Письма в ЭЧАЯ. 2007. Т. 4, № 5(141). С. 661–667

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

# РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ТЕОРИИ ГРАВИТИРУЮЩИХ БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ СВЕРХПЛОТНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

*В. П. Цветков*

Тверской государственный университет, Тверь, Россия

Получены уравнения, описывающие гравитирующие быстровращающиеся сверхплотные конфигурации с учетом релятивистских поправок в первом пост-ньютоновском приближении.

The equations describing rapidly rotating gravitating superdense configurations with the account of relative corrections in the first-order post-Newtonian approximation are obtained.

PACS: 97.10.Kc

Классическая теория ньютоновских вращающихся гравитирующих конфигураций [1, 2] может давать только достаточно грубое приближение в описании пульсаров вращающихся намагниченных нейтронных звезд. Для массивных и быстровращающихся нейтронных звезд релятивистские эффекты становятся не только заметными, но и в некоторых случаях определяющими характер конфигурации. Релятивистские эффекты определяются тремя независимыми параметрами $\gamma = \dfrac{P_0}{\rho_0 c^2}, \dfrac{\gamma}{K_0}, \dfrac{\gamma\varepsilon}{K_0}$; $P_0$ и $\rho_0$ — давление и плотность в центре конфигурации, $c$ — скорость света, $K_0 = \dfrac{P_0}{2\pi G\rho_0^2 a_1^2}, \varepsilon = \dfrac{\omega^2}{2\pi G\rho_0^2}$; $G$ — гравитационная постоянная, $\omega$ — угловая скорость вращения конфигурации; $a_1, a_3$ — полуоси сфероида, аппроксимирующего поверхность конфигурации [3]. Для миллисекундных пульсаров $\gamma \sim 0{,}07$, $\dfrac{\gamma}{K_0} \sim 0{,}3$, $\gamma\dfrac{\varepsilon}{K_0} \sim 0{,}08$, что несомненно указывает на существенную роль релятивистских эффектов в данном случае.

Целью данной работы является получение уравнения, описывающего вращающиеся гравитирующие конфигурации с учетом релятивистских поправок порядка $\gamma$.

Для последовательного учета поправок ОТО в пост-ньютоновском приближении при описании гравитирующих систем нужно найти поправки не только в уравнениях, определяющих распределение вещества и его движение, возмущения метрики внутри и вблизи этих систем, но и одновременно в формулах для интенсивности гравитационного излучения с требуемой степенью точности [4].

Для решения поставленной задачи будем следовать работе [4], в которой построена более эффективная по сравнению со стандартной схема пост-ньютоновских приближений.

В основу этой схемы пост-ньютоновских приближений положены уравнения Эйнштейна, записанные с помощью симметричного псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля Ландау–Лифшица $t^{ik}_{LL}$ в виде нелинейного интегродифференциального уравнения [4–6]:

$$h^{ik} = 4G \int (\tau^{ik})_{t'=t-R} \frac{dV'}{R}, \tag{1}$$

где $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, $c = 1$, $h^{ik} = -\eta^{ik} + \sqrt{-g} g^{ik}$, $g = |g_{ik}|$, $g^{ik}$ — метрический тензор; $\eta^{ik}$ — тензор Минковского; $G$ — гравитационная постоянная. В (1) $\tau^{ik} = \tau^{ik}_1 + \tau^{ik}_2$, и эти величины определяются следующим образом:

$$\tau^{ik}_1 = t^{ik}_{LL} + (-g)(T^{ik}_{(m)} + T^{ik}_{(ef)}), \tag{2}$$

где $T^{ik}_{(ef)}$ — тензор энергии-импульса электромагнитного поля; $T^{ik}_{(m)}$ — тензор энергии-импульса вещества, и для системы гравитирующих тел, состоящих из идеальной жидкости, он равен

$$T^{ik}_{(m)} = (P + \rho) u^i u^k - P g^{ik}, \tag{3}$$

$P$ и $\rho$ — собственные давление и плотность энергии; $u^i$ — вектор скорости вещества;

$$\tau^{ik}_2 = \frac{1}{4\pi G} (h^{il}_{,m} h^{km}_{,l} - h^{lm} h^{ik}_{,lm}). \tag{4}$$

Уравнение (1) выполняется в гармонической системе координат, в которой $h^{ik}_{,k} = 0$, и, следовательно, уравнение движения вещества в данном случае имеет вид $\tau^{ik}_{1,k} = 0$.

