД

*В. С. Фадин*¹

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

В области больших энергий и ограниченных поперечных импульсов амплитуды процессов КХД в главном логарифмическом приближении определяются реджевским полюсом с квантовыми числами глюона и отрицательной сигнатурой. Это свойство, называемое реджезацией глюона, чрезвычайно важно для теоретического описания высокоэнергетических процессов в КХД. В частности, оно лежит в основе вывода уравнения Балицкого–Фадына–Кураева–Липатова (БФКЛ). Полюсная реджевская форма сохраняется и в следующем за главным логарифмическом приближении. Однако в высших приближениях эта форма нарушается. Естественно считать, что нарушается она вкладами реджевских разрезов. Обсуждается структура этих разрезов и ее отличие от структуры разрезов в старой (до появления КХД) теории комплексных угловых моментов.

At high energies and limited transverse momenta, the amplitudes of QCD processes in the leading logarithmic approximation are determined by the Regge pole with gluon quantum numbers and a negative signature. This property, called gluon reggeization, is extremely important for the theoretical description of high-energy processes in QCD. In particular, it underlies the derivation of the BFKL (Balitsky–Fadin–Kuraev–Lipatov) equation. The pole Regge form is also preserved in the next-to-leading logarithmic approximation. However, this form is violated in higher approximations. It is natural to assume that it is violated by the contributions of the Regge cuts. The structure of these cuts and its difference from the structure of cuts in the old (before QCD) theory of complex angular momenta are discussed.

PACS: 12.38.–t; 12.40.Nn

ВВЕДЕНИЕ

КХД можно назвать уникальной теорией благодаря реджезации всех ее элементарных частиц — кварков и глюонов — в теории возмущений. Это замечательное свойство чрезвычайно важно и широко используется для теоретического описания высокоэнергетических процессов. Особенно важна реджезация глюона, поскольку глюонные обмены в кросс-каналах обеспечивают неубывающие с энергией сечения. В частности, реджезация глюона лежит в основе вывода уравнения Балицкого–Фадына–Кураева–Липатова (БФКЛ). В первоначальном варианте это уравнение было получено [1–3] в неабелевых теориях со спонтанно нарушенной симметрией, в которых калибровочные бозоны приобретают массу, обеспечивающую отсутствие инфракрасных сингулярностей. Впоследствии применимость этого уравнения была показана [4] в КХД с безмассовыми калибровочными бозонами — глюонами.

¹E-mail: fadin@inp.nsk.su

Для процессов упругого рассеяния $A + B \rightarrow A' + B'$ реджезация означает, что в кинематической области $s \simeq \simeq -u \rightarrow \infty$, t фиксировано (т.е. не растет с s), $s = = (p_A + p_B)^2$, $u = (p_A - p_{B'})^2$, $t = (p_A - p_{A'})^2$, амплитуды рассеяния с квантовыми числами глюонов в t -канале и отрицательной сигнатурой (симметрией относительно $s \leftrightarrow u$) изображены на рис. 1 и записываются как

$$\mathcal{A}_{AB}^{A'B'} = \Gamma_{A'A}^c \left[\left(\frac{-s}{-t} \right)^{j(t)} - \left(\frac{s}{-t} \right)^{j(t)} \right] \Gamma_{B'B}^c, \quad (1)$$

где $\Gamma_{P'P}^c$ — вершины частица-частица-реджеон или вершины рассеяния; c — цветовой индекс реджезованного глюона; $j(t) = 1 + \omega(t)$ — его траектория. Реджезация означает также факторизованный вид неупругих амплитуд в мультiredжевской кинематике (МРК). В МРК все частицы в конечном состоянии имеют ограниченные (не растущие с s) поперечные импульсы и объединены в струи с фиксированной инвариантной массой каждой струи и большими (растущими с s) инвариантными массами любой пары струй. Эта кинематика дает главный вклад в сечения процессов КХД при высоких энергиях \sqrt{s} . В главном логарифмическом приближении (ГЛП) в каждой струе может быть только один глюон, в следующем за ним (СГЛП) необходимо учитывать рождение кварк-антикварковых ($Q\bar{Q}$) и двухглюонных (GG) струй.

