

УДК 539.12

ЭНЕРГИИ СВЯЗИ ГИПЕРЬЯДЕР И ΛN -ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Н. Н. Колесников¹, С. А. Калачев

Физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова,
Москва

На основании анализа энергий связи гиперъядер $1s$ -оболочки и Λp -рассеяния находится центральный ΛN -потенциал $V_{\Lambda N}$, который в пределах экспериментальных ошибок обеспечивает описание энергий связи трех-, четырех- и пятичастичных основных и возбужденных состояний гиперъядер, а также энергетической и угловой зависимости сечений Λp -рассеяния. Точность и надежность расчетов трех-, четырех- и пятичастичных гиперъядерных и соответствующих ядерных систем обеспечивается за счет нахождения как верхней, так и нижней оценки энергии. В рамках модели Λ -остовов $V_{\Lambda N}$ согласуется с энергиями связи тяжелых гиперъядер.

On the basis of a conjoint analysis of binding energies of $1s$ hypernuclei and Λp scattering a central ΛN potential $V_{\Lambda N}$ is found that describes in the limits of experimental errors the binding energies of three-, four- and five-particle ground and excited states of hypernuclei as well as energy and angular dependence of Λp scattering. The reliability and accuracy of three-, four- and five-particle calculations of hypernuclear and related nuclear systems are assured by estimation of not only upper but also lower bound of energy. In the frame of the model Λ +core $V_{\Lambda N}$ agrees with binding energies of heavy hypernuclei.

ВВЕДЕНИЕ

Недавние гиперъядерные (π^+ , K^+) и (K^- , K^+) эксперименты послужили толчком к проведению целой серии теоретических исследований с анализом проблемы ΛN - и $\Lambda\Lambda$ -взаимодействий. Новые измерения энергии связи тяжелых гиперъядер [1–5], существенным образом дополнившие ранее полученные результаты [6–9], позволили более взвешенно подойти к вопросу о насыщении энергий связи гиперъядер и к проблеме ΛN -взаимодействия в целом. Новые измерения энергий двойных гиперъядер $^{6}_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ [10], $^{13}_{\Lambda\Lambda}\text{B}$ [11] и $^{4}_{\Lambda\Lambda}\text{H}$ [12] потребовали проведения более глубокого теоретического анализа для согласования кажущихся противоречивыми экспериментов [13, 14], необходимого для понимания свойств $\Lambda\Lambda$ -сил.

Ввиду ограниченности информации о гиперон-нуклонном (YN)-рассеянии наибольший интерес для теоретического анализа представляют те простейшие из экспериментально изученных гиперъядерных систем, расчет которых не требует привлечения специальных моделей (например, кластерной). Это Λ -гиперъядра $1s$ -оболочки ^3H , ^4H , ^4He , ^5He и возбужденные состояния $^4\text{H}^*$ и $^4\text{He}^*$, а также двойное гиперъядро $^{6}_{\Lambda\Lambda}\text{He}$.

Для расчета гиперъядер необходимо прежде всего выбрать достаточно реалистический NN -потенциал, который обеспечивал бы правильное описание энергий связи и размеры

¹E-mail: nkoles@mail.ru

ядер ^2H , ^3H , ^3He и ^4He , являющихся оставами гиперъядер $1s$ -оболочки. Используемые в настоящее время потенциалы барион-барионного взаимодействия основываются чаще всего на идеи мезонного обмена. Построенные на этой основе потенциалы (например, аргонский v_{18} [15]) описывают не только всю совокупность экспериментальных данных по NN -рассеянию до энергий 350 МэВ, но и (при учете вклада трехчастичных NNN -сил [16] и зарядовой зависимости NN -сил) энергию связи и размеры ядер ^2H , ^3H , ^3He и ^4He [17] и даже более тяжелых ядер [18]. Кроме того, основываясь на $SU(3)$ - или $SU(6)$ -симметрии, мезонная теория предлагает различные варианты гиперон-нуклонных и гиперон-гиперонных потенциалов, которые корректируются с учетом гиперъядерных экспериментов. Это, в частности, относится к потенциалам нижнеменской группы (с жестким кором [19, 20] или с мягким кором [21–23]), на которые ориентируются многие гиперъядерные работы. Вместо этого рассматриваются также боннско-юлихские YN -потенциалы [24] и потенциалы кварковой кластерной модели [25].

Однако бозонно-обменные потенциалы сложны, а гиперъядерные расчеты с ними оказываются весьма трудоемкими, и возникают вопросы о точности расчетов, особенно в случае систем пяти и шести частиц ($^5\Lambda\text{He}$ и $^6\Lambda\text{He}$). Поэтому в конкретных расчетах обычно используются феноменологические центральные парные NN - и $\Lambda\Lambda$ -потенциалы и упрощенные варианты NN -потенциала [26–31] либо рассматриваются потенциалы кластерной модели [32–35].

Опубликованных в последние годы работах по гиперъядрам стремятся достичь согласованного описания энергия связи гиперъядер $1s$ -оболочки и Λp -рассеяния, а также и более тяжелых гиперъядер на основе единого ΛN -потенциала. Однако, как показали Херндон, Танг и Далиц [35, 36], использование центральных парных потенциалов ΛN -взаимодействия хотя и позволяет достаточно хорошо описать энергию связи B_Λ гипертриятия и основных (0^+) состояний $^4\Lambda\text{H}$ и $^4\Lambda\text{He}$, а также сечений Λp -рассеяния, но приводит к завышению $B_\Lambda(^5\Lambda\text{He})$ на 2–3 МэВ по сравнению с экспериментом, а кроме того, расщепление уровней 0^+ и 1^+ четырехчастичных гиперъядер оказывается слишком слабым. Для решения проблемы пересвязанности $^5\Lambda\text{He}$ Шинмура [37] предложил включить в потенциал ΛN -взаимодействия феноменологические тензорные силы, а в работах [38, 39] было обращено внимание на возможность использования для этих целей знакопеременных ΛN -потенциалов более сложной формы. С другой стороны, Бодмер [40] указал, что решение этой проблемы может быть найдено при учете связи Λ - и Σ -каналов (в случае двойных гиперъядер существенный вклад может вносить связь $\Lambda\Lambda$ - и $\Lambda\Sigma$ -каналов). Погашение некогерентной $\Lambda\Sigma$ -связи путем снижения $B_\Lambda(^5\Lambda\text{He})$ позволяет достичь согласия с экспериментом для этого гиперъядра. Однако при этом занижаются B_Λ четырехчастичных гиперъядер $^4\Lambda\text{H}$ и $^4\Lambda\text{He}$ [41, 42]. Учет когерентности ΛN -связи [41, 43] (эквивалентный ΛNN -силам) улучшает положение. Однако все же ни один из нижнеменских потенциалов (SC97e,f [23], SC89 [21], ND [19, 20]) не описывает правильно энергию связи состояний 0^+ и 1^+ четырехчастичных гиперъядер, величину их спинового и изоспинового расщепления [44], а также с достаточной точностью энергию связи всех гиперъядер $1s$ -оболочки [41, 42].

Наиболее реалистический анализ проблемы гиперъядер $1s$ -оболочки, позволивший достичь определенного согласия с экспериментом, производился с феноменологическими ΛN - и $\Lambda\Lambda$ -потенциалами [26, 31]. Подходы в работах [31] и [26] были различными: в первой из них завышение $B_\Lambda(^5\Lambda\text{He})$ удается избежать благодаря введению трехчастичных сил $NN\Lambda$, тогда как во второй это связывается с действием принципа Паули в кварковых

клusterных системах [45, 46]. В работах [26] и [31] в отличие от других публикаций $^5\Lambda$ He и $^6\Lambda$ He рассчитываются как, соответственно, пяти- и шестичастичные системы, однако остается вопрос о точности расчетов.

