

МОНИТОРИНГ АМПЛИТУДНЫХ СПЕКТРОВ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В БУСТЕРНОМ СИНХРОТРОНЕ ОИЯИ

*В. М. Жабицкий*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждаются методы обработки цифрового сигнала, наблюдаемого с помощью четырех-электродного датчика положения ионных сгустков в процессе ускорения в синхротроне. Разработан метод реконструкции амплитудного спектра бетатронных колебаний ионного сгустка при наличии смещения датчика относительно исходного положения, выявленного при калибровке. Полученные результаты использованы для реконструкции амплитудных спектров бетатронных колебаний сгустка после инъекции ионов ксенона в бустерный синхротрон ОИЯИ.

Methods of processing a digital signal observed from a four-electrode transverse position sensor of ion bunches during acceleration in a synchrotron are discussed. A method has been developed for reconstructing the amplitude spectrum of betatron oscillations of an ion bunch in the presence of a sensor offset relative to the initial position detected during calibration. The results obtained are used to reconstruct the amplitude spectrum of betatron oscillations of a bunch after injection of xenon ions into the JINR booster synchrotron.

PACS: 29.20.Lq; 29.27.Fh

ВВЕДЕНИЕ

Системы цифровой обработки сигналов широко применяются во многих прикладных областях [1]. В ускорительной технике методы обработки наблюдаемых цифровых сигналов зачастую следуют алгоритмам обработки аналоговых сигналов. В настоящей работе обсуждаются правила математического описания и анализа цифровых сигналов, обусловленных бетатронными колебаниями заряженных сгустков, с учетом их амплитудных спектров. Обычно необходимые данные получают для центра тяжести сгустка с помощью четырехэлектродного датчика [2]. Разработан метод реконструкции амплитудного спектра бетатронных колебаний ионного сгустка при наличии смещения датчика относительно исходного положения, выявленного при калибровке. Приведенные процедуры обработки сигналов базируются на методе реконструкции бетатрон-продольной функции распределения ионов в сгустке [3].

¹E-mail: V.Zhabitsky@jinr.ru

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Регистрация сигналов. В синхротроне сгустки заряженных частиц циркулируют со скоростью v вдоль равновесной орбиты с периметром C , совершая бетатронные колебания в поперечной (x, y) к циркуляции частиц (s) плоскости, так что период обращения частиц $T_{\text{rev}} = C/v$, а циклическая частота бетатронных колебаний есть ω_{bet} . Если набег фазы бетатронных колебаний за оборот $\omega_{\text{bet}}T_{\text{rev}} = 2\pi Q$ удовлетворяет критериям устойчивости, то сгусток компактен и потери частиц отсутствуют. Для наблюдения бетатронных колебаний сгустков заряженных частиц в процессе ускорения обычно применяют четырехэлектродные датчики положения. На нуклотроне и на бустерном синхротроне ОИЯИ [4] используются электростатические датчики, длина электродов которых значительно меньше длины сгустков [3, 5]. Данные об иницируемых сгустками импульсах напряжений с каждого из электродов $u_a(t)$ передаются на удаленные усилители (рис. 1). Сигналы с электродов в датчике положения используются согласованно: электроды A, C позволяют наблюдать бетатронные смещения сгустка относительно исходного положения, выявленного при калибровке, в горизонтальной x -плоскости. Считается, что исходное положение соответствует расчетной орбите с периметром C_0 . Аналогично электроды B, D позволяют наблюдать бетатронные смещения сгустка в вертикальной y -плоскости [3].