Основной вклад в интеграл в (1) дают значения $\tau^{ik}_{1,2}$ внутри и вблизи системы гравитирующих масс. При нахождении $h^{ik}$ внутри системы масс и на близких от нее расстояниях в пост-ньютоновском приближении уравнение (1) можно упростить введением поправок на запаздывание

$$h^{ik} = 4G \int (\tau^{ik}_1 + \tau^{ik}_2)_{t'=t} \frac{dV'}{R} + 2G \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int R (\tau^{ik}_1 + \tau^{ik}_2)_{t'=t} dV'. \tag{5}$$

При этом (1) можно рассматривать как способ аналитического продолжения в волновую зону $h^{ik}$, определяемых более простым уравнением (5) внутри и вблизи гравитирующей системы.

В пост-ньютоновском приближении $h^{ik}$ внутри и вблизи гравитирующей системы масс могут быть получены методом итерации уравнения (5).

В ньютоновском приближении

$$h^{00} = -4\Phi, \quad h^{\alpha\beta} = h^{0\alpha} = 0, \quad \Phi = -G \int \rho \frac{dV'}{R},$$

$\Phi$ — ньютоновский гравитационный потенциал.

$$\tau^{\alpha\beta} = A^{\alpha\beta} = \rho v^\alpha v^\beta - P \eta^{\alpha\beta} + \frac{1}{4\pi G} \left( \Phi^{,\alpha} \Phi^{,\beta} - \frac{1}{2} \Phi^{,\gamma} \Phi_{,\gamma} \eta^{\alpha\beta} \right), \tag{6}$$

$\tau^{ik}_2 = 0$, $\tau^{00}_1 = \rho$, $\tau^{0\alpha} = \rho v^\alpha, R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$.

Подставляя (6) в (5), с учетом (3) и (4) находим первое пост-ньютоновское приближение для $h^{ik}$ и $\tau^{ik}$:

$$h^{00} = -4\phi + 7\Phi^2 + \Psi_1, \quad h^{0\alpha} = -\xi^\alpha, \quad h^{\alpha\beta} = 4G\int A^{\alpha\beta}\frac{dV'}{R},$$

$$\xi^\alpha = -4G\int \rho v^\alpha \frac{dV'}{R}, \quad \Psi_1 = 4G\int\left(\rho v^2 - \frac{5}{2}\rho\Phi + \frac{1}{4\pi G}\ddot{\Phi}\right)\frac{dV'}{R},$$

$$\tau^{00} = \rho - 6\rho\Phi + \rho v^2 + \frac{7}{8\pi G}\Phi^{,\gamma}\Phi_{,\gamma}; \quad \tau_2^{ik} = 0, \tag{7}$$

$$\tau^{0\alpha} = (\rho + \Phi - 6\rho\Phi + \rho v^2)v^\alpha + \frac{1}{4\pi G}(3\dot{\Phi}F^\alpha - F_\gamma f^{\alpha\gamma}),$$

$$\tau^{\alpha\beta} = -P(1-2\Phi)\eta^{\alpha\beta} + (\rho + P - 6\rho\Phi + \rho v^2)v^\alpha v^\alpha +$$

$$+\frac{1}{4\pi G}\left[4F^\alpha F^\beta - f^{\alpha\gamma}f^\beta_\gamma - 2\eta^{\alpha\beta}\left(F^\gamma F_\gamma - \frac{1}{8}f^{\alpha\gamma}f_{\gamma\lambda} - 3\Phi^2\right)\right],$$

$$F^\alpha = -\Phi^{,\alpha} - \Psi^{,\alpha} + \xi^\alpha, \quad f^{\alpha\beta} = \xi^{\alpha,\beta} - \xi^{\beta,\alpha},$$

$$\Psi = -G\int\left(3P + 2\rho v^2 - 2\rho\Phi + \frac{1}{4\pi G}\ddot{\Phi}\right)\frac{dV'}{R}.$$

Подставляя (7) в (5) и с учетом (3), (4) далее находим $h^{ik}, \tau^{ik}_{1,2}$ во втором пост-ньютоновском приближении и т. д.