1. ПОТЕНЦИАЛ ΛN -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В настоящей работе проводится детальный анализ результатов гиперъядерных экспериментов, который основывается на использовании феноменологических потенциалов, не связанных с выбором специальных моделей взаимодействия. Основное предположение заключается в том, что ΛN -взаимодействие можно аппроксимировать эффективным парным центральным потенциалом.

Детальный анализ экспериментальных данных привел нас к заключению, что: а) ΛN -потенциал спиново- и зарядово-зависимый; б) потенциал ΛN -взаимодействия имеет короткий радиус действия, более короткий, чем NN -взаимодействия и является знакопеременным; в) ΛN -взаимодействие становится более слабым у тяжелых гиперъядер.

О спиновой зависимости ΛN -взаимодействия говорит прежде всего то, что спин прошестившего гиперъядра $^3\Lambda$ H равен $\frac{1}{2}$, в то время как спин $^2\Lambda$ H равен 1, а это означает, что ΛN -взаимодействие сильнее при антипараллельной ориентации спинов Λ -частицы и нуклона. Этот вывод подтверждается тем, что основное состояние $^4\Lambda$ H и $^4\Lambda$ He имеет момент 0^+ , а возбужденное — 1^+ .

О зарядовой зависимости ΛN -взаимодействия свидетельствует большая энергия $^4\Lambda$ He по сравнению с $^4\Lambda$ H, несмотря на то, что в $^4\Lambda$ He кулоновское отталкивание протонов снижает энергию связи; аналогичное имеет место и для возбужденных состояний, следовательно, Λp -взаимодействие сильнее, чем Λn .

Знакопеременный характер ΛN -потенциала вытекает из совместного анализа энергетической зависимости сечений Λp -рассеяния, с одной стороны, и энергий связи легчайших (трех- и четырехчастичных) гиперъядер — с другой. Если бы ΛN -потенциал был чисто притягивающим (например, в виде прямоугольной ямы), то, как показывают расчеты, для правильного описания Λp -рассеяния он должен быть мелким и широким (≈ 2 фм), тогда как правильные энергии гиперъядер обеспечиваются в случае глубокого, но узкого (≈ 1 фм) ΛN -потенциала. Естественно ожидать, что оба требования удастся удовлетворить, если ΛN -потенциал будет менять знак.

Очень слабая угловая зависимость экспериментальных сечений Λp -рассеяния в достаточно широком интервале энергий указывает на малый вклад в рассеяние p -состояния, а это возможно при малом радиусе действия ΛN -сил.

Что касается ослабления ΛN -взаимодействия в гиперъядрах с $A > 4$, то, согласно эксперименту, рост энергий связи Λ -частицы B_Λ в зависимости от числа нуклонов A происходит с изломом при $^5\Lambda$ He, где быстрый рост B_Λ сменяется на более медленный. Такое поведение энергий связи Λ -частицы выглядит как ослабление эффективного ΛN -взаимодействия у $^5\Lambda$ He и более тяжелых гиперъядер. Это, естественно, ощущается и при попытке теоретического согласования энергий связи легких и тяжелых гиперъядер.

Что касается причин ослабления ΛN -взаимодействия в системах, содержащих более четырех барионов, то с кварковой точки зрения это может быть связано с тем, что в системе, содержащей пять барионов и более, кварковая спиново-цветовая симметрия

становится отличной от трех- и четырехчастичных систем. В частности, в ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ уже не все u - и d -кварки могут (в отличие от четырехчастичных систем) иметь нулевые орбитальные моменты, а это может означать изменение (ослабление) ΛN -взаимодействия.

Не исключая другие возможные объяснения аномалии ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ (например, за счет эффекта трехчастичных сил), мы попытались, принимая как следующий из эксперимента факт ослабления эффективности ΛN -сил при барионном числе $A > 4$, выяснить возможность описания энергий связи гиперъядер, как легких, так и тяжелых на основе единого центрального парного ΛN -потенциала, содержащего в качестве дополнительного параметра степень ослабления ΛN -взаимодействия при $A > 4$.

На основании приведенных выше соображений мы считали, что ΛN -势能 можно представить в виде суммы независимой (c) и зависимой (σ) от спина частей:

$$V_{\Lambda N} = \alpha V^c(r)(1 + \lambda T_3) + V^\sigma(r)(\boldsymbol{\sigma}_\Lambda \boldsymbol{\sigma}_N), \quad (1)$$

где $V^c(r)$ и $V^\sigma(r)$ — знакопеременные потенциалы; T_3 — проекция изоспина нуклона, а α — параметр ослабления ΛN -взаимодействия. При выборе радиальной зависимости ΛN -势能 в виде гауссовских функций знакопеременный характер ΛN -势能 передается суммами притягивающей (a) и отталкивающей (r) частей для $V^c(r)$ и $V^\sigma(r)$:

$$V^{c,\sigma}(r) = V_a^{c,\sigma} \exp(-\mu_a r^2) + V_r^{c,\sigma} \exp(-\mu_r r^2). \quad (2)$$

Расчет гиперъядерных систем ${}^3_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{He}$, ${}^5_{\Lambda}\text{He}$, а также возбужденных состояний ${}^4_{\Lambda}\text{H}^*$ и ${}^4_{\Lambda}\text{He}^*$ производился с полуреалистическим NN -势能ом работы [47]. Знакопеременный характер этого потенциала и наличие мощной отталкивателей сердцевины (кора) обеспечивают не только достаточно хорошее описание энергий связи и размеров ядер ${}^2_{\Lambda}\text{H}$, ${}^3_{\Lambda}\text{H}$, ${}^3_{\Lambda}\text{He}$ и ${}^4_{\Lambda}\text{He}$ (являющихся остовами рассматриваемых трех-, четырех- и пятичастичных гиперъядер), но и электрических формфакторов $F(q)$ этих ядер (включая и положение дифракционных минимумов), а также фаз pr -рассеяния в триплетном и синглетном s -состояниях [47].

В случае трех- и четырехчастичных ядер, а также соответствующих гиперъядер после усреднения по спиновым состояниям в расчеты входит синглетный и триплетный NN -势能ы в виде их полусуммы, которая, согласно [47], содержит комбинацию притягивающей и отталкивающей частей:

$$\overline{V_{NN}} = -2080 \exp(-1,35r^2) + 1530 \exp(-2,0r^2), \quad (3)$$

где $\overline{V_{NN}}$ выражено в МэВ, а r в фм. В расчетах дейтрана и гипертрития вместо (3) использовался триплетный NN -势能 аналогичного вида работы [48].

Параметры ΛN -势能а (1), (2) находились путем решения обратной гиперъядерной задачи с NN -势能ом (3), т. е. путем определения таких значений параметров V_a^c , V_r^c , V_a^σ , V_r^σ , μ_a , μ_r и λ , которые обеспечивали бы правильные экспериментальные значения энергий связи основных и возбужденных состояний ${}^4_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{He}$, энергию связи ${}^3_{\Lambda}\text{H}$, а также энергетическую и угловую зависимость сечений pr -рассеяния. Кроме того, искомый ΛN -势能 $V_{\Lambda N}$ при выборе соответствующего значения α должен был обеспечивать правильное значение энергии связи ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ и (в рамках модели Λ -частица + недеформированный остов) энергии связи тяжелых гиперъядер.