Амплитуды рождения n струй J_i с импульсами k_i представлены на рис. 2 и их реальные части имеют простую факторизованную форму

$$\Re \mathcal{A}_{AB}^{\bar{A}\bar{B}+n} = 2s \Gamma_{\bar{A}\bar{A}}^{c_1} \left(\prod_{i=1}^n \gamma_{c_i c_{i+1}}^{J_i}(q_i, q_{i+1}) \left(\frac{s_i}{s_0} \right)^{\omega(t_i)} \frac{1}{t_i} \right) \frac{1}{t_{n+1}} \left(\frac{s_{n+1}}{s_0} \right)^{\omega(t_{n+1})} \Gamma_{\bar{B}\bar{B}}^{c_{n+1}}. \quad (2)$$

Здесь $\gamma_{c_i c_{i+1}}^{J_i}(q_i, q_{i+1})$ — вершины рождения струй J_i .

Полюсные реджевские формы (1) и (2) справедливы для амплитуд с глюонными квантовыми числами в кросс-каналах и отрицательной сигнатурой как в ГЛП [5],

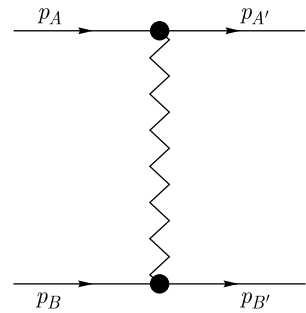


Рис. 1. Схематическое представление амплитуд упругого рассеяния

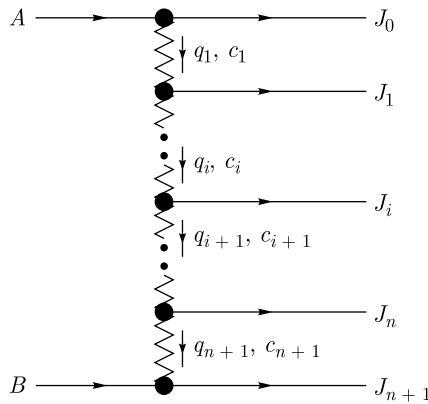


Рис. 2. Схематическое представление амплитуд рождения струй в МРК

так и в следующем за ним (СГЛП) (см. [6,7] и ссылки там). Их использование в условиях s -канальной унитарности для амплитуд упругого рассеяния приводит к уравнению БФКЛ.

1. ДВУХРЕДЖЕОННЫЕ РАЗРЕЗЫ В КХД

Хорошо известно, что не существует непротиворечивой теории, в которой все особенности в j -плоскости (плоскости комплексных угловых моментов) являются движущимися полюсами. Полюса в j -плоскости с необходимостью порождают разрезы.

Первичным реджеоном в КХД является реджезованный глюон с траекторией $j(t) = 1 + \omega(t)$, проходящей через 1 при $t = 0$. Так как он имеет отрицательную сигнатуру, его вклад в амплитуды является главным. В амплитудах с положительной

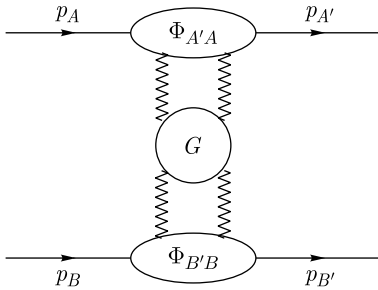


Рис. 3. Схематическое представление s -канальных скачков амплитуд упругого рассеяния

сигнатурой происходит сокращение реальных частей ведущих логарифмов, так что в ГЛП эти амплитуды являются чисто мнимыми. Отметим, что мы используем для них термин ГЛП, так же как и для амплитуд с отрицательной сигнатурой, хотя в каждом порядке теории возмущений они имеют на единицу меньшую степень большого логарифма.