Для последующих вычислений нам в трехмерном виде потребуются уравнения движения вещества в первом пост-ньютоновском приближении, которые легко находятся из (7):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho - 6\rho\Phi + \rho v^2) + \nabla(\mathbf{v}(\rho + P - 6\rho\Phi + \rho v^2)) = -3\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t} - 4\rho(\mathbf{v}\nabla\Phi),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}(\rho + P - 6\rho\Phi + \rho v^2) + \nabla(\mathbf{vv}(\rho + P - 6\rho\Phi + \rho v^2)) = \tag{8}$$

$$= -\nabla P(1-2\Phi) - (\rho + 3P + 2\rho v^2 - 2\rho\Phi)(\nabla(\Phi + \Psi)) -$$

$$-\rho\frac{\partial\xi}{\partial t} - \rho[\mathbf{v}[\nabla\xi]] - \frac{1}{8\pi}(\nabla\mathbf{B}^2 - 2(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}),$$

где $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции внутреннего магнитного поля.

Система уравнений (8) более проста по форме, чем соответствующая система этих уравнений стандартной схемы пост-ньютоновских приближений [5].

Чтобы из (8) получить уравнение равновесия гравитирующей однородной и равномерно вращающейся намагниченной конфигурации, все временные производные положим равными нулю, $\mathbf{v} = [\omega\mathbf{r}]$, а $P$ будем считать только функцией $\rho$. В результате получаем следующее уравнение, определяющее структуру вращающейся гравитирующей конфигурации:

$$\begin{gathered}(\tilde{\rho}\nabla\tilde{\Phi} + K_0\nabla p - \tilde{\rho}\varepsilon\mathbf{r}_\perp) + \gamma\Bigg[\tilde{\rho}\nabla\tilde{\Psi} + \left(\frac{6}{K_0}\tilde{\rho}\tilde{\Phi} - \frac{\varepsilon}{K_0}\tilde{\rho}\mathbf{r}_\perp^2 - p\right)\varepsilon\mathbf{r}_\perp - \\ - 2\nabla(p\tilde{\Phi}) + \left(3p + 2\frac{\varepsilon}{K_0}\tilde{\rho}\mathbf{r}_\perp^2 - 2\frac{\tilde{\rho}}{K_0}\tilde{\Phi}\right)\nabla\tilde{\Phi} + 4\frac{\varepsilon}{K_0}\tilde{\rho}(\mathbf{r}_\perp(\nabla_\perp\tilde{\xi}_\perp) + \\ + \nabla_\parallel(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)) - 4\frac{\varepsilon}{K_0}\tilde{\rho}[\mathbf{e}_3\mathbf{r}_\perp]([\mathbf{e}_3\mathbf{r}_\perp]\nabla\tilde{\Phi})\Bigg] + \mathbf{\Pi}_{(m)} = 0, \quad (9)\end{gathered}$$

где

$$\mathbf{\Pi}_{(m)} = \frac{1}{8\pi\rho_0}(\nabla\mathbf{B}^2 - 2(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}),$$

$$x_1 = \frac{x}{a_1}, \quad x_2 = \frac{y}{a_1}, \quad x_3 = \frac{z}{a_3}, \quad p = \frac{P}{P_0}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0},$$

$$\nabla = \nabla_\perp + \nabla_\parallel, \quad \nabla_\perp = \frac{\partial}{\partial x_1}\mathbf{e}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}\mathbf{e}_2, \quad \nabla_\parallel = \frac{1}{e}\frac{\partial}{\partial x_3}\mathbf{e}_3,$$

$$e = \frac{a_3}{a_1}, \quad \mathbf{r}_\perp = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2,$$