Расчеты трех-, четырех- и пятичастичных гиперъядер, а также соответствующих ядер производились вариационным методом с использованием пробных функций гауссовского

типа, для которых все матричные элементы, необходимые для расчета как верхней (E_U), так и нижней (E_L) оценки энергии приведены в работе [47]. Метод и процедура проведения вычислений были такими же, как в работах [47, 49] и [50]. Точность трех-, четырех- и пятичастичных расчетов гарантировалась нахождением как верхней (E_U), так и нижних (E_L и E_Q) оценок энергии (см. [49, 51]) и оценивается в несколько сотых долей МэВ.

Решение обратной задачи привело к следующему набору параметров ΛN -потенциала [51]:

$$\begin{aligned} V_a^c &= -297 \text{ МэВ}, \quad V_r^c = 517 \text{ МэВ}, \quad V_a^\sigma = 152 \text{ МэВ}, \quad V_r^\sigma = -500 \text{ МэВ}, \\ \mu_a &= 2,5 \text{ фм}^{-2}, \quad \mu_r = 6,0 \text{ фм}^{-2}, \quad \lambda = 0,054, \\ \alpha &= 1 \text{ при } A < 5 \text{ и } \alpha = 0,854 \text{ при } A \geq 5. \end{aligned} \quad (4)$$

Отметим, что для ΛN -потенциала μ_a и μ_r значительно больше, чем аналогичные величины для NN -потенциала, что указывает на более короткодействующий характер ΛN -сил по сравнению с NN -силами.

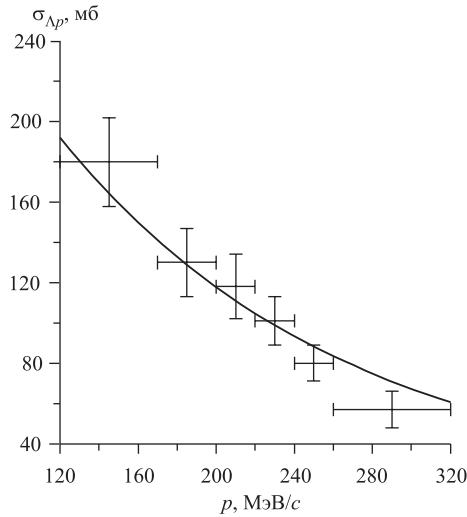
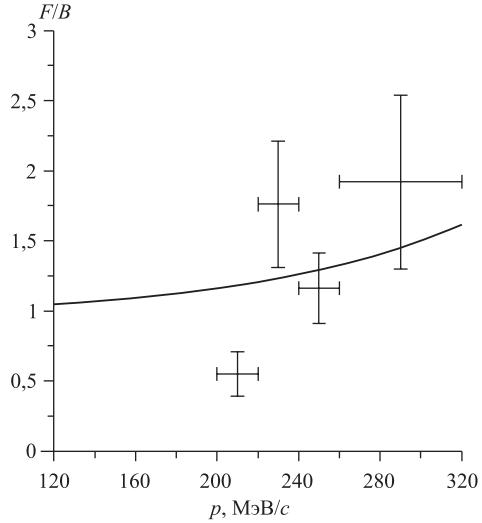
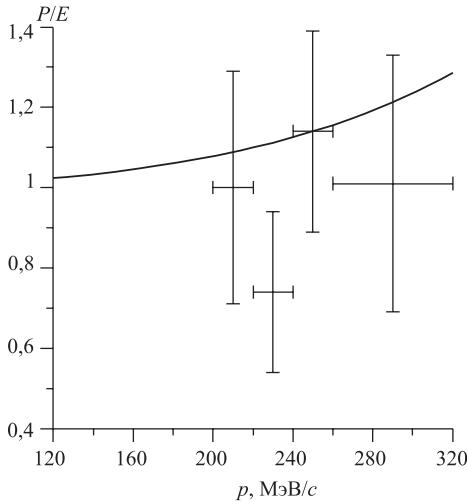
Результаты расчетов трех-, четырех- и пятичастичных гиперъядер с ΛN -потенциалом (1) с параметрами (4) и NN -потенциалом (3), а также соответствующих ядерных систем приведены в табл. 1. Для ядер даны полные энергии связи (B), для гиперъядер — энергии связи Λ -частицы (B_Λ). Для нахождения энергии связи Λ -частицы B_Λ из полной энергии связи гиперъядра вычиталась энергия связи соответствующего остова. Для всех систем подсчитаны среднеквадратичные расстояния p , n и Λ от центра масс, соответственно R_p , R_n , R_Λ . Для сравнения в таблице приведены также (с точностью до трех значащих цифр) экспериментальные энергии связи ядер B (согласно таблицам [52]), энергии гиперъядер B_Λ (согласно обзорам [2, 3, 53]), а также среднеквадратичные зарядовые радиусы ядер R_{ch} , найденные из электромагнитных экспериментов (см. обзор [54]). Как показывает сравнение вычисленных значений энергий связи гиперъядер с экспериментом, расхождение лежит в пределах ошибок экспериментов. Достаточно хорошо согласуются с экспериментом и вычисленные энергии связи и размеры ядер — остовов гиперъядер. Исключение составляет лишь энергия связи ядра ${}^4\text{He}$, где отклонение от эксперимента

Таблица 1. Энергии связи и размеры легких гиперъядер ($A \leq 5$) и ядер остовов*

Параметр	${}^2\text{H}$	${}^3\text{H}$	${}^3\text{H}$	${}^4\text{H}$	${}^4\text{H}^*$	${}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$	${}^4\text{He}^*$	${}^4\text{He}$	${}^5\text{He}$
B_Λ^{calc}	—	0,15(2)	—	1,99(2)	0,93(2)	—	2,37(2)	1,23(2)	—	3,10(6)
B_Λ^{exp}	—	0,13(5)	—	2,04(11)	1,00(12)	—	2,39(3)	1,21(5)	—	3,12(2)
B^{calc}	2,226	—	8,46	—	—	7,77	—	—	29,51	—
B^{exp}	2,224	—	8,48...	—	—	7,72...	—	—	28,29...	—
R_p	1,98	3,21	1,66	1,72	1,81	1,69	1,71	1,79	1,47	1,51
R_n	1,98	3,23	1,66	1,74	1,83	1,66	1,71	1,79	1,47	1,51
R_Λ	—	4,53	—	2,13	2,46	—	2,03	2,30	—	1,77
R_{ch}^{exp}	2,095	—	1,65(6)	—	—	1,67(6)	—	—	1,50(4)	—

*Энергии B и B_Λ выражены в МэВ, расстояния R_p , R_n , R_Λ , R_{ch} — в фм.

связано с неполным совершенством используемого NN -потенциала. Отметим, однако, что используемый потенциал NN -взаимодействия V_{NN} [47, 48] описывает энергию связи и размеры ядер $1s$ -оболочки не хуже, чем аналогичный по структуре центральный мин-несотский потенциал [55].

Рис. 1. Полное сечение Λp -рассеянияРис. 2. Угловое распределение F/B Λp -рассеянияРис. 3. Угловое распределение P/E Λp -рассеяния

протоном (R_{np}), между нейtronом и Λ -частицей ($R_{n\Lambda}$), между протоном и Λ -частицей ($R_{p\Lambda}$). Кроме того, приведены значения среднеквадратичных расстояний нейтронов от центра остова R'_n и аналогичных расстояний для протонов R'_p , а также расстояний от Λ -частицы до центра остова R'_{Λ} .

Рассчитанные сечения Λp -рассеяния в пределах экспериментальных ошибок согласуются с экспериментом [56], как это видно на рис. 1 для полных сечений Λp -рассеяния в зависимости от импульса Λ -частицы в лабораторной системе и для угловых распределений F/B и P/E , соответственно, на рис. 2 и 3.