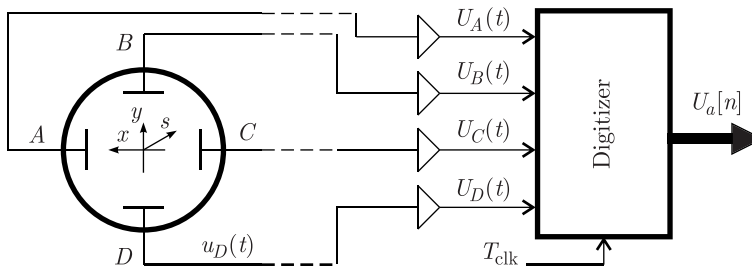


Рис. 1. Функциональная схема регистрации $u_a(t)$ и $U_a[n]$: $a \in [A, B, C, D]$

Выходные сигналы с усилителей $U_A(t)$, $U_B(t)$, $U_C(t)$ и $U_D(t)$ оцифровываются (с постоянным периодом дискретизации $T_{\text{clk}} = 4$ нс) дигитайзером [6]. На рис. 2 представлены примеры графиков цифровых сигналов $U_a[n]$, которые наблюдались на бустерном синхротроне ОИЯИ после инъекции ионов ксенона $^{124}\text{Xe}^{28+}$. Сигнал $U_C[n]$ заметно превосходит сигнал $U_A[n]$ по наблюдаемым величинам (см. рис. 2, а). Это означает, что в горизонтальной плоскости ускоряемые частицы циркулируют со смещением от расчетной орбиты. Сигнал $U_D[n]$ незначительно превосходит сигнал $U_B[n]$, практически совпадая с $U_B[n]$ по наблюдаемым величинам (см. рис. 2, б), подтверждением чего служит разностный сигнал $U_D[n] - U_B[n]$ (небольшие отрицательные значения обусловлены смещением базового уровня: см. [3]).

Сигнал $u_a(t)$ передается по кабельной линии на входной усилитель (см. рис. 1), где его величина есть $U_a(t)$. Вследствие ограниченной полосы пропускания передающей линии сигнал $U_a(t)$ будет наблюдаться (см. [3]) со смещением базового уровня $\Delta U_a(t)$:

$$U_a(t) = u_a(t) + \Delta U_a(t). \quad (1)$$

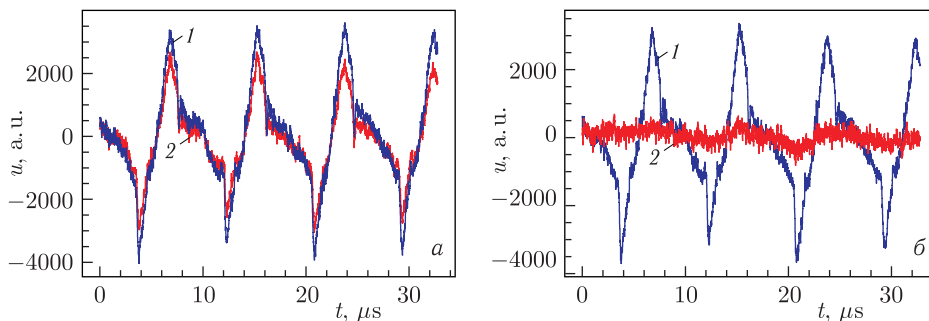


Рис. 2 (цветной в электронной версии). Графики сигналов: а) $U_C[n]$ (синяя линия, 1) и $U_A[n]$ (красная линия, 2); б) $U_D[n]$ (синяя линия, 1) и $U_D[n] - U_B[n]$ (красная линия, 2)

Пусть аналоговый сигнал $U_a(t)$ преобразуется в последовательность цифровых отсчетов $U_a[n] \triangleq U_a(t_n)$, соответствующих моментам времени $t_n = n \cdot T_{\text{clk}}$ с постоянным периодом дискретизации T_{clk} . Цифровая последовательность отсчетов $U_a[n]$, будучи результатом измерений, отвечает, при выполнении условий Котельникова–Найквиста [1] $T_{\text{clk}} \ll T_{\text{rf}}$, наблюдаемому сигналу $u_a(t)$ с учетом измерительных помех и смещений базового уровня. Здесь $T_{\text{rf}} = T_{\text{rev}}/h_{\text{rf}}$, где h_{rf} — кратность частоты ускоряющего поля. По орбите могут циркулировать h_{rf} сгустков.