Соотношения s -канальной унитарности, вместе с полюсной реджевской формой упругих амплитуд и амплитуд рождения частиц в МРК, приводят к представлению s -канальных скачков амплитуд упругого рассеяния $A + B \rightarrow A' + B'$ (рис. 3) в виде свертки

$$\Phi_{A'A} \otimes G \otimes \Phi_{B'B} \quad (3)$$

импакт-факторов $\Phi_{A'A}$ и $\Phi_{B'B}$, описывающих переходы $A \rightarrow A'$ и $B \rightarrow B'$ с функцией Грина G двух взаимодействующих реджеонов (реджезованных глюонов),

$$\hat{G} = e^{Y\hat{K}}.$$

Здесь $Y = \ln(s/s_0)$, s_0 — энергетический масштаб, выбор которого связан с определением импакт-факторов; \hat{K} — ядро БФКЛ, определяющее всю энергетическую зависимость амплитуд рассеяния. Оно дается суммой

$$\hat{K} = \hat{\omega}_1 + \hat{\omega}_2 + \hat{K}_r,$$

где $\hat{\omega}_{1,2}$ — траектории реджезованных глюонов, а \hat{K}_r — так называемая реальная часть ядра, которая выражается через произведение вершин $\gamma_{c_i c_{i+1}}^{J_i}(q_i, q_{i+1})$ рождения струй реджеонами. В СГЛП наряду с рождением одного глюона следует учитывать рождение двухглюонных и кварк-антикварковых струй, так что

$$\hat{K}_r = \hat{K}_G + \hat{K}_{Q\bar{Q}} + \hat{K}_{GG}.$$

Представление (3) отвечает обмену двумя взаимодействующими реджеонами (реджезованными глюонами) в t -канале. Оно справедливо для всех возможных цветовых

состояний. Ясно, что в общем случае двухреджеонное состояние не может быть реджевским полюсом, т. е. уже в ГЛП должен появляться разрез. Но для октета (присоединенного представления цветовой группы в КХД) происходит некое чудо: два взаимодействующих реджеона дают опять реджеон. Это чудо обеспечивается уравнениями бутстрапа на импакт-факторы и ядро БФКЛ в присоединенном представлении (см. [6] и приведенные там ссылки). Надо сказать, что поскольку в ГЛП вклад в ядро дают только глюоны, оказывается, что в этом приближении имеет место вырождение по сигнатуре, и положительно сигнатурные части амплитуд в t -канале с присоединенным представлением цветовой группы даются вкладом реджевского полюса с той же траекторией, т. е. с траекторией реджезованного глюона. В СГЛП это уже не так. В других представлениях реджевские разрезы появляются уже в ГЛП. В частности, наиболее правой особенностью в бесцветном канале является фиксированная точка ветвления (расположенная в ГЛП при $\omega_P = 4N_c(\alpha_s/\pi) \ln 2$), так что так называемый БФКЛ-померон является разрезом.

2. СПЕЦИФИКА РЕДЖЕВСКИХ РАЗРЕЗОВ В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ КХД

Имеется существенное различие между реджевскими разрезами в пертурбативной КХД и в прежней (до появления КХД) теории комплексных угловых моментов. Это связано с разными представлениями о полюсах Редже. В традиционной теории комплексных угловых моментов полюсу сопоставляется бесконечный ряд лестничных диаграмм, изображенных на рис. 4.

Исходя из того, что этот ряд дает амплитуду рассеяния $A(s, t) \sim s^{\alpha(t)} \ln s$, отвечающую вкладу полюса Редже с траекторией $j = \alpha(t)$, и рассматривая двухчастичное промежуточное состояние в соотношении s -канальной унитарности для амплитуды, отвечающей диаграмме рис. 5, Д. Аматти, С. Фубини и А. Стангеллини [8, 9] пришли к заключению о существовании реджевского разреза с движущейся с t точкой ветвления, проходящей через $2\alpha(0) - 1$ при $t = 0$ (стоит отметить, что они считали свое рассмотрение не доказательством существования разреза, а только аргументом в его пользу).