В дополнение к табл. 1 в табл. 2 приведены средние значения полной кинетической и потенциальной энергии гиперъядер ${}^3\Lambda H$, ${}^4\Lambda H$, ${}^4\Lambda He$ и ${}^5\Lambda He$, а также средние значения потенциальной энергии взаимодействия np , nn , pp , $n\Lambda$ и $p\Lambda$ и среднее значение кулоновской энергии $\langle V^{Coul} \rangle$.

В табл. 3 в дополнение к табл. 1 даны результаты расчетов для гиперъядерных и соответствующих ядерных систем среднеквадратичных расстояний между нейтронами (R_{nn}), между протонами (R_{pp}), между нейтроном и

Таблица 2. Средние значения кинетической и потенциальной энергии в МэВ*

Гиперъядро	$\langle H \rangle$	$\langle T \rangle$	$\langle V \rangle$	$\langle V_{pn} \rangle$	$\langle V_{pp} \rangle$	$\langle V_{nn} \rangle$	$\langle V_{n\Lambda} \rangle$	$\langle V_{p\Lambda} \rangle$	$\langle V_{pp}^{\text{Coul}} \rangle$
${}^3_\Lambda\text{H}$	-2,36	19,82	-22,18	-18,11	—	—	-2,17	-1,90	—
${}^4_\Lambda\text{H}$	-10,44	57,97	-68,41	-18,63	—	-18,50	-4,00	-4,65	—
${}^4_\Lambda\text{He}$	-10,09	59,06	-69,16	-18,65	-18,54	—	-4,25	-4,90	0,74
${}^5_\Lambda\text{He}$	-32,55	109,04	-141,60	-21,17	-21,01	-21,19	-3,89	-3,87	0,79

*Расчеты при числе пробных функций $n = 500$.

Как видно из табл. 1, среднеквадратичный радиус R_p убывает с ростом A как для ядер, так и для гиперъядер, при этом для гиперъядер он меньше для изобар с большим Z , а для ядер — с меньшим Z . Аналогичное справедливо и для R_n , при этом $R_p \geq R_n$ для ядер и $R_p \leq R_n$ для гиперъядер, а R_Λ значительно превосходит R_p и R_n . Радиус Λ -орбиты особенно велик у ${}^3_\Lambda\text{H}$.

Таблица 3. Геометрические характеристики гиперъядер 1s-оболочки и их остовов*

Система	${}^2\text{H}$	${}^3\text{H}$	${}^3\text{H}$	${}^4\text{H}$	${}^4\text{H}^*$	${}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$	${}^4\text{He}^*$	${}^4\text{He}$	${}^5\text{He}$
R_{pn}	3,96	3,55	2,88	2,62	2,67	2,91	2,61	2,66	2,40	2,30
R_{nn}	—	—	2,88	2,63	2,68	—	—	—	2,41	2,30
R_{pp}	—	—	—	—	—	2,931	2,62	2,68	2,39	2,31
$R_{n\Lambda}$	—	7,43	—	3,34	3,76	—	3,22	3,57	—	2,69
$R_{p\Lambda}$	—	7,44	—	3,32	3,75	—	3,21	3,56	—	2,69

*Все расстояния выражены в фм.

Из табл. 3 видно также, что добавление Λ -частицы приводит к уменьшению R_{pn} , R_{nn} и R_{pp} , т. е. к сжатию остова. Однако благодаря смещению центра масс при переходе от ядра к соответствующему гиперъядру R_p возрастает, особенно существенно у ${}^3_\Lambda\text{H}$, что могло бы экспериментально наблюдаться в атомном спектре ${}^3_\Lambda\text{H}$ как втрое больший, чем у ${}^2\text{H}$, эффект объема ядра.

2. МОДЕЛЬ Λ +ОСТОВ И ТЯЖЕЛЫЕ ГИПЕРЪЯДРА

Энергии связи гиперъядер более тяжелых, чем ${}^5_\Lambda\text{He}$, рассчитывались из модельных соображений, учитывающих ослабление ΛN -взаимодействия по сравнению с NN -взаимодействием, а также его более короткодействующий характер. При расчетах энергий связи Λ -частицы B_Λ в рамках двухтельной (folding) модели (Λ +остов) потенциал взаимодействия Λ -частицы с нуклонным остовом $V_{\Lambda O}$ находится путем усреднения потенциала ΛN -взаимодействия $V_{\Lambda N}$ по плотности распределения нуклонов в остове $\rho(r)$:

$$V_{\Lambda O}(r) = \int V_{\Lambda N}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) \rho(\mathbf{r}_1) d^3 r_1 + \Delta V(r), \quad (5)$$

где $\Delta V(r)$ — поправка за счет спиновой и зарядовой зависимости ΛN -сил (см., например, [57]). Если не учитывать деформацию остова Λ -частицей, то в качестве $\rho(r)$ следует брать плотность распределения нуклонов для свободного остова.

Для того, чтобы иметь представление о точности модели $\Lambda +$ остов и ее зависимости от массы остова, результаты модельных расчетов B_Λ для всех гиперъядер $1s$ -оболочки ($^3_\Lambda\text{H}$, $^4_\Lambda\text{H}$, $^4_\Lambda\text{He}$ и $^5_\Lambda\text{He}$) сравнивались с точными расчетами. При этом в модельных расчетах использовались плотности нуклонов, найденные в точных расчетах соответствующих ядер (^2H , ^3H , ^3He и ^4He). Результаты таких расчетов B_Λ по модели $\Lambda +$ остов приведены в табл. 4 с обозначением B'_Λ . Как видно из табл. 4, значения B'_Λ оказываются значительно заниженными по сравнению с точным расчетом B_Λ , а $^3_\Lambda\text{H}$ вообще оказывается несвязанной системой.

Таблица 4. Модель $\Lambda +$ остов. Энергии связи и сжимаемость остова

Система	$^3_\Lambda\text{H}$	$^4_\Lambda\text{H}$	$^4_\Lambda\text{H}^*$	$^4_\Lambda\text{He}$	$^4_\Lambda\text{He}^*$	$^5_\Lambda\text{He}$
R'_p , фм	1,775	1,507	1,538	1,512	1,544	1,414
R'_n , фм	1,773	1,515	1,546	1,504	1,535	1,411
R'_Λ , фм	7,183	2,959	3,428	2,842	3,209	2,292
ξ , %	10,4	9,5	7,7	10,4	8,5	3,9
$\chi_p = R'_\Lambda / R'_p$	4,05	1,96	2,22	1,88	2,88	1,62
B'_Λ , МэВ	—	0,47	0,21	0,58	0,30	2,16
B''_Λ , МэВ	—	0,75	0,34	0,96	0,54	2,48
B_Λ , МэВ	0,15(2)	1,99(2)	0,93(2)	2,37(2)	1,23(2)	3,12(6)
η	1,490	1,256	1,177	1,266	1,179	1,084

Одной из причин занижения B_Λ можно считать неучет деформации остова в гиперъядре. Деформацию остова можно характеризовать средним коэффициентом сжимаемости остова ξ , определив его как относительное изменение размеров остова в зависимости от размера соответствующего ядра. Средние значения $\xi = \frac{1}{2}(\xi_p + \xi_n)$ ($\xi_p = \frac{R_p - R'_p}{R_p}$ и $\xi_n = \frac{R_n - R'_n}{R_n}$) приведены в табл. 4. ξ снижается при увеличении A от 10,4 % для $^3_\Lambda\text{H}$ до 3,9 % для $^5_\Lambda\text{He}$. Плотность распределения нуклонов в гиперъядре можно подсчитать, проинтегрировав квадрат модуля точной волновой функции гиперъядра по координатам Λ -частицы, после чего (в соответствии с формулой (5)) можно найти $V_{\Lambda O}$, а затем B_Λ . При учете деформации остова Λ -частицей энергия связи B_Λ становится больше (в табл. 4 она обозначена B''_Λ) и приближается к точному значению.

