

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ САМОСОГЛАСОВАННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИНСТАНТОННОЙ ЖИДКОСТИ

*Г. М. Зиновьев*<sup>а</sup>, *С. В. Молодцов*<sup>б, в</sup>

<sup>а</sup> Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАНУ, Киев

<sup>б</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>в</sup> Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Обсуждается возможность самосогласованного определения параметров инстантонной жидкости с оптимальными конфигурациями псевдочастиц. Получена оценка ослабления отталкивательного взаимодействия псевдочастиц. Проводится сравнение различных ансамблей псевдочастиц.

The possibility of self-consistent determination of instanton liquid parameters is discussed together with the definition of optimal pseudo-particle configurations and comparing the various pseudo-particle ensembles. The weakening of repulsive interactions between pseudo-particles is argued and estimated.

PACS: 11.15Kc, 12.38-Aw

Настоящая работа посвящена детальному обсуждению и решению задачи об определении оптимального профиля псевдочастиц в модели инстантонной жидкости вакуума КХД (II). В порядке введения, напомним процедуру усредненного описания ансамбля псевдочастиц, лежащую в основе такой модели. Такой подход был использован нами в работе [1] для исследования проблемы экранировки внешнего цветового поля ансамблем псевдочастиц. Однако, в отличие от работы [1], мы изберем несколько иной язык изложения, представляющий, как нам кажется, метод усреднения в более наглядной форме.

Изучается глюонное поле  $B$ , находящееся под действием фонового сильного стохастического глюонного поля. Конкретные оценки были получены для ансамбля (анти)инстантонов, хотя аналогичное рассмотрение, в принципе, применимо и к другим ансамблям. Пусть конфигурация поля задается, приближенно, в виде простой суперпозиции

$$A_\mu^a(x) = B_\mu^a(x) + \sum_{i=1}^N A_\mu^a(x; \gamma_i), \quad (1)$$

здесь  $A_\mu^a(x; \gamma_i)$  обозначает вклад отдельного (анти)инстантона,  $\gamma_i = (\rho_i, z_i, \omega_i)$  служит для обозначения параметров, описывающих  $i$ -й (анти)инстантон с размером  $\rho$ , матрицей цветовой ориентации  $\omega$  и  $z$  — координатой центра псевдочастицы. Напомним, что в основе этой формулировки задачи лежит гипотеза, что физический вакуум населен интенсивными стохастическими глюонными полями, которые могут быть аппроксимированы

квазиклассическими конфигурациями, решениями уравнений Янга–Миллса [2]. Необходимые детали решения  $A_\mu^a(x; \gamma_i)$  будут оговорены ниже, также будут приведены функции распределения по параметрам  $\gamma$ , которые характеризуют стохастический ансамбль.

Последовательная процедура квантового описания поля  $B$ , одинаково пригодная в пертурбативной и в непертурбативной областях, все еще окончательно не выработана. Поэтому мы обращаемся в качестве исходного момента к описанию, которое применяется в теории возмущений. Тогда в шредингеровском представлении оператор глюонного поля  $B$  имеет вид

$$B_\mu^a(\mathbf{x}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{(2|k_4|)^{1/2}} \times \\ \times \left[ b(\mathbf{k}; \nu, c) e_\mu^a(\mathbf{k}; \nu, c) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + b^+(\mathbf{k}; \nu, c) e_\mu^{*a}(\mathbf{k}; \nu, c) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right], \quad (2)$$

$|k_4| = |\mathbf{k}|$  и не зависит от времени явно, а  $e_\mu^a$  обозначает векторы поляризации,  $b^+$ ,  $b$  — соответствующие операторы рождения и уничтожения глюонов. Всюду подразумевается суммирование по индексам  $\nu$  и  $c$ . В этом выражении индекс  $\nu$  описывает две физические поляризации глюона, а индекс  $c$  призван играть аналогичную роль в отношении цветовой поляризации. При этом эволюция квантовополевого состояния определяется с помощью уравнения на волновую функцию состояния  $\Psi$  (выражение приводится для случая евклидовых переменных)

$$\dot{\Psi} = -[H_0(A) + V_S(A)]\Psi, \quad (3)$$

здесь  $H_0(A)$  — стандартный свободный, квадратичный по глюонным полям гамильтониан;  $V_S(A)$  — гамильтониан взаимодействия, содержащий кубичные члены и члены четвертого порядка по глюонным полям. Явный вид гамильтониана нам не понадобится, но скажем, что в качестве условия связи используется калибровка Лоренца

$$\partial_\mu A_\mu^a(x) = 0, \quad (4)$$

которая одновременно оказывается условием непротиворечивости эффективного гамильтониана, получаемого в конце вычислений.

Явная зависимость от «времени» в гамильтониане взаимодействия содержится только в стохастическом глюонном поле. Если считать эту компоненту достаточно быстроменяющейся по сравнению с временами, характерными для поля  $B$ , то естественно прибегнуть к хорошо известной процедуре усредненного описания системы. При этом состояния системы  $\Psi$  описываются приближенно, посредством соответствующих средних (по «времени»), а также высших моментов. Однако в квантовой теории имеется определенная трудность, поскольку по своему физическому смыслу волновая функция  $\Psi$  является амплитудой вероятности, и непосредственное усреднение

$$\langle \Psi(t) \rangle = \frac{\int_0^t d\tau \Psi(\tau)}{t}$$

может оказаться бессодержательным. Поэтому более последовательным представляется изучение среднего  $\langle \Psi^* \Psi \rangle$  (соответствующей матрицы плотности). Тем не менее имеются

серьезные основания надеяться, что использование усредненной амплитуды вероятности  $\langle \Psi \rangle$  в случае основного (квазистационарного) состояния будет все же весьма информативным.

