

P11-2008-149

П. Г. Акишин, А. А. Сапожников, З. Э. Фишер*,
П. Б. Шницер*

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СЕТОК

*GSI, Дармштадт, Германия

Акишин П. Г. и др.

P11-2008-149

Автоматический генератор пространственных сеток

Дается описание базирующегося на подходе Mapping автоматического генератора пространственных сеток, удовлетворяющих требованиям метода конечных элементов. Для улучшения качества построенной сетки при ее измельчении используется библиотека стандартных разбиений. Создан удобный пользовательский интерфейс для задания входной геометрии. Разработан инструментарий для описания стандартных и нестандартных токовых обмоток с различным поперечным сечением, включая востребованные в последнее время обмотки с коаксиальным сечением кабеля. Существует визуальный контроль на всех стадиях работы генератора, в том числе за качеством финального разбиения. Предлагаемый генератор может быть использован как препроцессор для решения широкого класса задач, базирующихся на методе конечных элементов.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2008

Akishin P. G. et al.

P11-2008-149

Automatic 3D Mesh Generator

A 3D finite elements mesh generator based on the Mapping approach is described. In order to improve the quality of the mesh generation a special standard subdividing elements library is used for mesh refinement. A user-friendly interface for defining the input geometry is built. A set of tools to describe the curvature of standard and non-standard current windings curvature with various cross-sections is designed. This covers also the currently requested coil windings made for coaxial cables. On all stages of the mesh generation process a visual control of the quality is available including also the final refinement stage. The proposed generator can be used as a preprocessor for solving a wide range of problems based on the finite elements method.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2008

ВВЕДЕНИЕ

Метод конечных элементов (МКЭ) [1] является наиболее эффективным численным методом решения сложных линейных и нелинейных многомерных задач науки и техники. Он позволяет проводить расчеты систем, имеющих сложную геометрию и нерегулярную физическую структуру. Одной из наиболее трудоемких процедур при использовании МКЭ для решения трехмерных задач является построение адаптивной сетки, отвечающей требованиям МКЭ, позволяющей представить достаточно сложную во многих случаях геометрию областей изменения неизвестных параметров и детально описывающей поверхности раздела сред. Создание автоматического генератора пространственной сетки с удобным интерфейсом для задания расчетной геометрии, визуализацией входных данных с контролем качества построенной сетки является сложной и актуальной задачей. Подобные генераторы являются необходимым составным модулем крупных специализированных программных комплексов, базирующихся на использовании МКЭ. Одним из наиболее известных представителей подобных генераторов является генератор mesh в препроцессоре OPERA фирмы Vector Fields [2].

В данной работе дается описание автоматического генератора пространственных сеток, базирующегося на подходе Mapping [3], используемом в препроцессоре OPERA. Так же как и в OPERA, генерируется первоначальная двумерная сетка на базовой плоскости, которая потом продолжается в пространство с сохранением топологической структуры. В препроцессоре OPERA существуют процедуры для измельчения первоначальной двумерной сетки, но они имеют некоторые ограничения. При дроблении четырехугольников задается одинаковое число разбиений на противоположных сторонах, что приводит к необходимости задания того же числа разбиений на всех топологически связанных элементах. Существуют ограничения и при дроблении треугольных элементов. Необходимо задавать одинаковое число разбиений хотя бы для двух сторон. Процедуры, которые используются при этом, приводят к появлению элементов с очень острыми углами, что существенно ухудшает обусловленность решаемых в дальнейшем дискретизованных задач. В рассматриваемом генераторе для улучшения качества построения сетки для дробления треугольных и четырехугольных макроэлементов на базовой плос-

кости используется специально созданная библиотека стандартных разбиений. Создан графический интерфейс для задания входной геометрии. Существует визуальный контроль как задания входной информации, так и качества генерации сетки. Для моделирования электрофизических устройств создана библиотека типовых, параметрически заданных токовых обмоток как с прямоугольным сечением проводника, так и для коаксиального кабеля. Данная проблема возникла в связи с тем, что подобный кабель предполагается использовать при создании сверхпроводящих магнитов для ускорительного комплекса FAIR, включая главный ускоритель тяжелых ионов SIS100 [4–7] в GSI (Дармштадт, Германия). Предложенные методы аппроксимации обмоток с коаксиальным кабелем позволяют существенно повысить качество моделирования магнитов и, как следствие, улучшить точность проводимых расчетов.