В рамках рассматриваемой концепции регистрации сигналов необходимо выявить закономерности соответствия $u_a(t_n = n \cdot T_{\text{clk}})$ и $U_a[n]$ с учетом амплитудных спектров бетатронных колебаний заряженных сгустков.

Наблюдаемые сигналы. Текст в настоящем пункте приведен для одного циркулирующего ионного сгустка ($h_{\text{rf}} = 1 \Rightarrow T_{\text{rf}} = T_{\text{rev}}$), совершающего бетатронные колебания в горизонтальной и вертикальной плоскостях, с целью упрощения изложения результатов без ущерба физической интерпретации исследуемых процессов. Сгусток инжектируется на плато ведущего магнитного поля (индукция B которого постоянна по величине, так что $\dot{B} = 0$). Ускоряющая система выключена ($V_{\text{rf}} = 0$). Поэтому длину мгновенной равновесной орбиты C , как и ее смещения Δx и Δy относительно расчетной орбиты, в течение небольшого промежутка времени измерения можно считать постоянными величинами. Для расчетной (проектной) орбиты с периметром C_0 имеем $\Delta x = \Delta y = 0$. Далее считается, что исходное положение датчика, выявленное при калибровке, отвечает $\Delta x = \Delta y = 0$, а наблюдаемое смещение орбиты будем обозначать как положительную величину $\Delta z > 0$. Поэтому, например (см. рис. 2, а), для сигналов $U_A \equiv U_{<}$ и $U_C \equiv U_{>}$ имеем $\Delta z = -\Delta x$, поскольку сигнал с электрода C превосходит сигнал с электрода A . Это же правило будем распространять на бетатронные смещения: $z = -x$. Аналогичные обозначения применим и для колебаний в вертикальной плоскости (см. рис. 2, б): $U_D \equiv U_{>}$, $U_B \equiv U_{<}$, $\Delta z = -\Delta y$, $z = -y$.

Если мгновенная равновесная орбита C имеет смещение Δz относительно расчетной орбиты, то для ионов, имеющих заряд q и бетатронные смещения $z(t)$ относительно этой орбиты вдоль сгустка с распределением по числу $N(t)$, следуя [3], можем записать

$$u_{<}(t) = \frac{S_z q N(t)}{D_z + z(t) + \Delta z} + \Delta u_{<}(t), \quad u_{>}(t) = \frac{S_z q N(t)}{D_z - z(t) - \Delta z} + \Delta u_{>}(t),$$

где D_z — апертура датчика в поперечной плоскости; S_z — чувствительность датчика к смещениям ионов. Поправки $\Delta u_<$ и $\Delta u_>$ возникают вследствие экранирования электродов датчика заземленной проводящей вакуумной камерой и учета взаимного влияния электродов [3]. В произвольный момент времени $t_n = n \cdot T_{\text{clk}}$ выполняем преобразование цифровой последовательности отсчетов $u_a[n] \triangleq u_a(t_n)$ в функциональные зависимости $u_a[i, k]$, отвечающие цифровым отсчетам i для сгустка $j = 1$ на обороте k в соответствии с процедурой, приведенной в [3]:

$$u_a(t_n) \iff u_a[i, k], \quad i \in [i_l = 0, \dots, i_r], \quad i_r = \text{round}(T_{\text{rf}}/T_{\text{clk}}), \quad i + k + i_r = i + k + 1,$$

т.е. индекс i пробегает значения от левой $i_l = 0$ до правой $i_r = \text{round}(T_{\text{rf}}/T_{\text{clk}})$ границ инжектируемого сгустка на каждом обороте k . В итоге получаем

$$u_<[i, k] = \frac{q S_z N[i, k]}{D_z + z[i, k] + \Delta z} + \Delta u_<[i, k], \quad u_>[i, k] = \frac{q S_z N[i, k]}{D_z - z[i, k] - \Delta z} + \Delta u_>[i, k]. \quad (2)$$

Для разностного сигнала $U_-[i, k]$ с электродов $U_>$ и $U_<$ с учетом (1) и (2) можем исследовать следующую комбинацию:

$$U_-[i, k] = w U_>[i, k] - U_<[i, k] = w u_>[i, k] - u_<[i, k] + w \Delta U_>[i, k] - \Delta U_<[i, k]. \quad (3)$$