а функции $\tilde{\Phi}$, $\tilde{\xi}_\perp$, $\tilde{\Psi}$ равны

$$\begin{gathered}\tilde{\Phi} = -\frac{1}{2\pi a_1^2}\int\tilde{\rho}\frac{dV'}{R}, \quad \tilde{\xi}_\perp = -\frac{1}{2\pi a_1^2}\int\tilde{\rho}\mathbf{r}_\perp\frac{dV'}{R}, \\ \tilde{\Psi} = -\frac{1}{2\pi a_1^2}\int\left(3p + 2\frac{\varepsilon}{K_0}\tilde{\rho}\mathbf{r}_\perp^2 - 2\frac{\tilde{\rho}}{K_0}\tilde{\Phi}\right)\frac{dV'}{R}.\end{gathered} \quad (9a)$$

В нашей работе [3] составлен комплекс программ для символьных вычислений ньютоновского $\tilde{\Phi}$ и пост-ньютоновских $\tilde{\xi}_\perp$ и $\tilde{\Psi}$ гравитационных потенциалов, что позволяет строить методы решения сложнейшей нелинейной системы интегродифференциальных уравнений (9) в $R^3$ с подвижной границей.

Целью данного исследования является замена сложнейшего уравнения (9) на значительно более простое, отличающееся от (9) членами, имеющими порядок $\gamma^2$.

В ньютоновском приближении, при $\mathbf{\Pi}_{(m)} = 0$, (9) имеет вид

$$\tilde{\rho}\nabla\tilde{\Phi} + K_0\nabla p - \tilde{\rho}\varepsilon\mathbf{r}_\perp = 0 \quad (10)$$

или

$$\nabla\left(\tilde{\Phi} + K_0\int\limits_0^p\frac{dp}{\tilde{\rho}} - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2\right) = 0. \quad (10a)$$

Уравнение (10) можно записать также в виде нелинейного относительно $\tilde{\rho}$ интегрального уравнения

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_0 + K_0\int\limits_p^1\frac{dp}{\tilde{\rho}} + \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2, \quad (11)$$

где $\tilde{\Phi}_0 = \tilde{\Phi}(0)$.

Соотношение (11) позволяет в пост-ньютоновских членах заменить $\tilde{\Phi}$ на $\tilde{\Phi}_0 + K_0 \int\limits_p^1 \frac{dp}{\tilde{\rho}} + \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2$. При этом возникает погрешность порядка $\gamma^2$.

В результате простых преобразований уравнение (9) приводится к виду

$$\nabla\Bigg[\tilde{\Phi} + K_0\int\limits_0^p \frac{dp}{\tilde{\rho}} - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2 + \gamma\Bigg(5\tilde{\Psi}_2 - \frac{K_0}{2}\int\limits_0^p \frac{dp^2}{\tilde{\rho}^2} + 2\Bigg(\int\limits_p^1 \frac{dp}{\tilde{\rho}} + \frac{\tilde{\Phi}_0}{K_0}\Bigg)\varepsilon\mathbf{r}_\perp^2 + \\ + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon^2}{K_0}\mathbf{r}_\perp^4 + 4\frac{\varepsilon}{K_0}(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)\Bigg)\Bigg] + 4\gamma\varepsilon[\mathbf{e}_3\mathbf{r}_\perp]\Bigg([\mathbf{e}_3\mathbf{r}_\perp]\nabla_\perp\int\limits_0^p \frac{dp}{\tilde{\rho}}\Bigg) + \\ + 4\gamma\frac{\varepsilon}{K_0}(\mathbf{r}_\perp(\nabla_\perp\tilde{\xi}_\perp) - \nabla_\perp(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)) + \mathbf{\Pi}_{(m)} = 0, \quad (12)$$

где

$$\tilde{\Psi}_2 = -\frac{1}{2\pi a_1^2}\int\Bigg(p + \frac{\varepsilon}{5K_0}\mathbf{r}_\perp^2 - \frac{2}{5}\Bigg(\int\limits_0^1 \frac{dp}{\tilde{\rho}} + \frac{1}{K_0}\tilde{\Phi}_0\Bigg)\Bigg)\frac{dV'}{R}. \quad (12a)$$

Выражение $\tilde{\Psi}_2$ в (12) намного проще выражения $\tilde{\Psi}$ в (9) и его уже реально будет вычислять.