1. ОПИСАНИЕ ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПОДХОДА

Существуют определенные требования, предъявляемые к двумерным и трехмерным сеткам, которые используются в МКЭ. Математически задача формулируется следующим образом: пусть имеется некоторая односвязная область $\Omega \subset R^3$. Пусть $\tilde{\Omega}$ есть некий многогранник, аппроксимирующий Ω ; требуется представить $\tilde{\Omega}$ в виде объединения конечного числа N_0 многогранников $S_i \left(\Omega = \bigcup_{i=1}^{N_0} S_i \right)$, которые удовлетворяют следующим условиям: $\mu(S_i \cap S_j) = 0$ при $i \neq j$, т.е. мера пересечения различных многогранников равна нулю.

Вершины одного многогранника не могут быть внутренними точками грани или ребра другого многогранника, т.е. если два многогранника пересекаются, то они касаются или только по целому ребру, или только по целой грани, или только по одной вершине.

В общем случае при использовании изопараметрических элементов в качестве многогранников фигурируют их образы. Для построения трехмерной сетки используется подход, в котором первоначально строится двумерная сетка на базовой гиперплоскости. В дальнейшем эта двумерная сетка с базовой гиперплоскости продолжается в пространство на следующую гиперплоскость с сохранением топологии до следующей гиперплоскости, и так далее. В качестве основных двумерных элементов в рассматриваемом генераторе на базовой гиперплоскости используются треугольники и четырехугольники или их топологические аналоги рис. 1, что порождает гексаэдры и треугольные призмы или их изопараметрические аналоги в трехмерном пространстве.

Для продолжения трехмерной сетки с двумерной гиперплоскости в пространство используются элементы серендипова типа (рис. 2).

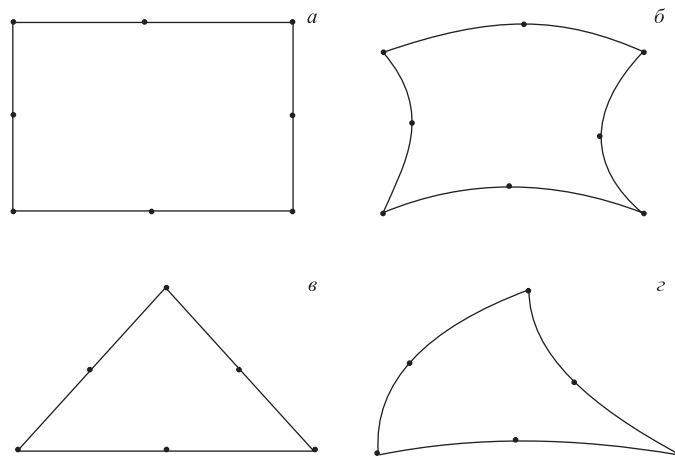


Рис. 1.

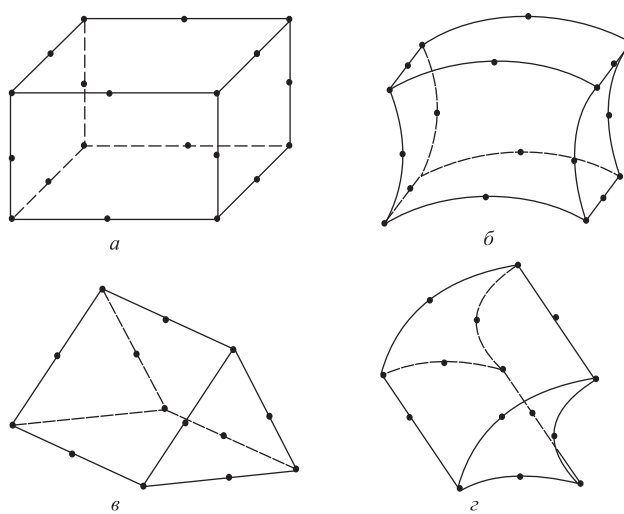


Рис. 2.