Здесь w — коэффициент согласования (ослабления амплитуды) сигнала с электрода $U_>$ по отношению к сигналу с электрода $U_<$. Для малых величин z и Δz по сравнению с D_z в линейном приближении в (3) получаем

$$U_-[i, k] = \left((1 - w) - (1 + w) \frac{z[i, k] + \Delta z}{D_z} \right) \frac{q S_z N[i, k]}{D_z} + \Delta U_=[i, k], \quad (4)$$

где поправка $\Delta U_=[i, k]$ сформирована с учетом смещения базового уровня:

$$\Delta U_=[i, k] \equiv w \Delta u_>[i, k] - \Delta u_<[i, k] + w \Delta U_>[i, k] - \Delta U_<[i, k].$$

Таким образом, цифровая последовательность $U_-[i, k]$ есть последовательность положительно ориентированных импульсов относительно нулевого уровня. Если

$$w_{\text{bet}} = \frac{1 - \Delta z/D_z}{1 + \Delta z/D_z}, \quad (5)$$

то

$$U_-^{\text{bet}}[i, k] = \frac{z[i, k] N[i, k]}{D_z} \frac{2q S_z}{(1 + \Delta z/D_z) D_z} + \Delta U_=[i, k]. \quad (6)$$

Приведенные в (4) и (6) выражения для $U_-[i, k]$ совпадают, если $w = 1$ и $\Delta z = 0$. Из (4) следует, что выявить бетатронные колебания тем проще, чем меньше Δz . При тщательно налаженном режиме циркуляции сгустков, когда $\Delta z \rightarrow 0$, также легче наблюдать возбужденные бетатронные колебания. Следует еще отметить, что чем больше апертура датчика $2D_z$, тем точнее приведенные оценки в разложениях (4) по малому параметру $|z + \Delta z|/D_z$.

Амплитудный спектр сигналов. Для изучения выявленных закономерностей будет использоваться метод моментов, общепринятый в математической статистике и успешно примененный при анализе цифровых сигналов в [3]. Первый момент функции $z[i, k] \cdot N[i]$ для инжектируемого сгустка на каждом обороте k есть

$$\mathbb{M}_1(z[k] N[k]) = \frac{\langle (i - 0,5i_r) \cdot z[i, k] N[i, k] \rangle \cdot T_{\text{clk}}/T_{\text{rev}}}{\langle z[i, k] N[i, k] \rangle}. \quad (7)$$

Здесь и далее $\langle \dots \rangle$ идентифицирует процедуру суммирования по индексу i в пределах сгустка: $i \in [0, \dots, i_r)$, $i_r = \text{round}(T_{\text{rev}}/T_{\text{clk}})$. Таким образом, каждому сгустку можно сопоставить усредненное по длине сгустка показание о смещении в поперечном направлении на каждом обороте. В результате для (6) имеем

$$\mathbb{M}_1(U_-^{\text{bet}}[k]) = \frac{\mathbb{M}_1(z[k] N[k]) \langle z[i, k] N[i] \rangle}{D_z \langle U_-^{\text{bet}}[i, k] \rangle} \frac{2qS_z}{(1 + \Delta z/D_z)D_z} + \frac{\langle (i - 0,5i_r) \cdot \Delta U_-[i, k] \rangle \cdot T_{\text{clk}}/T_{\text{rev}}}{\langle U_-^{\text{bet}}[i, k] \rangle}. \quad (8)$$

В итоге амплитудный спектр функциональной зависимости $\mathbb{M}_1(U_-^{\text{bet}})$ для наблюдаемого разностного сигнала в режиме компенсации Δz пропорционален спектру бетатронных колебаний центра тяжести сгустка $\mathbb{M}_1(z[k] N[k])$. В амплитудном спектре функциональной зависимости $\mathbb{M}_1(U_-)$ для исходного разностного сигнала $U_-[i, k]$ составляющая, обусловленная $\mathbb{M}_1(z[k] N[k])$, проявляется тем существеннее, чем ближе коэффициент согласования w к значению w_{bet} .