В представлении взаимодействия  $\Psi = e^{H_0 t} \Phi$  уравнение (3) переписывается в виде

$$\dot{\Phi} = -V\Phi, \quad V = e^{H_0 t} V_S e^{-H_0 t}. \quad (5)$$

Теперь, наряду со стохастическим глюонным полем, зависимость от времени появилась и в операторах  $B$ . Путем усреднения по быстропеременной компоненте для длинноволновой составляющей (для «медленных» переменных) получают

$$\langle \dot{\Phi}(t) \rangle = -\langle V(t) \rangle \langle \Phi(t) \rangle. \quad (6)$$

На этом этапе автоматически появляются усреднения по параметрам, описывающим стохастический ансамбль. Следующие члены кумулянтного разложения нам в этой работе не понадобятся. Условия, при которых можно факторизовать длинноволновую компоненту, хорошо известны [3]. Теперь можно выделить члены, оказывающиеся существенными в усредненном гамильтониане взаимодействия  $\langle V(t) \rangle$ . Тензор напряженности поля  $B$  и поля каждой отдельной псевдочастицы  $A$  представляется в виде

$$G_{\mu\nu}^a = G_{\mu\nu}^a(B) + G_{\mu\nu}^a(A) + G_{\mu\nu}^a(A, B), \quad (7)$$

где первые два слагаемых даются стандартным выражением для напряженности поля

$$G_{\mu\nu}^a(A) = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (8)$$

здесь  $f^{abc}$  — антисимметричный тензор (структурная константа цветовой группы). Третье слагаемое в формуле (7) представляет вклад смешанной компоненты напряженности поля

$$G_{\mu\nu}^a(A, B) = g f^{abc} (B_\mu^b A_\nu^c - B_\nu^b A_\mu^c). \quad (9)$$

При усреднении по времени стохастическая компонента факторизуется и приводит к нетривиальному вкладу в членах четвертого порядка по полю. Вклад, генерируемый смешанной компонентой, оказывается старшим и может быть выражен через соответствующую корреляционную функцию  $\langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(y) \rangle$ . Прделанные недавно решеточные измерения этой корреляционной функции можно интерпретировать как генерацию «массы» глюона порядка 300–400 МэВ в области импульсов порядка 200 МэВ [4].

Возвращаясь к представлению Шредингера, в итоге получаем эффективный свободный гамильтониан, призванный описывать усредненные состояния поля  $\langle \Psi \rangle$

$$\langle H_0 \rangle = H_0(B) + \frac{m^2}{2} B_\mu^a B_\mu^a, \quad (10)$$

причем параметр массы для псевдочастиц стандартного профиля, например, имеет следующий явный вид (см., например, [1]):

$$m^2 = 9\pi^2 \frac{N_c}{N_c^2 - 1} n\bar{\rho}^2, \quad (11)$$

где  $n = N/V$  — плотность ансамбля псевдочастиц;  $V$  — объем, занимаемый ансамблем;  $\bar{\rho}$  — средний размер псевдочастицы;  $N_c$  — число цветов.

Индукцированный стохастической компонентой эффект корреляций квантового поля  $B$  можно представить также в виде канонического преобразования к новым операторам рождения и уничтожения

$$\begin{aligned} B(\mathbf{k}; \nu, c) &= T b(\mathbf{k}; \nu, c) T^{-1} = \sinh \theta b(\mathbf{k}; \nu, c) + \cosh \theta b^+(-\mathbf{k}; \nu, c), \\ B^+(-\mathbf{k}; \nu, c) &= T b^+(-\mathbf{k}; \nu, c) T^{-1} = \cosh \theta b(\mathbf{k}; \nu, c) + \sinh \theta b^+(-\mathbf{k}; \nu, c), \\ T &= \prod_{k, \nu, c} \exp \left\{ \frac{\theta}{2} [b^+(\mathbf{k}; \nu, c) b^+(-\mathbf{k}; \nu, c) - b(\mathbf{k}; \nu, c) b(-\mathbf{k}; \nu, c)] \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

при помощи которых оператор  $\langle H_0 \rangle$  выражается стандартным образом через оператор плотности частиц  $B^+ B$ . Теперь оператор поля представляется через «массивные» глюоны как

$$\begin{aligned} B_\mu^a(\mathbf{x}) &= \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{(2|K_4|)^{1/2}} \times \\ &\times \left[ B(\mathbf{k}; \nu, c) E_\mu^a(\mathbf{k}; \nu, c) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + B^+(\mathbf{k}; \nu, c) \overset{*}{E}_\mu^a(\mathbf{k}; \nu, c) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где  $|K_4| = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$ ,  $\sinh \theta = \frac{1}{2} \left( \frac{K_4^{1/2}}{k_4^{1/2}} + \frac{k_4^{1/2}}{K_4^{1/2}} \right)$ , причем новые поляризационные векторы  $E_\mu^a$  выражаются через векторы безмассовых глюонов  $e_\mu^a$  с помощью следующих соотношений

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2|K_4|)^{1/2}} E_\mu^a(\mathbf{k}; \nu, c) &= \frac{1}{(2|k_4|)^{1/2}} \times \\ &\times \left[ -\sinh \theta e_\mu^a(\mathbf{k}; \nu, c) + \cosh \theta \overset{*}{e}_\mu^a(-\mathbf{k}; \nu, c) \right], \\ \frac{1}{(2|K_4|)^{1/2}} \overset{*}{E}_\mu^a(-\mathbf{k}; \nu, c) &= \frac{1}{(2|k_4|)^{1/2}} \times \\ &\times \left[ \cosh \theta e_\mu^a(\mathbf{k}; \nu, c) - \sinh \theta \overset{*}{e}_\mu^a(-\mathbf{k}; \nu, c) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Отметим, что гамильтониан в (3) (с понятными оговорками, связанными с вырожденностью соответствующей гамильтоновой системы) калибровочно-инвариантен. Итоговое же выражение для эффективного гамильтониана (10), описывающего скоррелированные пары (13), калибровочную инвариантность теряет. Подобная ситуация хорошо известна в теории сверхпроводимости, основанной на уравнении Гинзбурга–Ландау. Изначально теория калибровочно-инвариантна, однако при описании реакции скоррелированных пар на внешнее поле калибровочная инвариантность теряется. Причина, как известно, заключается в том, что приближение среднего поля Гинзбурга–Ландау не учитывает зависимости конденсата (иными словами, корреляций электронов) от внешнего поля. Для ее учета следует выйти за рамки приближения Гинзбурга–Ландау (см., например, [5]). В случае интересующей нас задачи следует хотя бы уметь оценивать плотность ансамбля как функцию внешнего поля  $n(B)$ .

Наиболее экономный способ вывода эффективного гамильтониана (соответствующего лагранжиана) (10) связан с кластерным разложением экспоненты производящего функционала [6]

$$Z = \int D[\mathcal{A}] e^{-S(\mathcal{A})}, \quad (15)$$

где  $S(\mathcal{A})$  — действие поля Янга–Миллса,

$$\langle \exp(-S) \rangle_{\omega z} = \exp \left( \sum_k \frac{(-1)^k}{k!} \langle \langle S^k \rangle \rangle_{\omega z} \right), \quad (16)$$

где  $\langle S_1 \rangle = \langle \langle S_1 \rangle \rangle$ ,  $\langle S_1 S_2 \rangle = \langle S_1 \rangle \langle S_2 \rangle + \langle \langle S_1 S_2 \rangle \rangle \dots$  (первый кумулянт определяется просто усреднением действия), причем старший не исчезающий вклад по плотности ансамбля  $n$  как раз и дается эффективным гамильтонианом (соответствующим лагранжианом) (10) (см., например, [1], а также изложение ниже).