Впоследствии предложенный ими механизм образования разрезов был подвергнут критике. В работе [10] было указано на возможность сокращения вкладов двух- и трехчастичных состояний в соотношении унитарности (впоследствии такое сокращение было продемонстрировано в [11]) и отсутствия разреза в полном вкладе диаграммы рис. 5. Аналогичный вывод был сделан С. Манделстамом [12] на основе t -канальной унитарности.

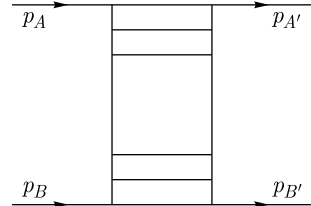


Рис. 4. Традиционное представление реджевского полюса

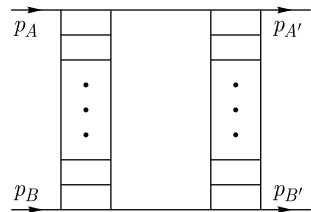


Рис. 5. Первое (AFS) диаграмматическое представление реджевского разреза

Им было показано [13] наличие разрезов во вкладах более сложных диаграмм, типа приведенных на рис. 6, в которых такого сокращения нет. Существенным обстоятельством здесь является то, что эти диаграммы неплоские.

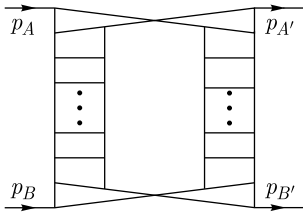


Рис. 6. Диаграмматическое представление реджевского разреза с «манделстамовским крестом»

С тех пор диаграммы типа AFS были отвергнуты и считалось, что только неплоские диаграммы могут приводить к реджевским разрезам.

Но ситуация с разрезами в пертурбативной КХД совершенно иная. Она отличается уже в постановке задачи.

В старой теории комплексных угловых моментов основным предметом исследования было асимптотическое поведение амплитуд при высоких энергиях и фиксированных переданных импульсах.

В пертурбативной (возмущенческой) КХД вычисляются старшие члены в каждом порядке ряда возмущений, вообще говоря, без представления о том, к чему приведет их суммирование. Полученные результаты интерпретируются как вклады реджевских полюсов и разрезов. Разложение по константе связи суммарного вклада полюсов и разрезов в амплитуды различных процессов должно совпадать с результатами прямых вычислений по теории возмущений.

Важнейшее отличие КХД от прежней теории комплексных угловых моментов, проявляющееся в строении разрезов, состоит в структуре реджеонов. Реджеоновые глюоны в КХД начинаются с одноглюонного состояния, в то время как реджеоны в прежней теории не имеют одночастичных t -канальных состояний. Из-за этого утверждение, что только неплоские диаграммы могут приводить к реджевским разрезам, становится неверным. Это ясно на примере БФКЛ-померона. В низшем (g^4) порядке он представляет собой двухглюонный t -канальный обмен, который, очевидно, изображается плоскими диаграммами. Конечно, можно предположить, что в бесцветном канале наряду с точкой ветвления имеется и полюс, лежащий левее точки ветвления, и плоские диаграммы ответственны именно за этот полюс, а ответственный за асимптотику сечений разрез связан с неплоскими диаграммами. Но это противоречит тому, что $\omega_P \sim N_c$, в то время как вклад неплоских диаграмм должен быть подавлен по числу цветов. Таким образом, БФКЛ-померон является, скорее, AFS-ским, чем манделстамовским разрезом. Хотя, конечно, он не является ни тем, ни другим. В отличие от них БФКЛ-померон является связанным состоянием взаимодействующих реджеонов (их взаимодействие описывается ядром БФКЛ), в то время как и в AFS-ской, и в манделстамовской картинах образующие разрез реджеоны не взаимодействуют. В результате в этих картинах разрез является движущимся, в то время как БФКЛ-померон является фиксированной точкой ветвления. Таким образом, даже то небольшое, что известно о разрезах в старой теории комплексных угловых моментов, неприменимо в КХД.