Расчет зависимости комплексной амплитуды спектра от циклической частоты ω процесса (период которого T_{rev}) осуществляется с применением быстрого дискретного преобразования Фурье:

$$\mathbf{A}(\omega) \equiv \mathcal{F}\{\mathbb{M}_1(U_-)[k]\}.$$

Графические зависимости приведены для амплитудных спектров $|\mathbf{A}|$. В качестве аргумента $\omega = 2\pi Q/T_{\text{rev}}$ используется общепринятое в теории ускорителей представление зависимостей от дробной части числа бетатронных колебаний $\{Q\}$.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для реконструкции бетатрон-продольной функции распределения ионов в сгустке необходимо выявить алгоритм перехода от одномерной цифровой последовательности $U_a[n]$ к двумерной последовательности $U_a[i, k]$: индекс i пробегает значения в пределах одного сгустка ($h_{\text{rf}} = 1$) на k -обороте. Точки расщепления последовательности по n при переходе к последовательности по i на k -обороте формируются по правилам, изложенным в [3]. В качестве синхронизирующего сигнала используется суммарный сигнал с четырех электродов датчика:

$$U_{\Sigma} = (U_A + U_B + U_C + U_D)/4.$$

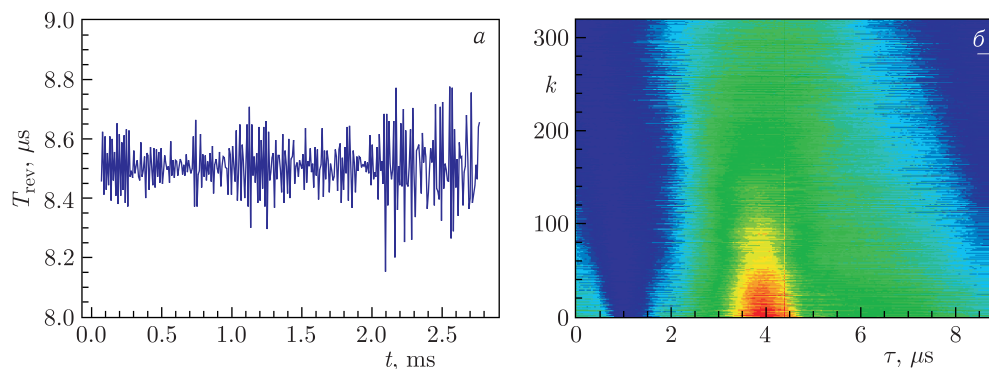


Рис. 3. а) $T_{\text{rev}}(t)$; б) эволюция суммарного сигнала $U_{\Sigma}[\tau, k]$

На рис. 3, а приведен график выявленного периода циркуляции частиц $T_{\text{rev}}(t)$, которые наблюдались на бустерном синхротроне ОИЯИ после инъекции ионов ксенона $^{124}\text{Xe}^{28+}$, а на рис. 3, б — проекция эволюции 3D-графика для $U_{\Sigma}[\tau, k]$ на плоскость ($\tau = i \cdot T_{\text{clk}}$, k). Согласованность графических представлений является следствием инъекции сгустка на плато магнитного поля ($\dot{B} = 0$ и, следовательно, $T_{\text{rev}}(t) = \text{const}$) и его разгруппировки (что сопровождается уменьшением наблюдаемой импульсной составляющей $U_{\Sigma}(t)$ детектируемого датчиком сигнала).