Принципиально (12) отличается от чисто ньютоновского уравнения (10а) наличием членов, на которые не действует только оператор $\nabla$, как в (10а), и, следовательно, (12) в общем случае не сводится к одному скалярному интегральному уравнению вида (11). Но можно показать, что для фигур вращения, когда $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(x_1^2 + x_2^2, x_3^2)$ и при $\mathbf{\Pi}_{(m)} = 0$, (12) имеет вид, как и (10а), но уже учитывает релятивистские эффекты порядка $\gamma$:

$$\tilde{\Phi} + K_0\int\limits_0^p \frac{dp}{\tilde{\rho}} - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2 + \gamma\Bigg(5\tilde{\Psi}_2 - \frac{K_0}{2}\int\limits_0^p \frac{dp^2}{\tilde{\rho}^2} + 2\Bigg(\int\limits_p^1 \frac{dp}{\tilde{\rho}} + \frac{\tilde{\Phi}_0}{K_0}\Bigg)\varepsilon\mathbf{r}_\perp^2 + \\ + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon^2}{K_0}\mathbf{r}_\perp^4 + 4\frac{\varepsilon}{K_0}(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)\Bigg) = \mathrm{const}. \quad (13)$$

Из (13) следует возможность существования с точностью до членов порядка $\gamma$ твердотельного вращения гравитирующих баротропных конфигураций, являющихся фигурами вращения, т. е. при $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(x_1^2 + x_2^2, x_3^2)$. Этот результат работы является достаточно важным и далеко не очевидным.

В случае наличия асимметрии в распределении плотности $\tilde{\rho}$ гравитирующей вращающейся конфигурации два последних члена в (12), содержащих параметр $\varepsilon$, уже в нуль не обращаются и дают вклад в значение этой асимметрии. При этом необходимо решать не одно (11), как в ньютоновском приближении, а три уравнения. Это принципиально отличает ньютоновский и пост-ньютоновский подходы к изучению гравитирующих конфигураций.

В самом простом приближении, когда плотность гравитирующей конфигурации считается постоянной $\tilde{\rho} \equiv 1$, уравнения (12) и (13) существенно упрощаются и имеют вид

$$\nabla\Bigg[\tilde{\Phi} + K_0 p - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2 + \gamma\Bigg(5\tilde{\Psi}_3 - \frac{K_0}{2}p^2 + 2\Bigg(1 - p + \frac{\tilde{\Phi}_0}{K_0}\Bigg)\varepsilon\mathbf{r}_\perp^2 + \\ + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon^2}{K_0}\mathbf{r}_\perp^4 + 4\frac{\varepsilon}{K_0}(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)\Bigg)\Bigg] + 4\gamma\varepsilon[\mathbf{e}_3\mathbf{r}_\perp]([\mathbf{e}_3\mathbf{r}_\perp]\nabla_\perp p) + \\ + 4\gamma\frac{\varepsilon}{K_0}(\mathbf{r}_\perp(\nabla_\perp\tilde{\xi}_\perp) - \nabla_\perp(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)) + \mathbf{\Pi}_{(m)} = 0, \quad (14)$$

где

$$\tilde{\Psi}_3 = -\frac{1}{2\pi a_1^2}\int\Bigg(p + \frac{\varepsilon}{5K_0}\mathbf{r}_\perp^2 - \frac{2}{5}\Bigg(1 + \frac{1}{K_0}\tilde{\Phi}_0\Bigg)\Bigg)\frac{dV'}{R}. \quad (14a)$$