3. ТРЕХРЕДЖЕОННЫЕ РАЗРЕЗЫ

Стоит все же отметить, что обсуждение двухреджеонных разрезов в КХД основано на некотором твердом фундаменте, называемом реджезацией глюона. Справедливость полюсных форм (1) и (2) амплитуд с глюонными квантовыми числами

и отрицательной сигнатурой в реджевской и мультиреджевской кинематиках доказана в ГЛП и в СГЛП. В указанных приближениях они определяют s -канальные скачки амплитуд упругого рассеяния (а благодаря аналитичности и сами амплитуды) для любых возможных цветовых состояний в t -канале. Таким образом, все амплитуды упругого рассеяния даются обменом в t -канале двумя взаимодействующими реджезованными глюонами. Двухреджеонные разрезы возникают в результате такого обмена и могут быть исследованы в этом приближении с помощью уравнения БФКЛ.

Положение с трехреджеонными разрезами гораздо сложнее, хотя уравнение Бартелса–Квечинского–Прашаловича (БКП) [14, 15] для оддерона (бесцветного состояния с положительной сигнатурой, отличающегося от померона S -четностью) известно давным-давно. Это уравнение (так же как и его обобщения на многореджеонные состояния в t -канале) получено в предположении парного взаимодействия реджеонов, описываемого ядром БФКЛ. Это предположение выглядит довольно естественно, но, насколько мне известно, строгого вывода уравнения БКП не существует, так же как его проверки в теории возмущений.

Напомним, что в каждом порядке теории возмущений лидирующими являются амплитуды с отрицательной сигнатурой, поэтому они играют особую роль в подходе БФКЛ. В ГЛП и СГЛП эти амплитуды имели полюсную реджевскую форму (1), (2). Но в следующем приближении (ССГЛП) эта форма нарушена. Впервые нарушение полюсной факторизации было замечено в [16] при рассмотрении нелогарифмических членов в двухпетлевых амплитудах gg -, gq - и qq -рассеяния. В трех петлях факторизация нарушается уже членами с первой степенью $\ln s$. Их рассмотрение было выполнено в работах [17–19] с помощью метода инфракрасной факторизации.

Естественно считать, что нарушение полюсной реджевской формы объясняется вкладами трехреджеонных разрезов. Первое объяснение, использующее диаграммный подход, было дано в работах [20, 21]. В двухпетлевом приближении вклад разреза идет от диаграмм Фейнмана с обменом тремя глюонами в t -канале, представляющими в этом приближении реджеоны. При вычислении трехпетлевого вклада использовалось парное взаимодействие реджеонов, описываемое ядром БФКЛ. Для разделения вкладов полюса и разреза использовалось различие в энергетической зависимости этих вкладов.

Здесь следует отметить, что для амплитуд с положительной сигнатурой кроме цветового октета в t -канале есть еще синглет для кварк-кваркового рассеяния и два взаимно сопряженных декуплета для глюон-глюонного рассеяния. Вычисленный в диаграммном подходе вклад разреза для этих представлений [22] согласуется с результатами, полученными методом инфракрасной факторизации, что служит аргументом в пользу выбранной формы парного взаимодействия между реджеонами.

Вскоре после [20] появилась работа [23], в которой для вычисления вкладов реджевских разрезов в двух- и трехпетлевом приближении использовался подход вильсоновских линий, в котором отсутствует связь трехреджеонных разрезов с диаграммами Фейнмана. Для представлений, отличных от присоединенного, полученные в [23] результаты совпадают с результатами диаграммного подхода, использованного в [20], но для присоединенного представления, где нужно проводить разделение вкладов по

люса и разреза, они отличаются. В частности, в [23] вводится смешивание полюса и разреза, которого нет в [20]. В [23] есть ссылка на [20], но сравнение результатов не проведено. Такое сравнение и критика используемого в [23] подхода содержится в работах [24–27], в которых также в диаграммном подходе вклад разреза был вычислен в четырех петлях. Одно из критических замечаний состоит в том, что вследствие постулированной в [23] цветовой структуры разреза его вклад в присоединенном представлении цветовой группы оказывается не подавлен при большом числе цветов, т. е. не исчезает в планарном пределе в максимально расширенной суперсимметричной теории Янга–Миллса, что противоречит общепринятым представлениям.