На первом этапе для упрощения работы алгоритма и задания входных данных формируется грубая сетка. На втором этапе в случае необходимости производится измельчение построенной грубой сетки. В этой связи возникает потребность в существовании автоматических алгоритмов дробления крупных макроэлементов на более мелкие микроэлементы с сохранением требо-

ваний МКЭ. Пусть F — преобразование, переводящее стандартный элемент в исходный. Процесс разбиения первоначально производится на стандартном элементе. Пусть $\{S_i\}$ есть микроэлементы разбиения стандартного элемента. Тогда $\{F(S_i)\}$ будет разбиением исходного элемента.

2. ГЕНЕРАЦИЯ ТРЕХМЕРНЫХ СЕТОК

Существует три основных этапа в генерации сетки: генерация базовой гиперплоскости, продолжение построенной двумерной сетки на следующие гиперплоскости, измельчение начальной трехмерной сетки в соответствии с требованиями, задаваемыми пользователем.

Работа с программой начинается с задания базовой гиперплоскости. Все дальнейшие действия на первом этапе будут проводиться на этой плоскости. Для задания входной геометрии существуют три возможности: задание точек в текстовом режиме, задание точек в интерактивном режиме курсором и задание точек как пересечений предварительно построенных кривых. В программе есть возможность построения графиков функций (прямых или окружностей) как с помощью уравнений, так и по точкам.

На рис. 3 приведена панель генератора, являющаяся входным интерфейсом для работы с программой на этом этапе. Существует несколько возможностей изменения координат точек: изменение координат точек в текстовом режиме, перенос точки с помощью курсора, проекция группы точек на график, параметрическое изменение координат группы точек, поворот группы точек относительно произвольной точки на фиксированный угол. После задания точек они группируются в двумерные элементы (рис. 1) с помощью курсора. Имеется возможность как удаления уже созданных двумерных элементов, так и построения новых. По окончании этого этапа проводится контроль входной информации: проверяется наличие точек, не являющихся вершинами хотя бы одного элемента; проверяется пересечение элементов; проверяется локализация вершины одного элемента на внутренней точке стороны другого элемента.

Следующим этапом в генерации сетки является построение трехмерных макроэлементов (рис. 2). Для этого точки с базовой гиперплоскости продолжают в пространство до следующей гиперплоскости с сохранением топологии уже построенных двумерных элементов (рис. 4), а после этого до следующей и т.д. При этом возможны изменения в координатах точек не только в пределах каждой гиперплоскости, но и в направлении нормали к плоскости.

При генерации элементов на рис. 2 используется дополнительная промежуточная гиперплоскость.

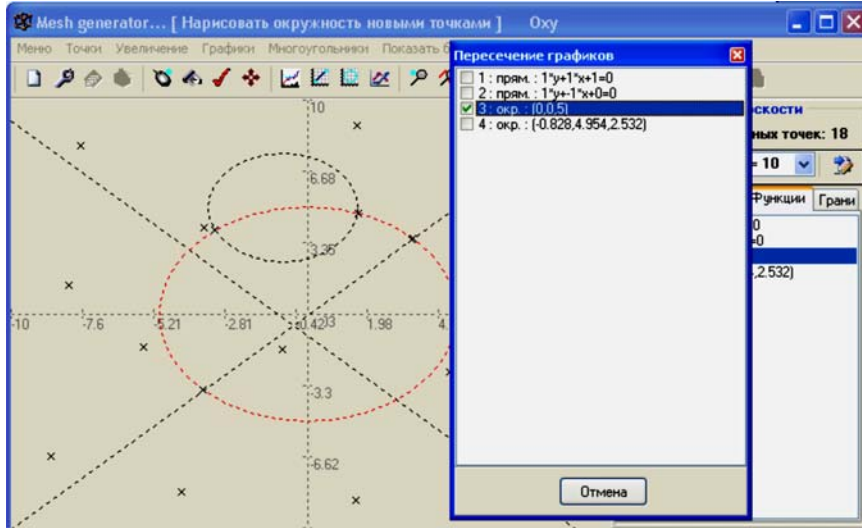


Рис. 3.