Оценка производящего функционала (15) с использованием в качестве насыщающей конфигурации квазиклассического ансамбля (анти)инстантонов была дана в работе [7]. Хотя полученные результаты вполне оправдывают развитый подход, выдвинутая в работе идея отталкивательного взаимодействия (анти)инстантонов подверглась серьезной критике [8]. Было продемонстрировано, что вместо отталкивания на малых расстояниях инстантон-антиинстантонная конфигурация проявляет серьезную тенденцию к аннигиляции, превращаясь тем самым, по существу, в конфигурацию, близкую к пертурбативной. Кроме того, и в самой работе [7] неудачным оказалось применение вариационного принципа для поиска оптимального профиля псевдочастицы и построения на этой основе самосогласованных конфигураций. Буквальное следование вариационной процедуре работы [7] автоматически приводит к псевдочастице нулевого размера. Были предложены альтернативные механизмы стабилизации ансамбля: сценарий, связанный со специфическими свойствами самого насыщающего ансамбля [9]; механизм замораживания константы связи [10]; подход, в котором стабилизация обусловлена влиянием конформной компоненты [11].

В настоящей работе мы еще раз рассмотрим задачу определения оптимального профиля псевдочастиц, поставленную в [7]. Для нас будет несущественным механизм стабилизации ансамбля на фундаментальном уровне, единственное предположение, на которое мы будем существенно опираться, состоит в наличии ненулевой корреляционной функции (характеризующей вклад стохастической компоненты):  $\langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(y) \rangle$ , вид и свойства которой мы обсудим ниже.

В качестве насыщающей (аппроксимирующей) производящий функционал (15) конфигурации рассматривается суперпозиция (1), где для поля (анти)инстантона в сингулярной калибровке введено обозначение

$$A_\mu^a(x; \gamma) = \frac{2}{g} \omega^{ab} \bar{\eta}_{b\mu\nu} \frac{y_\nu}{y^2} f(y), \quad y = x - z, \quad (17)$$

здесь  $g$  — константа связи неабелевого поля;  $\bar{\eta}_{a\mu\nu} = \varepsilon_{a\mu\nu} - \delta_{a\mu} \delta_{\nu 4} + \delta_{a\nu} \delta_{\mu 4}$  — символ 'т Хоофта. Функция  $f(y)$  описывает профиль псевдочастицы и будет определяться решением соответствующей вариационной задачи. Для стандартного сингулярного инстантона,

например,

$$f(y) = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{\rho^2}}. \quad (18)$$

Для антиинстантона следует произвести замену символов 'т Хоофта  $\bar{\eta} \rightarrow \eta$ . Для удобства мы ввели отдельное обозначение для какой-либо одной псевдочастицы  $B$ , как бы выделив ее. В частности, для сингулярного инстантона вида (17) имеем

$$G_{\mu\nu}^a = -\frac{4}{g} \omega^{ak} \left[ \bar{\eta}_{k\alpha\beta} \frac{f(1-f)}{y^2} + (\bar{\eta}_{k\mu\beta} y_\nu - \bar{\eta}_{k\nu\alpha} y_\mu) \frac{y_\alpha}{y^2} \left( f' - \frac{f(1-f)}{y^2} \right) \right], \quad (19)$$

где  $f'$  обозначает производную по  $y^2$ . Для смешанной компоненты из формулы (7) можно получить

$$G_{\mu\nu}^a(A, B) = g f^{abc} \omega^{cd} \frac{2}{g} (B_\mu^b \bar{\eta}_{d\nu\alpha} - B_\nu^b \bar{\eta}_{d\mu\alpha}) \frac{y_\alpha}{y^2} f. \quad (20)$$

В работе [1] был сформулирован вариант вариационного принципа, позволяющий в длинноволновом приближении находить самосогласованное решение для ансамбля псевдочастиц (антиинстантонов в сингулярной калибровке со стандартным профилем (18)) и внешнего поля, т. е. средний размер псевдочастиц и плотность инстантонной жидкости как функцию внешнего поля  $\bar{\rho}(B)$ ,  $n(B)$ . Сейчас мы применим его и к самой насыщающей конфигурации (1), с тем чтобы определить, как это было предложено в работе [7], более оптимальный, нежели стандартный, профиль псевдочастицы. Для этого потребуется несколько модифицировать вариационную процедуру работы [7], а для того, чтобы было удобнее проследить, где именно вносятся изменения, будем использовать обозначения из нее. Наглядно отличия вариационных принципов работ [7] и [1] можно проиллюстрировать следующим образом. В работе [7] описывающие ансамбль характеристики: средний размер псевдочастицы  $\bar{\rho}$  и плотность инстантонной жидкости  $n$  — считаются независимыми от координат. В нашем же случае эти параметры являются функциями расстояния до центра выделенной псевдочастицы, профиль которой  $f(y)$  подлежит определению, причем оказывается, что его можно найти в рамках схемы, предложенной в [7]. Для асимптотически больших расстояний размер псевдочастиц выходит на некоторое постоянное по ансамблю значение  $\bar{\rho}$ . С помощью этого параметра удобно выражать вклады интегралов, обладающих размерностью (через соответствующие степени этого параметра). Аналогичным образом рассчитывается вклад элемента инстантонной жидкости, находящегося на конечном расстоянии от центра выделенной псевдочастицы. Полагается, что профильная функция не изменяет своего вида, но асимптотическое значение размера псевдочастиц (и плотности инстантонной жидкости), образующих элемент инстантонной жидкости, является функцией расстояния до центра выделенной псевдочастицы (см. рис. 2 и 3).