Недавно в подходе вильсоновских линий вклады трехреджеонных разрезов в амплитуды упругого рассеяния были вычислены в четырех петлях [28, 29]. Чтобы избежать противоречия с планарной $N = 4$ СЯМ, авторы предложили схему разделения вклада полюса и разреза в СГЛП во всех порядках теории возмущений, основанную на утверждении о непланарности диаграмм для реджевских разрезов. Как уже обсуждалось, это утверждение, идущее из старой теории комплексных угловых моментов, неприменимо в КХД. Кроме этого, такое разделение вкладов полюса и разреза не является калибровочно-инвариантным, что, на наш взгляд, неприемлемо.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одним из замечательных свойств КХД, исключительно важным для теоретического описания процессов при высоких энергиях, является реджезация глюона. В частности, вывод уравнения БФКЛ основан на полюсной реджевской форме амплитуд с присоединенным представлением цветовой группы в кросс-каналах и отрицательной сигнатурой. Эта форма справедлива в ГЛП и СГЛП, но нарушается в высших приближениях. Естественно считать, что это нарушение вызвано вкладом реджевских разрезов, поэтому их исследование, интересное само по себе, важно и с феноменологической точки зрения. К сожалению, даже то немногое, что известно о реджевских разрезах в старой (до КХД) теории комплексных угловых моментов, оказывается неприменимым в КХД как раз из-за реджезации глюона. Это хорошо видно на примере померона, появляющегося в амплитудах КХД с положительной сигнатурой как бесцветное связанное состояние двух взаимодействующих реджезованных глюонов. В отличие от померона, появляющегося уже в ГЛП как двухреджеонный разрез, описываемый уравнением БФКЛ, реджевские разрезы в амплитудах с отрицательной сигнатурой появляются только в ССГЛП и являются трехреджеонными. При их исследовании предполагается, что парное взаимодействие реджеонов описывается ядром уравнения БФКЛ. Это предположение подтверждается сравнением с результатами проведенных другими методами вычислений амплитуд упругого рассеяния с отличными от присоединенного представлением цветовой группы в t -канале.