Однако учет деформации остова оказывается недостаточным для получения в рамках двухчленной модели точного значения энергии B_Λ , поскольку существенный эффект дает учет корреляции в движении Λ -частицы и нуклонов. Плотность нуклонов зависит от положения Λ -частицы. Кроме того, надо учесть, что вероятность нахождения Λ -частицы зависит от ее удаленности от центра остова. Если учесть оба эти фактора, при подсчете эффективного потенциала взаимодействия Λ -частицы с остовом в соответствии с (5), то расчет B_Λ приводит к практическому совпадению найденных значений B_Λ с

непосредственными расчетами гиперъядер ${}^3_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{He}$ и ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ как систем трех, четырех и пяти частиц (см. детали в [51]).

Однако для практических целей оказывается более полезным корректировать модель Λ -частица + недеформированный нуклонный остов путем углубления потенциала ΛN -взаимодействия $V_{\Lambda N}$ так, чтобы подсчет с потенциалом Λ -остов (5) приводил при расчете по двухтельной модели к точному значению энергии. Необходимый для этого коэффициент η углубления ΛN -потенциала приведен в табл. 4 в последней строке. Как видно из табл. 4, при переходе от самого легкого гиперъядра ${}^3_{\Lambda}\text{H}$ к ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ эффекты деформации и корреляции ослабевают, а точность модели Λ +недеформированный остов возрастает, и если для получения правильного значения B_Λ в случае ${}^3_{\Lambda}\text{H}$ требовалось увеличить $V_{\Lambda O}$ на 49 % (или иначе вводить для потенциала $V_{\Lambda N}$ коэффициент углубления (усиления) $\eta = 1,49$), то для ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ и ${}^4_{\Lambda}\text{He}$ достаточно увеличить $V_{\Lambda N}$ на 25 % ($\eta \approx 1,26$), а для ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ — лишь на 8 % ($\eta = 1,084$).

Это дает основание рассчитывать, что для гиперъядер тяжелее, чем ${}^5_{\Lambda}\text{He}$, модель Λ +остов сможет обеспечить адекватное описание энергий связи B_Λ при использовании того же ΛN -потенциала, который был найден для ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ при условии введения в формулу (1) фактора модельности двухчастичного (Λ +остов) расчета.

Ниже, при расчете как гиперъядер $1p$ -оболочки, так и тяжелых гиперъядер в рамках модели Λ +остов было принято одно и то же оптимальное значение фактора модельности $\eta_0 = 1,068$. При этом потенциал ΛN -взаимодействия (1) остается прежним с единственной разницей, что в (1) вместо α вводится множитель $\alpha_0 = \alpha\eta_0 = 1,068 \cdot 0,854 = 0,912$. Значения всех остальных параметров в (4) остаются неизменными. Для такого модельно-подкорректированного ΛN -потенциала объемный интеграл независимой от спина части ($\alpha_0 V_c(r)$) равен $\Omega_{\Lambda N} = 203$ МэВ· fm^3 , а среднеквадратичный радиус $R_{\Lambda N} = 0,953$ фм¹. Как было показано в работах [57, 58], величины $\Omega_{\Lambda N}$ и $R_{\Lambda N}$ такого порядка обеспечивают (при использовании экспериментальных данных о размерах ядер-остовов) описание энергий связи B_Λ гиперъядер $1p$ -оболочки и более тяжелых гиперъядер.

Для ядер $1p$ -оболочки эксперименты по рассеянию электронов на ядрах обычно интерпретируются с помощью осцилляторных плотностей распределения протонов, которые в системе центра масс имеют вид

$$\rho_{\text{cm}} = \pi^{-3/2} a_1^{-3} \left(Z'_s + \frac{2}{3} Z'_p \left(\frac{r}{a_1} \right)^2 \right) \exp \left(-\frac{r^2}{a_1^2} \right). \quad (6)$$

Z'_s и Z'_p связаны с числом протонов в $1s$ -оболочке (Z_s) и числом протонов в $1p$ -оболочке (Z_p) соотношениями $Z'_s = Z_s - \frac{Z_p}{A-1}$, $Z'_p = Z_p \left(1 - \frac{1}{A} \right)^{-1}$ [58]. Плотность

¹При учете малости радиуса действия ΛN -сил по сравнению с размерами ядра можно произвести в (5) разложение потенциала $V_{\Lambda N}$ по степеням отношения радиуса действия потенциала ΛN -взаимодействия $R_{\Lambda N}$ к радиусу ядра. При ограничении двумя членами разложения $V_{\Lambda O} = \int V_{\Lambda N}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) \rho(r_1) d^3 r_1 \approx -\Omega_{\Lambda N} \left(1 + \frac{\langle R_{\Lambda N}^2 \rangle}{6} \nabla^2 \right) \rho(r)$, где $\Omega_{\Lambda N} = - \int V_{\Lambda N}(r) d^3 r$, $R_{\Lambda N} = \sqrt{\langle R^2 \rangle}$, $\langle R^{2n} \rangle = \frac{\int V_{\Lambda N}(r) r^{2n} d^3 r}{\int V_{\Lambda N}(r) d^3 r}$.

же распределения заряда $\rho_{\text{ch}} = \pi^{-3/2} b^{-3} \left(Z_s'' + \frac{2}{3} Z_p'' \frac{r^2}{b^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{b^2} \right)$, где b связано со среднеквадратичным зарядовым радиусом протона R_p соотношением $b = \sqrt{a_1 + \frac{2}{3} R_p^2}$, а $Z_s'' = Z_s + Z_p \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right)$, $Z_p'' = Z_p \frac{a^2}{b^2}$ и $a_1 = a \sqrt{1 - \frac{1}{A}}$.

В электромагнитных экспериментах определяется (из рассеяния электронов или меозатомных спектров) среднеквадратичный зарядовый радиус R_{ch} , который связан с b соотношением $R_{\text{ch}} = b \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{Z_p''}{Z}}$. Зная экспериментальное (найденное в электромагнитных экспериментах) значение зарядового радиуса ядра $R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$, можно (подсчитав вначале a_1) найти энергию B_Λ соответствующего гиперъядра, учитывая, что плотность распределения нуклонов в осте выражается формулой

$$\rho(r) = \pi^{-3/2} a_1^{-3} \left(A'_s + \frac{2}{3} A'_p \frac{r^2}{a_1^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{a_1^2} \right), \quad (7)$$

где $A'_s = A_s - \frac{A_p}{A-1}$, $A'_p = A_p \left(1 - \frac{1}{A} \right)^{-1}$; A_s и A_p — числа нуклонов, соответственно, в $1s$ - и $1p$ -состояниях.