Вклад разыскиваемой конфигурации в производящий функционал оценивается как (обозначения см. в [7])

$$Z \simeq Y = \int D[B] \frac{1}{N!} \int \prod_{i=1}^N d\gamma_i e^{-S(B, \gamma)}. \quad (21)$$

В этом выражении следует учесть следующие члены:

$$S(B, \gamma) = - \sum_{i=1}^N \ln d(\rho_i) + \beta U_{\text{int}} + \sum_{i=1}^N U_{\text{ext}}^i(B) + S(B) \quad (22)$$

(детали вывода этого выражения приведены в цитированной работе [1]). Здесь лишь напомним, что следует проводить усреднение по параметрам, описывающим псевдочастицы, и оставлять только старшие вклады при суммировании по псевдочастицам. В этом выражении параметры  $\gamma$  и  $N$ , вообще говоря, являются функциями поля  $B$ , но, чтобы не усложнять обозначений, эти зависимости опущены. В том случае, когда насыщающая конфигурация имеет вид инстантона в сингулярной калибровке со стандартным профилем (18), первое слагаемое, описывающее одноинстантонные вклады, имеет вид функции распределения по размерам (анти)инстантонов

$$d(\rho) = C_{N_c} \Lambda^b \rho^{b-5} \tilde{\beta}^{2N_c}, \quad (23)$$

где

$$b = \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f, \quad (24)$$

$$\tilde{\beta} = -b \ln(\Lambda \bar{\rho}),$$

$$C_{N_c} \approx \frac{4,66 \exp(-1,68 N_c)}{\pi^2 (N_c - 1)! (N_c - 2)!}.$$

Если же рассматривается профиль (17), то следует учесть изменение действия одной псевдочастицы:

$$S_i = 3 \int_0^\infty \frac{dy^2}{y^2} \beta [(y^2 f')^2 + f^2 (1 - f)^2], \quad (25)$$

здесь  $\beta = 8\pi^2/g^2$  — характерное действие одной псевдочастицы стандартного вида (18), определяемое на масштабе ее среднего размера  $\beta = \beta(\bar{\rho})$ , где  $\beta(\rho) = -\ln C_{N_c} - b \ln(\Lambda \rho)$ . Принимая во внимание, что коэффициент  $b$  всегда будет входить в выражения (в частности, в функцию распределения (23)) с дополнительным множителем  $s = S_i/\beta$ , во всех формулах, описывающих одноинстантонные вклады, следует произвести замену

$$b \rightarrow bs. \quad (26)$$

В предпоследнем слагаемом формулы (22) собраны парциальные вклады псевдочастиц, обусловленные смешанной компонентой тензора напряженности (9) и описывающие взаимодействие ансамбля псевдочастиц и выделенной псевдочастицы

$$U_{\text{ext}}^i(B) = \int d^4x \left\langle \frac{G_{\mu\nu}^a(A_i, B) G_{\mu\nu}^a(A_i, B)}{4} \right\rangle_{\gamma_i}.$$

Остальные вклады при характерных параметрах  $\mathbb{II}$ , как было продемонстрировано в работе [1], малы. Среднее от смешанной компоненты представляется в следующем виде:

$$\langle G_{\mu\nu}^a(A, B) G_{\mu\nu}^a(A, B) \rangle_{\omega z} = \frac{18}{V} \frac{N_c}{N_c^2 - 1} I B_\mu^b B_\mu^b, \quad B^2 = \frac{12}{g^2} \frac{f^2}{y^2}, \quad (27)$$

где усреднение обозначает интегрирование по цветовым ориентациям псевдочастицы (с мерой, нормированной на единицу) и по положениям ее центра:  $\langle \rangle_{\omega z} = \iint \frac{d\omega dz}{V}$ ;  $I$  обозначает интеграл с профильной функцией псевдочастицы

$$I_{\alpha,\beta} = \delta_{\alpha,\beta} I = \int dy \frac{y_\alpha y_\beta}{y^4} f^2, \quad I = \frac{\pi^2 \rho^2}{4} \int_0^\infty d\vartheta f^2, \quad \vartheta = \frac{y^2}{\rho^2}.$$

Как было отмечено выше, на конечном расстоянии от центра выделенной псевдочастицы в этом выражении после усреднения по ансамблю появится средний размер антиинстантона для данного элемента инстантонной жидкости (см. также формулу (31)).

Для псевдочастицы стандартного вида (18), в частности, имеем

$$\int_0^\infty d\vartheta f^2 = 1.$$

В случае произвольной профильной функции  $f$  во всех членах, описывающих взаимодействие  $\Pi$  и выделенной псевдочастицы, следует заменить соответствующую константу (см. [1])  $\zeta_0 = \frac{9\pi^2}{2} \frac{N_c}{N_c^2 - 1}$  на модифицированную

$$\zeta = \lambda \zeta_0, \quad \text{с } \lambda = \int_0^\infty d\vartheta f^2.$$

Формула (27) демонстрирует, что при определенных условиях следует, как это обсуждалось во введении, выделить корреляционную функцию

$$\langle A_\mu^a(x; \gamma) A_\mu^a(y; \gamma) \rangle_{\omega z} = \frac{4}{g^2} \frac{N_c}{N_c^2 - 1} \frac{\rho^2}{V} F\left(\frac{|x - y|}{\rho}\right). \quad (28)$$

Для псевдочастицы стандартного вида функция  $F(\Delta)$  равна

$$F(\Delta) = \frac{\pi^2}{4} \frac{\Delta^2 + 2}{|\Delta|} \sqrt{\Delta^2 + 4} \ln \left| \frac{\sqrt{\Delta^2 + 4}(\Delta^2 + 1) + \Delta^3 + 3\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 4} - \Delta} \right| - \\ - \pi^2 \frac{(\Delta^2 + 1)^2}{\Delta^2} \ln(1 + \Delta^2) + \pi^2 \Delta^2 \ln |\Delta|, \quad (29)$$

с асимптотиками

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} F(\Delta) \rightarrow \pi^2 - \frac{\pi^2}{3} \Delta^2 + \pi^2 \Delta^2 \ln |\Delta|, \quad \lim_{\Delta \rightarrow \infty} F(\Delta) \rightarrow \frac{\pi^2}{\Delta^2}.$$

Наличие корреляции (28) и является тем предположением, о котором мы говорили в начале нашей работы.



Второе слагаемое в (22) описывает то же самое отталкивательное взаимодействие, но уже псевдочастиц ансамбля друг с другом:

$$\beta U_{\text{int}} = \sum_{i,j} \int d^4x \left\langle \frac{G_{\mu\nu}^a(A_i, A_j) G_{\mu\nu}^a(A_i, A_j)}{4} \right\rangle_{\gamma_i, \gamma_j}$$

и в действительности представляет собой тот же вклад, что и  $U_{\text{ext}}$ , но проинтегрированный с полем каждой индивидуальной псевдочастицы  $B$ ,  $\beta U_{\text{int}} = \int d^4x \frac{m^2}{2} B^2$ . В результате константу, описывающую взаимодействие псевдочастиц (см. [7])  $\xi_0^2 = \frac{27 \pi^2}{4} \frac{N_c}{N_c^2 - 1}$ , следует заменить на

$$\xi^2 = \lambda^2 \xi_0^2$$

(аналогично замене параметра  $\zeta$ ). Наконец, последнее слагаемое в (22) — это просто янг-миллсовское действие поля  $B$

$$S(B) = \int d^4x \frac{G_{\mu\nu}^a(B) G_{\mu\nu}^a(B)}{4}.$$

Заметим, кстати, что топологический заряд конфигурации (17) остается равным единице:

$$N = \frac{1}{\beta} \int d^4x \frac{G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a}{4} = -6 \int_0^\infty d\vartheta f' f (1 - f) = 1, \quad \tilde{G}_{\mu\nu}^a = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G_{\alpha\beta}^a.$$

где  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  — полностью антисимметричный тензор,  $\varepsilon_{1234} = 1$ .