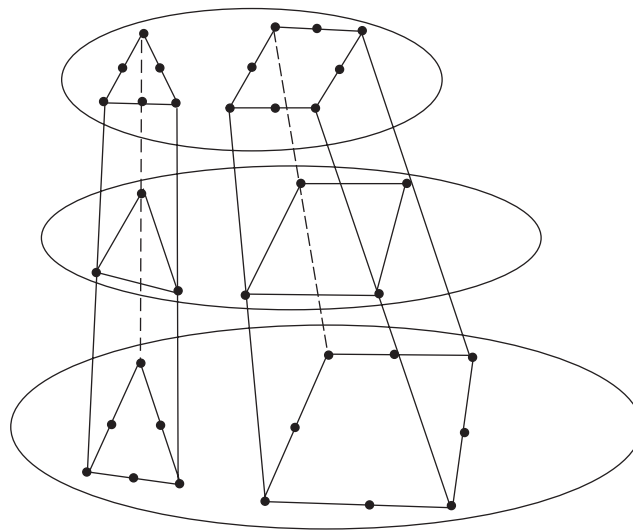


Рис. 4.

После завершения второго этапа генерации сетки все созданные макроэлементы могут быть разбиты на группы в соответствии с заданными признаками (например, различные типы материала, заполняющего элементы; различие решаемых уравнений; отличие в коэффициентах и т. д.). На данном этапе производится маркировка некоторых граней макроэлементов в соответствии с вводимыми граничными условиями. Имеется возможность пометить элементы различным цветом согласно присвоенным им признакам (рис. 5).

На последнем этапе генерации производится измельчение уже построенной грубой сетки в соответствии с заданными требованиями. Пользователь задает число разбиений для каждого ребра всех двумерных элементов на базовой гиперплоскости. Это же число разбиений будет у всех топологически эквивалентных ребер на других гиперплоскостях, полученных трансляцией в пространстве базовой гиперплоскости. В первоначальных версиях программы существовали ограничения на задание числа разбиений на сторонах макрочетырёхугольников и макротреугольников. Для макротреугольников существовало требование задания одинакового числа разбиений хотя бы для двух сторон. Это позволяло использовать достаточно простой алгоритм разбиения, но для больших значений чисел разбиений приводило к существенному ухудшению качества разбиения. Для четырёхугольников число разбиений на противоположных сторонах должно было быть одинаковым. С одной стороны, это позволяло построить быстрые и эффективные алгоритмы разбиения базового

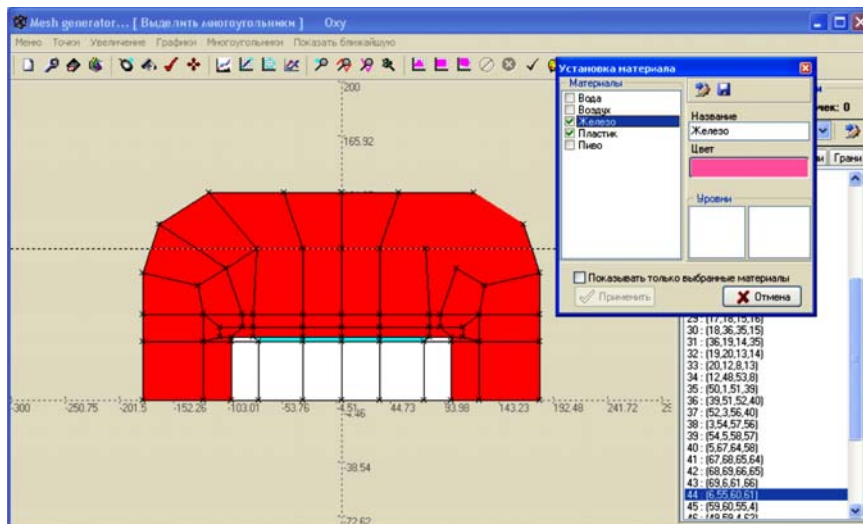


Рис. 5.