Результаты расчета B_Λ^{calc} содержатся в табл. 5 в столбце 3 и там же указано, в каких пределах изменяется B_Λ при учете погрешности в экспериментальных значениях $R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$. Экспериментальные значения среднеквадратичных зарядовых радиусов $R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$, заимствованные из обзора [54], приведены в столбце 2 таблицы, а экспериментальные значения B_Λ^{exp} (из обзоров [2–4, 53]), с которыми сравнивались B_Λ^{calc} , — в столбце 4. При отсутствии экспериментальных значений R_{ch} (если, например, ядро-остов радиоактивно) оно вычислялось по эмпирической формуле $R_{\text{ch}}^0 = 0,59 + 0,834 A^{1/3}$ [59]. Вычисленные по этой формуле значения R_{ch}^0 приведены в столбце 6 таблицы, а найденные по ним значения B_Λ^{calc} — в столбце 3 таблицы заключенными в скобки. При нахождении B_Λ^{calc} по R_{ch} учитывалась собственная электромагнитная структура протона и движение центра масс, а также вклад спиновых сил. Распределение нейтронов и протонов предполагалось одинаковым, зарядовая зависимость ΛN -сил не учитывалась.

Как видно из табл. 5, несмотря на грубость модели, вычисленные значения B_Λ^{calc} в целом согласуются с B_Λ^{exp} , за исключением легких гиперъядер $1p$ -оболочки ${}^6\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^8\text{Li}$, оставы которых имеют аномально большие размеры (сравним $R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$ и R_{ch}^0). Это связано, очевидно, с кластерной структурой этих гиперъядер, а в этом случае для расчета B_Λ модель Λ -остовов непригодна (их следовало бы рассчитывать как системы $\Lambda\alpha n$, $\Lambda\alpha np$, $\Lambda\alpha nn\Lambda$).

Из табл. 5 видно, что энергия B_Λ^{calc} меняется очень значительно (на величину порядка 1 МэВ) при изменении $R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$ в пределах ошибок эксперимента. Это более чем на порядок превышает экспериментальные ошибки в определении B_Λ с помощью эмульсионной техники. Но в таком случае, измеряя энергию связи гиперъядер с точностью порядка 0,1 МэВ, можно определить размеры ядер-остовов с точностью на порядок выше, чем в электромагнитных экспериментах. Особенно ценно то, что, используя гиперъядерные измерения B_Λ , можно на основании расчетов оценить размеры радиоактивных ядер, когда они являются оставами гиперъядер. В табл. 5 в столбце 5 приведены результаты расчета

Таблица 5. Гиперъядра 1p-оболочки

Гиперъядро	$R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$	$B_{\Lambda}^{\text{calc}}$	B_{Λ}^{exp}	$R_{\text{ch}}^{\text{calc}}$	R_{ch}^0
1	2	3	4	5	6
${}^5_{\Lambda}\text{He}$	1,6733(10)	2,80(1)	3,12(1)	1,641(1)	1,887
${}^6_{\Lambda}\text{He}$	—	(3,01)	4,25(10)	1,859(1)	1,990
${}^7_{\Lambda}\text{Li}$	2,574(440)	2,7 \pm 1,7	5,58(3)	2,031(2)	2,079
${}^7_{\Lambda}\text{Be}$	—	(4,60)	5,16(8)	2,029(7)	2,079
${}^8_{\Lambda}\text{He}$	—	(6,27)	7,16(70)	2,09(5)	2,159
${}^8_{\Lambda}\text{Li}$	2,4221(1000)	3,7 \pm 0,7	6,8(3)	2,121(2)	2,159
${}^8_{\Lambda}\text{Be}$	—	(6,27)	6,84(3)	2,118(2)	2,159
${}^9_{\Lambda}\text{Li}$	—	(8,03)	8,53(15)	2,203(8)	2,232
${}^9_{\Lambda}\text{Be}$	—	(7,33)	6,71(4)	2,279(3)	2,232
${}^9_{\Lambda}\text{B}$	—	(8,03)	7,88(15)	2,241(9)	2,232
${}^{10}_{\Lambda}\text{Be}$	—	(8,68)	9,11(22)	2,273(13)	2,299
${}^{10}_{\Lambda}\text{B}$	—	(8,68)	8,89(12)	2,286(7)	2,299
${}^{11}_{\Lambda}\text{B}$	2,4315(431)	8,9 \pm 0,7	10,24(5)	2,353(3)	2,361
${}^{12}_{\Lambda}\text{B}$	2,4171(240)	10,6 \pm 0,4	11,37(6)	2,378(3)	2,419
${}^{12}_{\Lambda}\text{C}$	—	(10,61)	10,78(19)	2,410(11)	2,419
${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$	2,4826(15)	11,14(3)	11,69(12)	2,452(7)	2,474
${}^{14}_{\Lambda}\text{C}$	2,4635(35)	13,36(7)	12,17(33)	2,524(18)	2,526
${}^{15}_{\Lambda}\text{N}$	2,5556(79)	13,34(16)	13,59(15)	2,543(7)	2,575
${}^{16}_{\Lambda}\text{O}$	—	(13,49)	13(2)	2,66(11)	2,622

зарядовых радиусов $R_{\text{ch}}^{\text{calc}}$ в случае использования экспериментальных значений B_{Λ}^{exp} , а указанное там отклонение от приводимых значений $R_{\text{ch}}^{\text{calc}}$ возникает за счет ошибок в экспериментальных значениях B_{Λ}^{exp} .

В случае тяжелых гиперъядер ($A > 16$) при интерпретации электромагнитных экспериментов наиболее реалистичными считают не осцилляторные плотности распределения заряда (а также и распределения нуклонов), а плотности фермиевского (или модифицированного фермиевского) типа:

$$\rho(r) = \rho_0 \left\{ 1 + \exp \left(\frac{r - c}{z} \right) \right\}^{-1} \quad (\text{I}),$$

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + w \frac{r^2}{c^2} \right) \left\{ 1 + \exp \left(\frac{r^2 - c^2}{z^2} \right) \right\}^{-1} \quad (\text{II}),$$

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + w \frac{r^2}{c^2} \right) \left\{ 1 + \exp \left(\frac{r - c}{z} \right) \right\}^{-1} \quad (\text{III}),$$

$$\rho(r) = \rho_0 \left\{ 1 + \exp \left(\frac{r - c}{z} \right) \right\}^{-1} + w \frac{r^2}{c^2} \left\{ 1 + \exp \left(\frac{r^2 - c^2}{z^2} \right) \right\}^{-2} \quad (\text{IV}).$$

В табл. 6 приведены (заимствованные из обзоров [54] и [60]) значения параметров плотности тех ядер, для соответствующих гиперъядер которых измерены B_{Λ}^{exp} . Это гиперъядра ${}^{28}_{\Lambda}\text{Si}$, ${}^{32}_{\Lambda}\text{S}$, ${}^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$, ${}^{51}_{\Lambda}\text{V}$, ${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$, ${}^{139}_{\Lambda}\text{La}$ и ${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$, которые были получены в последние годы с помощью (K^- , π^-)- и (π^+ , K^+)-реакций [1–7]. Расчеты B_{Λ} производились в соответствии с двухтременной моделью (Λ -остов) не только для основных ($1s$) состояний гиперъядер ${}^{28}_{\Lambda}\text{Si}$, ${}^{32}_{\Lambda}\text{S}$, ${}^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$, ${}^{51}_{\Lambda}\text{V}$, ${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$, ${}^{139}_{\Lambda}\text{La}$ и ${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$, но и для возбужденных состояний $1p$, $1d$, $1f$. В табл. 6 приводятся результаты расчетов с различными вариантами плотности заряда, использовавшиеся для анализа электромагнитных экспериментов. При этом указан вариант плотности нуклонов (I, II, III или IV). При проведении расчетов предполагалось, что распределение нейтронов такое же, как протонов. В таблице в отдельной строке ниже результатов расчетов $B_{\Lambda}^{\text{calc}}$ приведены экспериментальные значения B_{Λ}^{exp} из работ [1–9].