Наконец, осталось обсудить изменение константы  $C_{N_c}$ . Современное состояние теории таково, что нам ничего не известно о ней как функции насыщающего ансамбля  $C_{N_c}(n)$ . На сегодняшний день используется то, что найдено 'т Хоофтом для одной изолированной псевдочастицы.

Пользуясь свойством выпуклости экспоненты, производящий функционал (21) можно оценить с помощью аппроксимирующего функционала (см. [7])

$$Y \geq Y_1 \exp(-\langle S - S_1 \rangle), \quad (30)$$

где

$$Y_1 = \int D[B] \frac{1}{N!} \int \prod_{i=1}^N d\gamma_i e^{-S_1(B, \gamma) - S(B)}, \quad S_1(B, \gamma) = - \sum \ln \mu(\rho_i),$$

а  $\mu(\rho)$  — эффективная одночастичная функция распределения, определяемая в ходе решения вариационной задачи. В нашем частном случае среднее от разности действий дается выражением

$$\begin{aligned} \langle S - S_1 \rangle &= \frac{1}{Y_1} \frac{1}{N!} \int \prod_{i=1}^N d\gamma_i \left[ \beta U_{\text{int}} + U_{\text{ext}}(\gamma, B) - \sum \ln d(\rho_i) + \sum \ln \mu(\rho_i) \right] \times \\ &\quad \times \exp \left( \sum \ln \mu(\rho_i) \right) = \frac{N}{\mu_0} \int d\rho \mu(\rho) \ln \frac{\mu(\rho)}{d(\rho)} + \frac{\beta}{2} \frac{N^2}{V^2} \frac{1}{\mu_0^2} \times \\ &\quad \times \int d\gamma_1 d\gamma_2 U_{\text{int}}(\gamma_1, \gamma_2) \mu(\rho_1) \mu(\rho_2) + \int d^4x \frac{N}{V} \int d\rho \frac{\mu(\rho)}{\mu_0} \rho^2 \zeta B^2 = \\ &= \int d^4x n \left( \int d\rho \frac{\mu(\rho)}{\mu_0} \ln \frac{\mu(\rho)}{d(\rho)} + \frac{\beta \xi^2}{2} n \left( \overline{\rho^2} \right)^2 + \zeta \overline{\rho^2} B^2 \right), \quad (31) \end{aligned}$$

здесь  $\mu_0 = \int d\rho \mu(\rho)$ . Как отмечалось выше, в этом выражении в промежуточных выкладках следовало бы всюду употреблять обозначения, описывающие вклад каждого элемента инстантонной жидкости как функцию поля  $B$ . Мы ограничимся оценкой функционалов только в длинноволновом (адиабатическом) приближении, т. е. будем считать, что элементы инстантонной жидкости находятся в равновесном состоянии под действием фиксированного поля  $B$ . Результирующее выражение дано последним равенством, в котором выделено интегрирование, проводимое по элементам жидкости  $d^4x$ , чтобы подчеркнуть, что описывающие состояние ПЛ параметры могут рассматриваться как функции  $\bar{\rho}(x)$ ,  $n(x)$ ,  $B(x)$ , подлежащие определению в ходе решения вариационной задачи. Понятен физический смысл представленного функционала, демонстрирующего, что каждый отдельный фрагмент ПЛ обладает характерным для него экранированием приложенного поля.

Варьируя теперь разность действий  $\langle S - S_1 \rangle$  по  $\mu(\rho)$ , находим

$$\mu(\rho) = C d(\rho) e^{-(n\beta\xi^2\overline{\rho^2} + \zeta B^2)\rho^2},$$

где  $C$  — некоторая произвольная константа, которую фиксируем требованием, чтобы при выключенном поле функция распределения совпадала с вакуумным значением ( $B = 0$ ), тогда

$$\mu(\rho) = C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} \Lambda^{bs} \rho^{bs-5} e^{-(n\beta\xi^2\overline{\rho^2} + \zeta B^2)\rho^2}. \quad (32)$$

Используя определение среднего размера

$$\overline{\rho^2} = \frac{\int d\rho \rho^2 \mu(\rho)}{\mu_0},$$

приходим к полезному соотношению, связывающему средний размер псевдочастиц и плотность ПЛ,

$$(n\beta\xi^2\overline{\rho^2} + \zeta B^2)\overline{\rho^2} \simeq \nu, \quad (33)$$

где  $\nu = \frac{bs-4}{2}$ . Отсюда видно, что распределению псевдочастиц по размерам можно придать хорошо известную форму:

$$\mu(\rho) = C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} \Lambda^{bs} \rho^{bs-5} \exp \left( -\nu \frac{\rho^2}{\overline{\rho^2}} \right). \quad (34)$$

С помощью (31) и (34) оценку для производящего функционала (30) можно представить в виде

$$Y \geq \int D[B] e^{-S(B)} e^{-E}, \quad (35)$$

$$E = \int d^4x n \left\{ \ln \frac{n}{\Lambda^4} - 1 - \frac{\nu}{2} + \frac{\zeta \bar{\rho}^2 B^2}{2} - \ln \left[ \frac{\Gamma(\nu)}{2} C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} \right] - \nu \ln \frac{\bar{\rho}^2}{\nu} \right\}.$$

Теперь, зная связь плотности  $\Pi$  и среднего размера псевдочастицы (33), находим при фиксированных: поле  $B$ , параметрах  $s$  и  $\lambda$  — максимум функционала (35) по описывающим  $\Pi$  параметрам, решая соответствующее трансцендентное уравнение численно ( $dE/d\bar{\rho} = 0$ ). Отметим, что появление фактора  $1/2$  по сравнению с [7] в  $\Gamma(\nu)/2$  связано с тем, что соответствующий интеграл принимает гауссовскую форму для квадрата  $\rho$ , и соответственно элемент интегрирования требует введения  $2\rho d\rho$ . Однако очевидно, что это не приводит к каким-либо серьезным последствиям, поскольку для применений следует выбирать подходящее значение параметра  $\Lambda$ , оцениваемое по каким-либо наблюдаемым, например, по константе пионного распада. Кроме того, следует все же помнить, что модель инстантонной жидкости представляет собой достаточно грубое приближение. Мы приведем результаты для обоих вариантов, поскольку это характеризует зависимость результатов от выбора перенормировочной константы  $C_{N_c}$ .