Для подтверждения указанных выше закономерностей амплитудных спектров бетатронных колебаний в вертикальной плоскости, обусловленных разностным сигналом $U_- = U_C - U_A$, на рис. 4 приведены зависимости для трех величин коэффициента

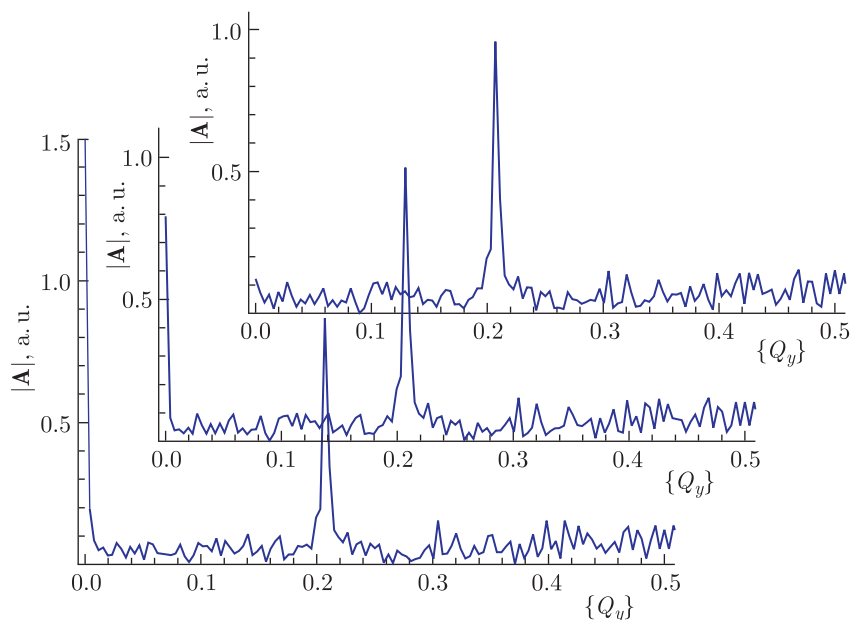


Рис. 4. Амплитудный спектр: $w = 1,00$ (нижний график), $w = 0,95$ (средний график), $w = 0,90$ (верхний график)

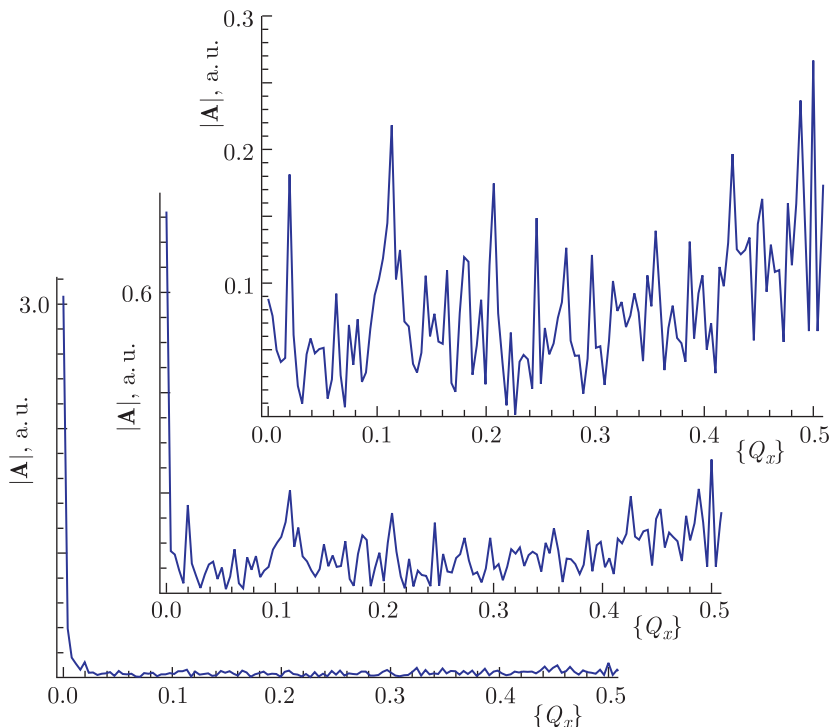


Рис. 5. Амплитудный спектр: $w = 1,00$ (нижний график), $w = 0,75$ (средний график), $w = 0,72$ (верхний график)