Таблица 6. Тяжелые гиперъядра ($A > 16$)

Гиперъядро	Вариант плотности	Параметры плотности				Энергии связи			
		c	z	w	$R_{\text{ch}}^{\text{exp}}$	$1s$	$1p$	$1d$	$1f$
${}^{28}_{\Lambda}\text{Si}$	(I)	3,1600	0,5370	—	3,158	16,41	5,73	—	—
${}^{28}_{\Lambda}\text{Si}$	(II)	1,9500	2,0860	0,2860	3,122	16,77	5,83	—	—
${}^{28}_{\Lambda}\text{Si}$	Эксперимент [4]					16,6(2)	7,0(2)		
${}^{32}_{\Lambda}\text{S}$	(II)	2,5400	2,1910	0,1600	3,238	18,158	7,282	—	—
${}^{32}_{\Lambda}\text{S}$	Эксперимент [7]					17,5(5)			
${}^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$	(III)	3,7660	0,5860	-0,1610	3,481	19,37	9,56	0,39	—
${}^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$	Эксперимент [4]					18,7 ± 1,1			
${}^{51}_{\Lambda}\text{V}$	(I)	3,9400	0,5050	—	3,583	22,91	13,76	4,23	—
${}^{51}_{\Lambda}\text{V}$	(I)	3,9100	0,5320	—	3,617	22,75	13,52	4,00	—
${}^{51}_{\Lambda}\text{V}$	Эксперимент [4]					19,9 ± 1,0			
${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$	(II)	4,4500	2,5260	0,2500	4,240	26,03	18,96	11,08	2,88
${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$	(I)	4,7600	0,5710	—	4,254	26,34	19,14	11,16	2,88
${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$	(I)	4,8600	0,5420	—	4,270	25,37	18,53	10,86	2,84
${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$	Эксперимент [4]					22,1 ± 1,6	≈ 15,5	≈ 9	≈ 2
${}^{139}_{\Lambda}\text{La}$	(I)	5,7100	0,5350	—	4,849	27,42	22,13	15,96	9,15
${}^{139}_{\Lambda}\text{La}$	Эксперимент [1]					23,8 ± 1,0	20,1(4)		
${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$	(II)	6,3032	2,8882	0,3379	5,501	28,01	24,25	19,51	14,02
${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$	(II)	6,2773	2,9110	0,4345	5,535	27,35	23,78	19,17	13,79
${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$	(IV)	6,4745	2,9750	0,3610	5,502	28,01	24,25	19,51	14,01
${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$	(IV)	6,4831	3,0319	0,4909	5,539	27,30	23,74	19,15	13,77
${}^{208}_{\Lambda}\text{Pb}$	Эксперимент [1]					26,5(5)	21,3(7)		
$A = 40-100$	Расчет					20–26			
$A = 40-100$	Эксперимент [8], а также [9]					22,8–26,6			

Результаты расчетов $B_{\Lambda}^{\text{calc}}$ сравниваются в табл. 6 с экспериментальными измерениями B_{Λ}^{exp} . Учитывая достаточную грубость модели Λ -остов и отсутствие свободных (дополнительных) параметров в этой модели, согласие между вычисленными и экспери-

ментальными значениями B_Λ следует считать хорошим. Некоторое завышение рассчитанных значений B_Λ^{calc} у $^{89}_\Lambda\text{Y}$ и $^{139}_\Lambda\text{La}$ может быть связано с деформацией остовов, что при расчете B_Λ^{calc} не учитывалось. Эффект деформации остова может оказаться достаточно большим ввиду чувствительности B_Λ к размеру остова и его форме.

Следует отметить, что электромагнитные эксперименты не позволяют сделать однозначного вывода в пользу определенного вида плотности распределения нуклонов и даже однозначно сделать выбор параметров. В этой связи привлечение гиперъядерных данных весьма полезно. Возможно удалось бы ответить на важный вопрос о том, в какой степени распределение нейтронов в ядре совпадает с распределением протонов.

Благодарности. Авторы выражают благодарность В. Б. Беляеву, В. Г. Неудачину, С. Т. Беляеву, В. Д. Эфросу, Б. В. Данилину, Д. Е. Ланскому, В. Н. Фетисову, Н. П. Юдину, Г. Я. Коренману, В. И. Тарасову и А. Г. Дончеву, а также участникам семинаров в ЛТФ ОИЯИ, ИАЭ и НИИЯФ МГУ за обсуждение результатов работы и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hasegawa T. et al. Spectroscopic study of $^{10}_\Lambda\text{B}$, $^{12}_\Lambda\text{C}$, $^{28}_\Lambda\text{Si}$, $^{89}_\Lambda\text{Y}$, $^{139}_\Lambda\text{La}$ and $^{208}_\Lambda\text{Pb}$ by the (π^+, K^+) reaction // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 1210–1220.
2. Chrien R. E., Dover C. B. Nuclear systems with strangeness // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1989. V. 39. P. 113–150.
3. Chrien R. E. et al. Studies of hypernuclei by associated production // Nucl. Phys. A. 1988. V. 478. P. 705–712.
4. Pile P. H. et al. Study of hypernuclei by associated production // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66. P. 2585–2588.
5. Milner C. et al. Observation of Λ -hypernuclei in the reaction $^{12}\text{C}(\pi^+, K^+)^{12}_\Lambda\text{C}$ // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1237–1240.
6. Bertini R. et al. Hypernuclear production in the (K^-, π^-) reaction // Nucl. Phys. A. 1981. V. 360. P. 315–330.
7. Bertini R. et al. A full set of nuclear shell orbitals for the Λ particle observed in $^{32}_\Lambda\text{S}$ and $^{40}_\Lambda\text{Ca}$ // Phys. Lett. B. 1979. V. 83. P. 306–309.
8. Lemonne J. et al. A determination of the Λ -nuclear potential well-depth // Phys. Lett. 1965. V. 18. P. 354–357.
9. Lagnaux J. P. et al. The decay of heavy hypernuclei // Nucl. Phys. 1964. V. 60. P. 97–106.
10. Takahashi H. et al. Observation of a $^{6}_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ double hypernucleus // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 21. P. 212502.
11. Aoki S. et al. Direct observation of sequential weak decay of a double hypernucleus // Prog. Theor. Phys. 1991. V. 85. P. 1287–1298.
12. Ahn J. K. et al. Production of $^{4}_{\Lambda\Lambda}\text{H}$ hypernuclei // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 13. P. 132504.
13. Danysz M. et al. Observation of a double hyperfragment // Phys. Rev. Lett. 1963. V. 11. P. 29–32.