Эффективное действие для поиска оптимальной конфигурации  $f$  можно записать в виде нелинейного функционала

$$S_{\text{eff}} = \int d^4x \left( \frac{G_{\mu\nu}^a(B) G_{\mu\nu}^a(B)}{4} + E[B] \right), \quad (36)$$

в котором состояние  $\Pi$  описывается решениями  $\bar{\rho}[B, s, \lambda]$  и  $n[B, s, \lambda]$ . Конкретно в нашем случае необходимо найти решение дифференциального уравнения вида

$$\frac{d^2 f}{d^2 y^2} = -\frac{1}{y^2} \frac{df}{dy^2} + \frac{f(1-f)(1-2f)}{y^4} + \frac{1}{6\beta_0} \frac{dE}{df} \quad (37)$$

при заданном начальном значении  $f(\vartheta_0)$ , подбирая наклон в начальной точке  $f'(\vartheta_0)$  таким образом, чтобы решение стремилось к нулю при  $\vartheta$ , стремящемся к бесконечности. Параметр  $\beta_0$  введен для фиксации заранее не известного значения бегущей константы связи в формуле, задающей псевдочастицу (17). После нахождения профильной функции необходимо подобрать такую конфигурацию, чтобы входные значения параметров  $s$ ,  $\lambda$  и  $\beta_0$  совпадали с заданной точностью с параметрами, получаемыми с помощью решения  $f$ . По-видимому, это оптимальный вариант из имеющихся на сегодня возможностей как вычислительного порядка, так и достигнутого уровня понимания соотношения непертурбативных и пертурбативных вкладов при получении эффективного лагранжиана. В этой связи оговорим, что, как отмечалось в работе [7], в более общей постановке задачи уравнение (37) должно было бы содержать член, учитывающий изменение «квантовой» константы  $C_{N_c}$  как функции  $n$ . С этой точки зрения, вопрос стабилизации ансамбля псевдочастиц на фундаментальном уровне как раз и связан с предполагаемой

малостью вклада  $dC_{N_c}/df$  и, по-видимому, адресуется не столько к описанию взаимодействия псевдочастиц, псевдочастиц и пертурбативных полей, сколько к исследованию соответствующей иерархии времен, связанной с нарушением условия квазистационарности для вакуумных флуктуаций, и изменений соответствующего эффективного лагранжиана.

Прежде чем делать окончательное вычисление, убедимся в том, что предложенная вариационная процедура допускает нетривиальное решение. Рассмотрим профильную функцию, содержащую всего лишь один дополнительный вариационный параметр, призванный описывать эффект экранирования

$$f(y) = \frac{e^{-\alpha\vartheta}}{1+\vartheta}, \quad \vartheta = \frac{y^2}{\rho^2}. \quad (38)$$

На рис. 1 показана энергия  $E$  как функция параметра экранирования  $\alpha$ . Нижняя кривая получена для случая, когда учитывается изменение, связанное с ослаблением отталкивательного взаимодействия, и включен только параметр  $\lambda$  ( $s = 1$ ). Верхняя кривая получена, когда включены оба параметра. Оптимальное значение параметра экранирования  $\alpha$  определяется точкой минимума функции  $E(\alpha)$ . Рисунок демонстрирует также устойчивость вариационной процедуры определения параметров П в целом. В первом случае характеризующие решения параметры равны  $\alpha = 0,06$ ,  $\lambda = 0,775$ ,  $s = 1,0067$ . Параметры, описывающие П, при этом:  $\bar{\rho}\Lambda = 0,3305$ ,  $n/\Lambda^4 = 0,919$ ,  $\beta = 17,186$ , откуда для отношения среднего размера псевдочастицы к среднему расстоянию между ними можно получить  $\bar{\rho}/R = 0,324$ . Во втором случае имеем:  $\alpha = 0,02$ ,  $\lambda = 0,888$ ,  $s = 1,0015$ , а для параметров, описывающих П:  $\bar{\rho}\Lambda = 0,315$ ,  $n/\Lambda^4 = 0,829$ ,  $\beta = 17,67$ ,  $\bar{\rho}/R = 0,3$ . Для сравнения приведем данные для ансамбля стандартных псевдочастиц ( $\alpha = 0$ ,  $\lambda = 1$ ,  $s = 1$ ):  $\bar{\rho}\Lambda = 0,301$ ,  $n/\Lambda^4 = 0,769$ ,  $\beta = 18,103$ ,  $\bar{\rho}/R = 0,282$ .

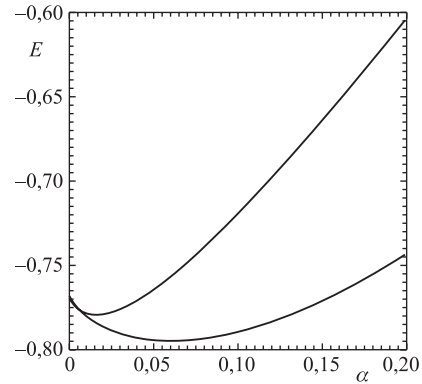


Рис. 1. Энергия  $E(\alpha)$  для профильной функции с экранированием (38) при включенном параметре  $\lambda$  ( $s = 1$ ) — нижняя кривая, и для случая двух включенных параметров — верхняя (см. текст)

Посмотрим, как изменятся результаты, если в выражении (35) оставить гамма-функцию вместо  $\Gamma(\nu)/2$ , как это сделано в работе [7]. В первом случае характеризующие решения параметры равны  $\alpha = 0,24$ ,  $\lambda = 0,546$ ,  $s = 1,029$ . Параметры, описывающие П, при этом:  $\bar{\rho}\Lambda = 0,331$ ,  $n/\Lambda^4 = 1,844$ ,  $\beta = 17,173$ , откуда для отношения среднего размера псевдочастицы к среднему расстоянию между ними можно получить  $\bar{\rho}/R = 0,386$ . Во втором случае имеем:  $\alpha = 0,05$ ,  $\lambda = 0,799$ ,  $s = 1,0053$ , а для параметров, описывающих П:  $\bar{\rho}\Lambda = 0,291$ ,  $n/\Lambda^4 = 1,356$ ,  $\beta = 18,483$ ,  $\bar{\rho}/R = 0,314$ . Для сравнения приведем данные для ансамбля стандартных псевдочастиц ( $\alpha = 0$ ,  $\lambda = 1$ ,  $s = 1$ ):  $\bar{\rho}\Lambda = 0,265$ ,  $n/\Lambda^4 = 1,186$ ,  $\beta = 19,305$ ,  $\bar{\rho}/R = 0,277$ .