В отличие от (12) в (14) искомой функцией будет не $\tilde{\rho}$, а $p$. Для фигур вращения $p = p(x_1^2 + x_2^2, x_3^2)$ и система уравнений (14) сведется к одному интегральному уравнению:

$$\tilde{\Phi} + K_0 p - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{r}_\perp^2 + \gamma\Bigg(5\tilde{\Psi}_3 - \frac{K_0}{2}p^2 + 2\Bigg(1 - p + \frac{\tilde{\Phi}_0}{K_0}\Bigg)\varepsilon\mathbf{r}_\perp^2 + \\ + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon^2}{K_0}\mathbf{r}_\perp^4 + 4\frac{\varepsilon}{K_0}(\mathbf{r}_\perp\tilde{\xi}_\perp)\Bigg) = \mathrm{const}. \quad (15)$$

Как видно из (15), аналитическая структура уравнения равновесия вращающихся гравитирующих конфигураций, учитывающего релятивистские эффекты, намного сложнее и разнообразнее ньютоновского уравнения. Оно содержит свободный релятивистский параметр $\gamma$, при различных значениях которого (в нашем случае $\gamma \ll 1$) могут иметь место интересные для астрофизики релятивистские эффекты.

Для решения ньютоновского уравнения (11) в [3] развит эффективный метод, основанный на разложении по малому параметру $X$, характеризующему порядок асимметрии распределения плотности относительно оси вращения. В качестве этого параметра удобно взять $\tilde{\rho}_{[20]0}$ или $\rho_{[20]0}$. Здесь $\rho_{abc}$ и $p_{abc}$ — коэффициенты разложения $\tilde{\rho}$ и $p$ по степеням координат $x_1$, $x_2$, $x_3$. Здесь $\tilde{\rho}_{[20]0} = \frac{1}{2}(\tilde{\rho}_{200} - \tilde{\rho}_{020})$, $p_{[20]0} = \frac{1}{2}(p_{200} - p_{020})$. В нулевом по $X$ приближении решаем более простые уравнения (13) и (15).

Для решения уравнений (13), (15) в нашей работе [3] построен символьно-численный метод, позволяющий свести эти уравнения к системе алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения плотности или давления, описывающих фигуры равновесия, по степеням декартовых координат.

Асимметрия распределения плотности конфигурации будет тогда определяться системой линейных по $X$ уравнений, особые точки которой по параметрам $\varepsilon$, $\gamma$ $(e, \gamma)$ будут точками бифуркации решений уравнений (12), (14), в которых происходит ответвление от фигур вращения асимметричных конфигураций.

Вблизи точек бифуркации соответствующие уравнения нужно уже решать с точностью до членов порядка $X^3$. Эта задача тоже может быть решена на основе комплекса программ символьно-численных вычислений, построенного в [3].

Асимметрия распределения плотности пульсара обуславливает интенсивность их гравитационного излучения, которое для миллисекундных пульсаров может существенно повлиять на их эволюцию. Интенсивно проводятся поиски гравитационного излучения от космических источников [7], в том числе и от пульсаров.

Присутствующий в пост-ньютоновском приближении в уравнениях, описывающих гравитирующие быстровращающиеся релятивистские конфигурации, параметр $\gamma$, целиком определяемый уравнением состояния сверхплотного ядерного вещества $P_0 = P_0(\rho_0)$, может существенно изменить структуру конфигураций.

Автор благодарит А. Н. Сисакяна за поддержку исследований по сверхплотным гравитирующим конфигурациям.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тассуль Ж. Л.* Теория вращающихся звезд. М.: Мир, 1982. 472 с.

2. *Чандрасекар С.* Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1982.

3. *Беспалько Е. В. и др.* Гравитирующая быстровращающаяся сверхплотная конфигурация с реалистическими уравнениями состояния // Матем. моделирование. 2006. Т. 118, №3. С. 103–119.

4. *Цветков В. П.* Излучение гравитационных волн гравитирующими системами в пост-ньютоновском приближении // Астрон. журн. 1984. Т. 61. С. 673–676.

5. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.

6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Н.* Теория поля. М.: Наука, 1967.

7. *Brady P. R. et al.* Searching for Periodic Sources with LIGO // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 2101–2116.

Получено 26 сентября 2006 г.