14. Prowse D.J. $\Lambda\Lambda$ He⁶ double hyperfragment // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17. P. 782–785.
15. Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R. Accurate nucleon–nucleon potential with charge-independence breaking // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. P. 38–51.
16. Lomnitz-Adler J., Pandharipande V.R., Smith R.A. Monte Carlo calculations of triton and 4 He nuclei with the Reid potential // Nucl. Phys. A. 1981. V. 361. P. 399–411.
17. Pieper S.C., Wiringa R.B. Quantum Monte Carlo calculations of light nuclei // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2001. V. 51. P. 53–90.
18. Pudliner B.S. et al. Quantum Monte Carlo calculations of $A \leq 6$ nuclei // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 4396–4399.
19. Nagels M.M., Rijken T.A., de Swart J.J. Baryon–baryon scattering in a one-boson-exchange-potential approach. II. Hyperon–nucleon scattering // Phys. Rev. D. 1977. V. 15. P. 2547–2564.
20. Nagels M.M., Rijken T.A., de Swart J.J. Baryon–baryon scattering in a one-boson-exchange-potential approach. III. A nucleon–nucleon and hyperon–nucleon analysis including contributions of a nonet of scalar mesons // Phys. Rev. D. 1979. V. 20. P. 1633–1645.
21. Maessen P.M.M., Rijken T.A., de Swart J.J. Soft-core baryon–baryon one-boson-exchange models. II. Hyperon–nucleon potential // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 2226–2245.
22. Rijken T.A. Recent Nijmegen soft-core hyperon–nucleon and hyperon–hyperon interactions // Nucl. Phys. A. 2001. V. 691. P. 322c–328c.
23. Rijken T.A., Stoks V.G.J., Yamamoto Y. Soft-core hyperon–nucleon potentials // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 21–40.
24. Reuber A., Holinde K., Speth J. Meson-exchange hyperon–nucleon interactions in free scattering and nuclear matter // Nucl. Phys. A. 1994. V. 570. P. 543–579.
25. Fujiwara Y., Nakamoto C., Suzuki Y. Effective meson-exchange potentials in the SU_6 quark model for NN and YN interactions // Phys. Rev. C. 1996. V. 54. P. 2180–2200.
26. Nemura H. et al. Study of light Λ - and $\Lambda\Lambda$ -hypernuclei with the stochastic variational method and effective ΛN potentials // Prog. Theor. Phys. 2000. V. 103. P. 929–958.
27. Hiyama E. et al. Λ - Σ conversion in $^4\Lambda$ He and $^4\Lambda$ H based on a four-body calculation // Phys. Rev. C. 2002. V. 65, No. 1. P. 011301.
28. Shoeb M. Variational Monte Carlo calculation of $\Lambda\Lambda$ He and other s -shell hypernuclei // Phys. Rev. C. 2004. V. 69, No. 5. P. 054003.
29. Sinha R., Usmani Q.N., Taib B.M. Phenomenological Λ -nuclear interactions // Phys. Rev. C. 2002. V. 66, No. 2. P. 024006.
30. Usmani Q.N., Bodmer A.R. Λ single particle energies // Phys. Rev. C. 1999. V. 60, No. 5. P. 055215.
31. Usmani Q.N., Bodmer A.R., Sharma B. Six-body variational Monte Carlo study of $\Lambda\Lambda$ He // Phys. Rev. C. 2004. V. 70, No. 6. P. 061001.
32. Fujiwara Y. et al. Faddeev calculation of $\Lambda\Lambda$ He using SU_6 quark-model baryon–baryon interactions // Ibid. No. 3. P. 037001.

33. Filikhin I.N., Gal A. Light $\Lambda\Lambda$ hypernuclei and the onset of stability for $\Lambda\Xi$ hypernuclei // Phys. Rev. C. 2002. V. 65, No. 4. P.041001.
34. Hiyama E. et al. Four-body cluster structure of $A = 7-10$ double- Λ hypernuclei // Ibid. V.66, No. 2. P. 024007.
35. Herndon R.C., Tang Y.C., Schmid E.W. Λ -nucleon interaction from analysis of S -shell hypernuclei // Phys. Rev. 1965. V. 137. P.B294–B300.
36. Dalitz R.H., Herndon R.C., Tang Y.C. Phenomenological study of s -shell hypernuclei with ΛN and ΛNN potentials // Nucl. Phys. B. 1972. V. 47. P. 109–137.
37. Shinmura S., Akaishi Y., Tanaka H. Effects of NN and ΛN tensor forces on Λ -separation energy of ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ // Prog. Theor. Phys. 1981. V. 65. P. 1290–1304.
38. Колесников Н.Н., Чернов С.М. Обратная задача в теории гиперядер // Докл. АН СССР. 1976. Т. 228. С. 81–84.
39. Колесников Н.Н., Чернов С.М. ΛN -потенциал из совместного анализа гиперядер и Λp -рассеяния // ЯФ. 1976. Т. 23. С. 960–969.
40. Bodmer A.R. Hypertriton with S' state and the $\Lambda - N$ interaction // Phys. Rev. 1966. V. 141. P. 1387–1397.
41. Nemura H., Akaishi Y., Suzuki Y. *Ab initio* approach to s -shell hypernuclei ${}^3_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{H}$, ${}^4_{\Lambda}\text{He}$, and ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ with a $\Lambda N - \Sigma N$ interaction // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89, No. 14. P. 142504.
42. Akaishi Y. et al. Coherent $\Lambda - \Sigma$ coupling in s -shell hypernuclei // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 3539–3541.
43. Shinmura S. et al. Coherent $\Lambda - \Sigma^0$ mixing in high-density neutron matter // J. Phys. G. 2002. V. 28, No. 2. P.L1–L7.
44. Nogga A., Kamada H., Glöckle W. The hypernuclei ${}^4_{\Lambda}\text{He}$ and ${}^4_{\Lambda}\text{H}$: Challenges for modern hyperon-nucleon forces // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88, No. 17. P. 172501.
45. Suzuki Y., Nemura H. Quark Pauli projection in hypernuclear systems // Prog. Theor. Phys. 1999. V. 102. P. 203–208.
46. Nemura H. et al. Quark Pauli effects on the binding energies of s -shell Λ hypernuclei // Ibid. V. 101. P. 981–986.
47. Колесников Н.Н., Тарасов В.И. Феноменологический NN -потенциал из анализа трех- и четырехчастичных ядер // ЯФ. 1982. Т. 35. С. 609–619.
48. Колесников Н.Н., Тарасов В.И. Феноменологический NN -потенциал в малонуклонных системах // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 2183–2188.
49. Дончев А.Г., Колесников Н.Н., Тарасов В.И. Нижние и верхние вариационные оценки в расчетах кулоновских и ядерных систем // ЯФ. 2000. Т. 63. С. 419–430.
50. Kukulin V.I., Krasnopol'sky V.M. A stochastic variational method for few-body systems // J. Phys. G. 1977. V. 3. P. 795–811.

22 Колесников Н.Н., Калачев С.А.

51. Колесников Н.Н., Калачев С.А. Гиперъядра и взаимодействие ΛN и $\Lambda\Lambda$. Препринт физ. фак. МГУ им. М. В. Ломоносова №18/2004. М., 2004. 30 с.
52. Table of Isotopes. CD-ROM Edition / Ed. by R. B. Firestone et al. 8th ed. N. Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1996.
53. Jurić M. et al. A new determination of the binding-energy values of the light hypernuclei ($A \leq 15$) // Nucl. Phys. B. 1973. V. 52. P. 1–30.
54. De Vries H., De Jager C. W., De Vries C. Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering // ADNDT. 1987. V. 36. P. 495–536.
55. Thompson D. R., Lemere M., Tang Y. C. Systematic investigation of scattering problems with the resonating-group method // Nucl. Phys. A. 1977. V. 286. P. 53–66.
56. Alexander G. et al. Study of the Λ - N system in low-energy Λ - p elastic scattering // Phys. Rev. 1968. V. 173. P. 1452–1460.
57. Кольчужкин А.М., Колесников Н.Н. Феноменологический анализ энергий связи гиперъядер // Изв. вузов. Физика. 1963. №4. С. 19–25.
58. Колесников Н.Н. и др. Влияние формы ΛN -потенциала на его эффективность // Изв. вузов. Физика. 1979. №4. С. 128.
59. Колесников Н.Н., Ростовский В.С., Старосотников М.Н. Формула для размеров ядер с учетом оболочечных эффектов // УФЖ. 1986. Т. 31. С. 1131–1135.
60. Heisenberg J. et al. Elastic electron scattering by ^{208}Pb and new information about the nuclear charge distribution // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 1402–1405.

Получено 7 июня 2005 г.