На рис. 2 и 3 показаны плотность П и средний размер псевдочастицы как функция расстояния. На обоих рисунках три штриховые линии отвечают следующим ансамблям: нижняя кривая описывает ансамбль псевдочастиц стандартного вида (18), верхняя получена для псевдочастиц с профильной функцией (38) при  $\alpha = 0,06$ , средняя —  $\alpha = 0,02$ .

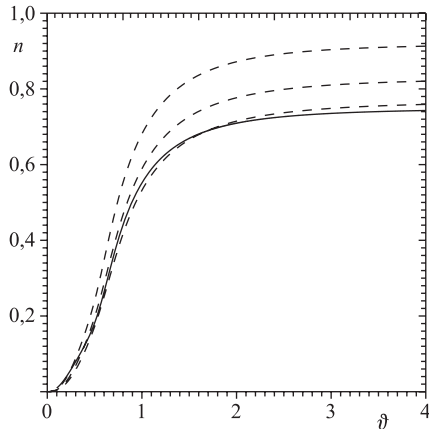


Рис. 2. Плотность  $\Pi$  как функция  $\vartheta = y^2/\bar{\rho}^2$ . Три штриховые кривые отвечают профильным функциям: стандартного вида (18) — нижняя штриховая, с экранирующим множителем (38) — верхняя с включенным параметром  $\lambda$  ( $s = 1$ ) и средняя линия — для двух включенных параметров. Сплошная линия отвечает случаю самосогласованного решения вариационной задачи

Расчет по второму варианту, как это можно видеть из приведенных выше данных, показывает, что учет, казалось бы, малого параметра ( $s \sim 1,03$ ) приводит уже к заметным изменениям ансамбля (например, плотности), поскольку старший вклад в действие с бегущей константой связи как функцией  $\rho$  существенно модифицируется.

Опишем теперь результаты для полной постановки задачи, связанной с решением уравнения (37). Уравнение решалось методом стрельбы с использованием схемы Рунге–Кутты. Действуя таким способом и находя производную  $dE/df$  в каждой точке следующего шага интегрирования численно, можно избежать проблем, связанных с поиском минимума сложного функционала в многомерном пространстве.

Начальные данные задавались в точке  $\vartheta_0 = y_0^2/\bar{\rho}^2 = 0,1$ . Поскольку плотность  $\Pi$  в начале координат незначительна, начальное значение профильной функции псевдочастицы выбиралось неискаженным ансамблем псевдочастиц  $f(\vartheta_0) = 1/(1 + \vartheta_0)$  (уменьшение шага сетки не сказывается на характере решения, и начальное условие может быть по непрерывности продолжено в точку  $y \rightarrow 0$ ).

При фиксированных параметрах  $\lambda$ ,  $s$  и  $\beta_0$  определялся коэффициент  $c$ , при помощи которого задается наклон траектории  $f'(\vartheta_0) = -cf(1 - f)/\vartheta_0$  в начальной точке такой, чтобы на больших расстояниях решение стремилось к нулю. Затем методом проб и оши-

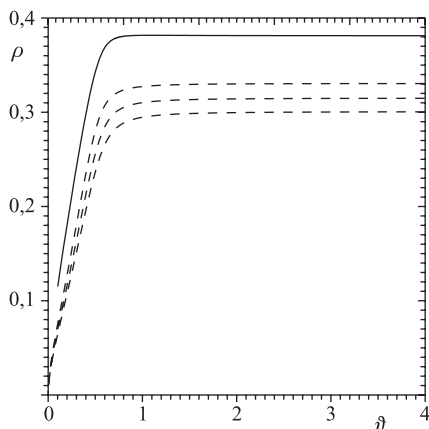


Рис. 3. Средний размер псевдочастиц  $\Pi$  как функция  $\vartheta = y^2/\bar{\rho}^2$ . Три штриховые кривые отвечают профильным функциям: стандартного вида (18) — нижняя штриховая, с экранирующим множителем (38) — верхняя с включенным параметром  $\lambda$  ( $s = 1$ ) и средняя линия — для двух включенных параметров. Сплошная линия отвечает случаю самосогласованного решения вариационной задачи

бок находились параметры  $\lambda$  и  $s$  такие, чтобы входные данные совпадали с выходными значениями с заданной точностью. Удовлетворяющие поставленным условиям параметры (входные значения) оказались равны  $\lambda = 0,69099$ ,  $s = 1,049$ ,  $\beta_0 = 16,26$ , при этом  $c = 1,361$  и  $\lambda = 0,691$ ,  $s = 1,049$ ,  $\beta_0 = 16,263$  (в конце вариационной процедуры). На рис. 4 сплошной линией показан получающийся профиль  $f$  как функция  $\vartheta = y^2/\bar{\rho}^2$ . Если изображать кривые как функцию  $y$ , то различия в профилях скрадываются, поскольку большой коэффициент экранирования, например,  $\alpha = 0,06$ , компенсируется увеличением размера псевдочастицы. Штриховыми линиями обозначены профильные функции: стандартного вида (18) — верхняя штриховая линия, с экранирующим множителем (38) — нижняя с включенным параметром  $\lambda$  ( $s = 1$ ) и средняя линия — для двух включенных параметров.

Для второго варианта расчета (с модифицированным вкладом Г-функции) данные (входные значения) таковы:  $\lambda = 0,607$ ,  $s = 1,0515$ ,  $\beta_0 = 17,04$ , при этом  $c = 1,545$  и  $\lambda = 0,60662$ ,  $s = 1,0515$ ,  $\beta_0 = 17,042$  (в конце вариационной процедуры). Поведение плотности  $\Pi$  и среднего размера псевдочастицы показано на рис. 2 и 3 соответствующими сплошными линиями<sup>1</sup>. В табл. 1 представлены параметры  $\Pi$  на больших расстояниях от псевдочастицы (первая строка) вместе с данными для ансамбля, построенного из псевдочастиц со стандартным профилем (вторая строка). Для второго варианта расчетов без фактора 2 это строки три и четыре, последняя — для стандартного профиля псевдочастицы.