согласования w . Пик в зависимости амплитуды спектра $|A|$ от $\{Q_y\}$ наблюдается для бетатронной частоты $\{Q_y^{\text{bet}}\} = 0,2075$ (результат фитирования приведенной на рисунке зависимости в области пика $\{Q_y^{\text{bet}}\}$ с помощью функции Гаусса). Первый пик вблизи $\{Q_y\} = 0$ максимален при $w = 1$ и уменьшается практически до нулевых значений при $w = 0,9$. Поэтому с учетом формулы (5) получаем

$$\frac{\Delta y}{D_y} = -\frac{1 - w_{\text{bet}}}{1 + w_{\text{bet}}} = -0,05.$$

Приведенная оценка позволяет утверждать, что заряженные частицы после инжекции совершают бетатронные колебания вокруг орбиты, смещенной вниз (к электроду D , см. рис. 1).

На рис. 5 приведены зависимости амплитудных спектров бетатронных колебаний в горизонтальной плоскости, обусловленных разностным сигналом $U_- = U_D - U_B$, для трех величин коэффициента согласования w . Пик в зависимости амплитуды спектра $|A|$ от $\{Q_x\}$ наблюдается для бетатронной частоты $\{Q_x^{\text{bet}}\} = 0,1113$ (результат фитирования приведенной на рисунке зависимости в области пика $\{Q_x^{\text{bet}}\}$ с помощью функции Гаусса). Первый пик вблизи $\{Q_x\} = 0$ максимален при $w = 1$ и уменьшается практически до нулевых значений при $w = 0,72$. Поэтому с учетом формулы (5) получаем

$$\frac{\Delta x}{D_x} = -\frac{1 - w_{\text{bet}}}{1 + w_{\text{bet}}} = -0,16.$$

Приведенная оценка позволяет утверждать, что заряженные частицы после инъекции совершают бетатронные колебания вокруг орбиты, смещенной к электроду C (см. рис. 1).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод реконструкции амплитудного спектра бетатронных колебаний ионного сгустка при наличии смещения датчика относительно исходного положения, выявленного при калибровке.

Приведены оценки для смещения орбиты при подавлении постоянной составляющей в амплитудном спектре.

Полученные результаты использованы для реконструкции амплитудного спектра бетатронных колебаний ионного сгустка после инъекции ионов ксенона в бустерный синхротрон ОИЯИ.

Автор благодарен Е. В. Горбачеву (ОИЯИ) за предоставленные экспериментальные данные и также А. В. Шабунину (Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского) за обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2002. 608 с.
2. Jones R., Gasior M., Lefevre T. et al. Introduction to Beam Instrumentation // Proc. of the CAS–CERN Accelerator School: Advanced Accelerator Physics, Trondheim, Norway, August 18–29, 2013 / Ed. by W. Herr. CERN-2014-009. 2014. P. 23–60.
3. Жабицкий В. М. Мониторинг бетатронных колебаний в бустерном синхротроне ОИЯИ // Письма в ЭЧАЯ. 2024. Т. 21, № 3(254). С. 604–617.
4. Бутенко А. В., Бровко О. И., Галимов А. Р. и др. Бустер комплекса NICA: сверхпроводящий синхротрон нового поколения // УФН. 2023. Т. 193, № 2. С. 206–225; <https://ufn.ru/ru/articles/2023/2/e/>.
5. Шандов М. М., Горбачев Е. В., Коробицина М. Ю. и др. Исследование характеристик магнитной структуры бустера NICA в сеансах пусконаладочных работ с пучком в 2020–2022 гг. // Письма в ЭЧАЯ. 2023. Т. 20, № 4(249). С. 969–983; http://www1.jinr.ru/Pepan_letters/panl_2023_4/56_shandov.pdf.
6. Горбачев Е. В., Кириченко А. Е., Монахов Д. В. и др. Разработка инструментов для изменения бетатронной частоты в реальном времени на нуклотроне // Письма в ЭЧАЯ. 2016. Т. 13, № 5(203). С. 918–921; http://www1.jinr.ru/Pepan_letters/panl_2016_5/12_Monakhov.pdf.

Получено 2 мая 2024 г.