четырёхугольника, а с другой — приводило к необходимости задания одного и того же числа разбиений на сторонах элементов, топологически связанных с исходным. Для улучшения качества двумерных разбиений в существующей версии программы используется следующий подход. Для достаточно большого набора различных значений разбиений на сторонах макроэлемента создана обширная библиотека стандартных разбиений как для треугольников, так и для четырёхугольников. При этом для дробления используются как треугольники, так и четырёхугольники. Для наборов значений отсутствующих в базе, разработаны алгоритмы редуцирования входного набора к существующим. Существует возможность ручной оптимизации разбиения путем коррекции курсором положения вершин макроэлемента на экране. Примеры стандартных разбиений четырёхугольника и треугольника и их образы приведены на рис. 6, 7 соответственно.

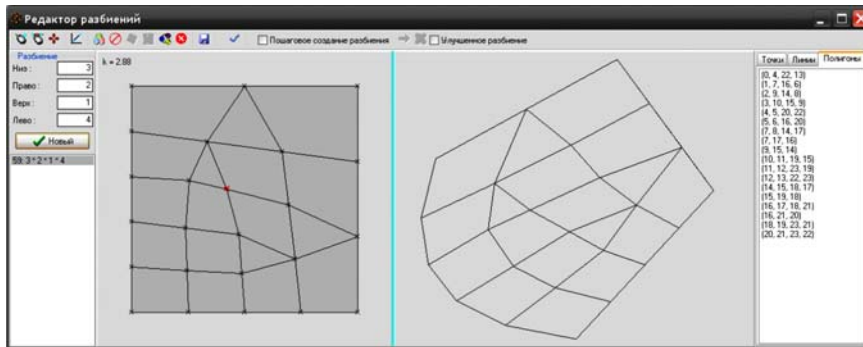


Рис. 6.

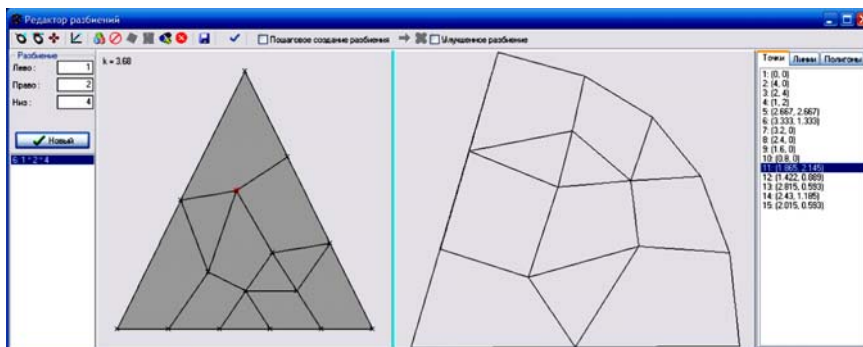


Рис. 7.

После генерации двумерной сетки на базовой плоскости узлы сетки транслируются в пространстве до следующей гиперплоскости и так далее. При этом существует возможность как коррекции положения узлов внутри гиперплоскостей, так и их трансформации за пределы гиперплоскости. Далее пользователь должен задать число слоев, на которое делится пространство между каждыми двумя гиперплоскостями. Дробление макроэлементов (рис. 2) производится следующим образом. Пусть G есть эталонный куб, который является прообразом рассматриваемого трехмерного макроэлемента ($S = F(G)$).

Первоначально на микроэлементы разбивается эталонный куб $G(G = \bigcup_i G_i)$ — плоскостями, параллельными граням. Тогда макроэлемент S будет разбит на микроэлементы $\{S_i\}$ ($S_i = F(G_i)$). Для треугольных призм (рис. 2, в, з) применяется аналогичный подход. В двумерном случае первоначально разбивается эталонный треугольник, который является прообразом рассматриваемого макроэлемента. Ниже приводится пример использования автоматического генератора для построения трехмерной конечно-элементной модели железного ярма дипольного магнита типа «оконная рама» [4–6]. На рис. 8, 9 —

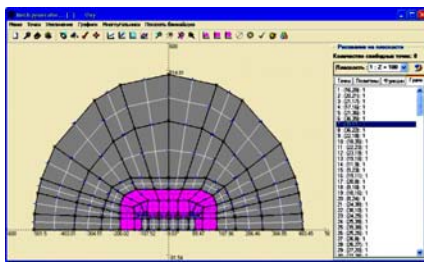


Рис. 8.