Видно, что использование оптимального профиля псевдочастицы приводит к увеличению размера псевдочастиц, но упаковочный параметр всегда остается достаточно малой величиной, что позволяет строить по нему теорию возмущений. Из приведенных результатов следует, что подбором  $\Lambda$  можно получить удовлетворительное согласие с приводимыми в литературе данными о размерах псевдочастиц и разреженности ансамбля, а также со значением глюонного конденсата. Приведем также характерные размерные значения экранировочных масс (11), среднего размера псевдочастиц и плотности  $\Pi$  для двух значений  $\Lambda$  — 200 и 280 МэВ в той же последовательности строк, что и в табл. 1 (см. табл. 2, последние четыре строки отвечают второму варианту расчетов, без фактора 2 в знаменателе формулы (35)).

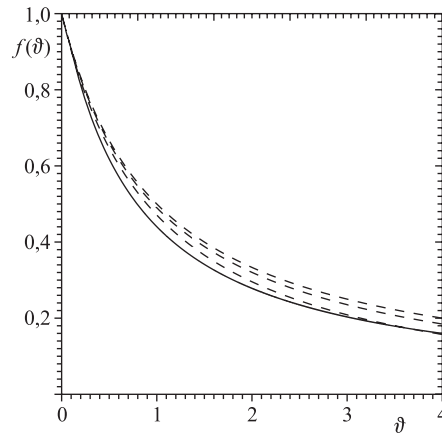


Рис. 4. Профильные функции: стандартного вида (18) — верхняя штриховая, с экранирующим множителем (38) — нижняя с включенным параметром  $\lambda$  ( $s = 1$ ) и средняя линия — для двух включенных параметров. Сплошная линия отвечает случаю самосогласованного решения вариационной задачи

<sup>1</sup>Интересно отметить, что если рассмотреть  $\Pi$  (ансамбль псевдочастиц в сингулярной калибровке) в поле регулярной псевдочастицы, то плотность  $\Pi$  в центре регулярной псевдочастицы оказывается выше значения, получаемого на больших расстояниях от нее, т. е. наблюдается как бы антиэкранирование.

**Таблица 1. Параметры II**

$\bar{\rho}\Lambda$	$n/\Lambda^4$	$\beta$	$\bar{\rho}/R$	$n\bar{\rho}^4$
0,381	0,743	16,263	0,354	$1,582 \cdot 10^{-2}$
0,331	0,769	18,103	0,282	$6,277 \cdot 10^{-3}$
0,354	1,245	17,042	0,379	$1,955 \cdot 10^{-2}$
0,265	1,186	19,305	0,277	$5,849 \cdot 10^{-3}$

**Таблица 2. Экранировочные массы и параметры II**

$\Lambda$ , МэВ	$m$ , МэВ	$\bar{\rho}$ , ГэВ <sup>-1</sup>	$n$ , ФМ <sup>-4</sup>
200	381	1,906	0,7496
	304	1,503	0,7688
280	533	1,361	2,88
	426	1,074	2,95
200	456	1,77	1,245
	333	1,325	1,186
280	638	1,264	4,78
	466	0,946	4,56

Еще одной интересной характеристикой является ослабление взаимодействия псевдочастиц, описываемое коэффициентом  $\xi^2$  ( $\sim \lambda^2$ ). Для полученной нами оценки для первого варианта расчетов имеем  $\lambda = 0,691$  и, соответственно,  $\lambda^2 \sim 0,48$ , для второго варианта ( $\lambda = 0,607$ ) имеем  $\lambda^2 \sim 0,37$ . Отметим также, что удовлетворительное описание инстантонного ансамбля может быть достигнуто в рамках двухкомпонентных моделей [11].

Основной вывод, который можно сделать из приводимых нами данных, сводится к тому, что в рамках однопетлевого вычисления (в котором проведено моделирование II) можно подбором параметра  $\Lambda$  добиться удовлетворительного описания глюонного конденсата с предписываемыми феноменологией средним размером псевдочастиц и расстоянием между ними, причем вполне можно обойтись ансамблем, построенным из псевдочастиц стандартного профиля. В рамках рассматриваемой аппроксимации вакуумных конфигураций коэффициент ослабления взаимодействия оказывается порядка  $\lambda^2 \sim 0,3-0,5$ , и учет этого эффекта приводит к увеличению размера псевдочастиц. Тот факт, что можно использовать аппроксимацию, основанную на псевдочастице стандартного профиля, оказывается очень существенным для практики, поскольку использование для оценок других конфигураций крайне затруднено из-за большого объема необходимых в этом случае вычислений. Фактически можно сказать, что инстантоны в сингулярной калибровке являются на сегодня единственным пригодным для практического использования инструментом.

Мы благодарим С. Б. Герасимова, А. Е. Дорохова за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта INTAS-04-84-398.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зиновьев Г. М., Молодцов С. В.* // ЯФ. 2007. Т. 70. С. 1172.
2. *Callan C. G., Dashen R., Gross D. J.* // Phys. Lett. B. 1977. V. 66. P. 375;  
*Callan C. G., Dashen R., Gross D. J.* // Phys. Rev. D. 1978. V. 17. P. 2717.
3. *Van Kampen N. G.* // Phys. Rep. 1976. V. 24. P. 171; Physica. 1974. V. 74. P. 215; 239.
4. *Ilgenfritz E.-M. et al.* hep-lat/06099043;  
*Bogolubsky I. L. et al.* hep-lat/0804.1250.
5. *Арсеев П. И., Лойко С. О., Федоров Н. К.* // УФН. 2006. Т. 176. С. 3.
6. *Simonov Yu. A.* // Phys. Lett. B. 1997. V. 412. P. 371.
7. *Diakonov D. I., Petrov V. Yu.* // Nucl. Phys. B. 1984. V. 245. P. 259.
8. *Balitsky I. I., Yung A. V.* // Phys. Lett. B. 1986. V. 168. P. 113;  
*Förster D.* // Phys. Lett. B. 1977. V. 66. P. 279;  
*Shuryak E. V., Verbaarschot J. J. M.* // Nucl. Phys. B. 1991. V. 364. P. 255;  
*Schäfer T., Shuryak E. V.* // Rev. Mod. Phys. 1998. V. 70. P. 323.
9. *Musatov I. V., Tavkhelidze A. N., Tokarev V. F.* // Theor. Math. Phys. 1991. V. 86. P. 20;  
*Tavkhelidze A. N., Tokarev V. F.* // Fiz. Elem. Chast. At. Yad. 1990. V. 21. P. 1126.
10. *Shuryak E. V.* // Phys. Rev. D. 1995. V. 52. P. 5370.
11. *Dorokhov A. E. et al.* // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 13. P. 331;  
*Agasian N. O., Fedorov S. M.* // JHEP. 2001. V. 12. P. 019.

Получено 10 декабря 2008 г.