Есть два подхода к определению вкладов трехреджеонных разрезов, в которых вычисления проведены до четырех петель. Эти подходы согласуются для отличных от присоединенного представлений цветовой группы, но дают разные результаты для присоединенного, где возникает проблема разделения вкладов полюса и разреза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fadin V. S., Kuraev E. A., Lipatov L. N.* On the Pomeron Singularity in Asymptotically Free Theories // *Phys. Lett. B.* 1975. V. 60. P. 50.
2. *Kuraev E. A., Lipatov L. N., Fadin V. S.* Multi-Reggeon Processes in the Yang–Mills Theory // *ZhETF.* 1976. V. 71. P. 840.
3. *Kuraev E. A., Lipatov L. N., Fadin V. S.* The Pomeron Singularity in Nonabelian Gauge Theories // *ZhETF.* 1977. V. 72. P. 377.
4. *Balitsky I. I., Lipatov L. N.* The Pomeron Singularity in Quantum Chromodynamics // *Yad. Fiz.* 1978. V. 28. P. 1597.
5. *Balitsky I. I., Lipatov L. N., Fadin V. S.* Regge Processes in Nonabelian Gauge Theories // *Materials of IV Winter School of LNPI, Leningrad, 1979.* P. 109.
6. *Ioffe B. L., Fadin V. S., Lipatov L. N.* Quantum Chromodynamics: Perturbative and Nonperturbative Aspects. Cambridge Univ. Press, 2010.
7. *Fadin V. S., Kozlov M. G., Reznichenko A. V.* Gluon Reggeization in Yang–Mills Theories // *Phys. Rev. D.* 2015. V. 92. P. 085044.
8. *Amati D., Fubini S., Stanghellini A.* Asymptotic Properties of Scattering and Multiple Production // *Phys. Lett.* 1962. V. 1. P. 29.
9. *Amati D., Stanghellini A., Fubini S.* Theory of High-Energy Scattering and Multiple Production // *Nuovo Cim.* 1962. V. 26. P. 896.
10. *Polkinghorne J. C.* Cancelling Cuts in the Regge Plane // *Phys. Lett.* 1963. V. 4. P. 24.
11. *Halliday I. G., Sachrajda C. T.* Reggeon Structure, s -Channel Unitarity, and the Mandelstam Cut // *Phys. Rev. D.* 1973. V. 8. P. 3598.
12. *Mandelstam S.* Cuts in the Angular Momentum Plane. 1 // *Nuovo Cim.* 1963. V. 30. P. 1127.
13. *Mandelstam S.* Cuts in the Angular Momentum Plane. 2 // *Ibid.* P. 1148.
14. *Bartels J.* High-Energy Behavior in a Nonabelian Gauge Theory (II): First Corrections to $T_{n \rightarrow m}$ beyond the Leading $\ln s$ Approximation // *Nucl. Phys. B.* 1980. V. 175. P. 365.
15. *Kwiecinski J., Praszalowicz M.* Three Gluon Integral Equation and Odd C Singlet Regge Singularities in QCD // *Phys. Lett. B.* 1980. V. 94. P. 413.
16. *Del Duca V., Glover E. W. N.* The High-Energy Limit of QCD at Two Loops // *JHEP.* 2001. V. 0110. P. 035.
17. *Del Duca V., Falcioni G., Magnea L., Vernazza L.* High-Energy QCD Amplitudes at Two Loops and Beyond // *Phys. Lett. B.* 2014. V. 732. P. 233.
18. *Del Duca V., Falcioni G., Magnea L., Vernazza L.* Beyond Reggeization for Two- and Three-Loop QCD Amplitudes // *PoS RADCOR.* 2013. V. 2013. P. 046.
19. *Del Duca V., Falcioni G., Magnea L., Vernazza L.* Analyzing High-Energy Factorization beyond Next-to-Leading Logarithmic Accuracy // *JHEP.* 2015. V. 1502. P. 029.
20. *Fadin V. S.* Particularities of the NNLLA BFKL // *AIP Conf. Proc.* 2017. V. 1819. P. 060003.
21. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* Reggeon Cuts in QCD Amplitudes with Negative Signature // *Eur. Phys. J. C.* 2018. V. 78. P. 439.
22. *Fadin V. S.* Violation of a Simple Factorized Form of QCD Amplitudes and Regge Cuts // *PoS 2018.* V. DIS2017. P. 042.
23. *Caron-Huot S., Gardi E., Vernazza L.* Two-Parton Scattering in the High-Energy Limit // *JHEP.* 2017. V. 1706. P. 016; doi:10.1134/S1063779620040267.
24. *Fadin V. S.* Three-Reggeon Cuts in QCD Amplitudes // *Eur. Phys. J. Web Conf.* 2019. V. 222. P. 03006.
25. *Fadin V. S.* Higher-Order Contributions to QCD Amplitudes in Regge Kinematics // *JETP Lett.* 2020. V. 111. P. 1.
26. *Fadin V. S.* BFKL Equation: Status and Problems // *Phys. Part. Nucl.* 2020. V. 51. P. 497.

27. *Fadin V. S.* Three-Reggeon Cuts in QCD Amplitudes // *Phys. Atom. Nucl.* 2021. V. 84. P. 100.
28. *Falcioni G., Gardi G., Maher N., Milloy C., Vernazza L.* Scattering Amplitudes in the Regge Limit and the Soft Anomalous Dimension through Four Loops // *JHEP.* 2022. V. 03. P. 053.
29. *Falcioni G., Gardi G., Maher N., Milloy C., Vernazza L.* Disentangling the Regge Cut and Regge Pole in Perturbative QCD // *Phys. Rev. Lett.* 2022. V. 128. P. 13.

Получено 27 октября 2022 г.