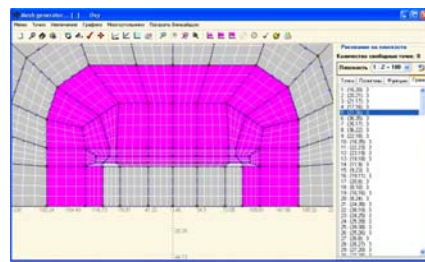


Рис. 9.

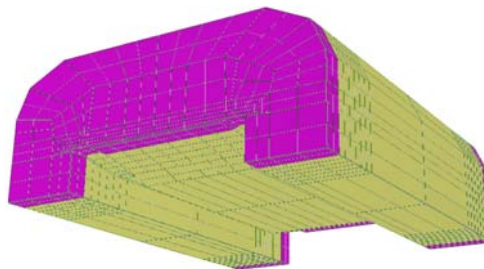


Рис. 10.

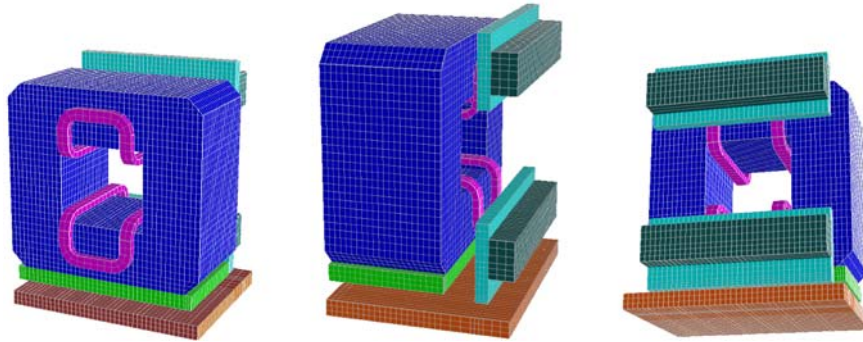


Рис. 11.

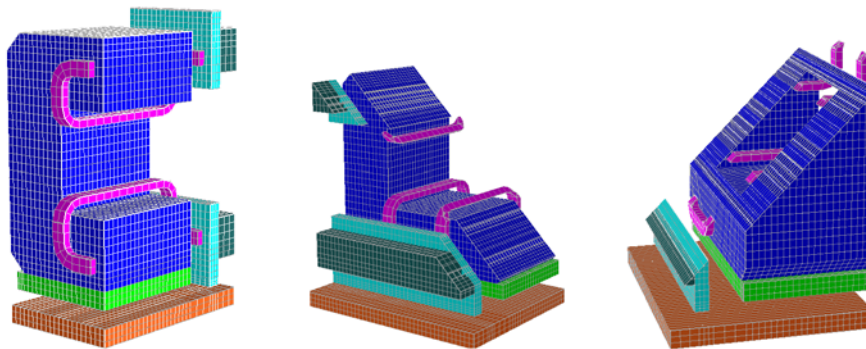


Рис. 12.

пример разбиения на базовой гиперплоскости, а на рис.10 — общий вид магнита.

Для анализа качества построенной сетки, корректности задания входных данных разработан инструментарий трехмерного представления модели. Для этого пользователь формирует список предварительно промаркированных объектов или материалов для их дальнейшего рассмотрения. Существует возможность вращения и перемещения изображения в пространстве, при этом визуальный контроль осуществляется изменением как точки наблюдения, так и угла обзора в пространстве. На рис. 11 иллюстрируются возможности визуализации генератора для трехмерной модели дипольного магнита.

Существует также инструментарий для построения сечений 3D-объектов. Для этого необходимо задать плоскость сечения и видимое полупространство. Сечение можно построить несколькими плоскостями. Плоскости сечений задаются:

- тремя точкам и знаком полупространства;
- уравнением плоскости и знаком полупространства;
- точкой на плоскости и вектором нормали к ней.

На рис. 12 демонстрируется возможность визуализации разрезов изображения.

3. ГЕНЕРАЦИЯ ТОКОВЫХ ОБМОТОК

В связи с построением в GSI ускорительного комплекса SIS100 [7] в рамках проекта FAIR возникает необходимость моделирования и оптимизации сверхпроводящих магнитов создаваемого ускорителя. Ввиду значительной стоимости создания подобных магнитов одним из основных инструментов исследования является компьютерное моделирование. Ввиду чрезвычайно высоких требований к качеству поля в этих магнитах при построении моделей приходится учитывать мельчайшие детали конструкций. В данном разделе дается описание инструментария для моделирования токовых обмоток, которые являются одним из основных элементов любого электромагнитного устройства. Детальное описание конфигурации обмотки является необходимым условием качественного моделирования всей установки. Процесс конструирования трехмерной модели обмотки — достаточно сложный и крайне трудоемкий. Для упрощения этой процедуры в предлагаемом генераторе созданы параметризованные модели наиболее часто используемых вариантов обмоток с прямоугольным сечением кабеля, такие как Racetrack, Bedstead, Solenoid и др. Для описания обмоток используются 20-узловые изопараметрические конечные элементы (рис. 2). Разработан также алгоритм построения сложных нестандартных обмоток. Для этого пользователь должен задать токовую линию центра сечения обмотки и поперечное сечение кабеля. Примеры задания центральной токовой линии для обмоток Racetrack, Bedstead, Solenoid приведены на рис. 13.

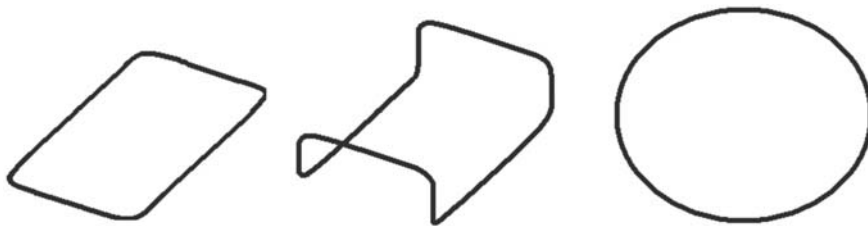


Рис. 13.

В качестве макросов описания центральной токовой линии используются отрезки прямых линий и дуги окружностей. На рис. 14 приведены стандартные варианты сечения кабеля. Для построения сечения общей формы создан специальный редактор сечения кабеля (рис. 15).

Следует подчеркнуть, что в рамках данного подхода разработаны алгоритмы описания обмоток для коаксиального кабеля, что очень важно для моделирования сверхпроводящих магнитов, использующих проводники с внутренним охлаждением. В качестве основных параметров обмотки общего вида применяются:

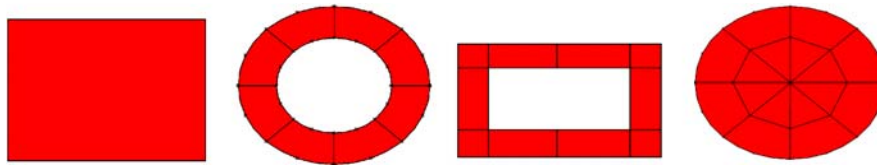


Рис. 14.

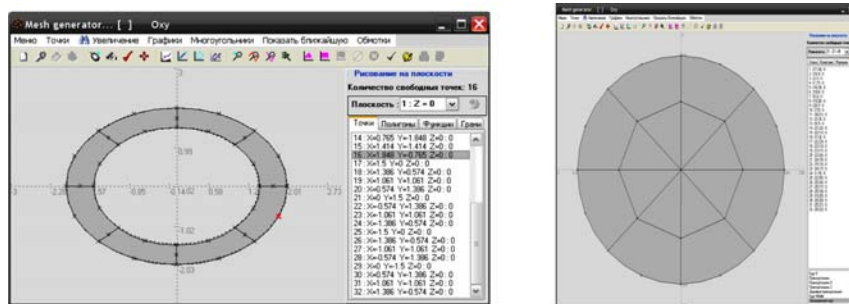


Рис. 15.

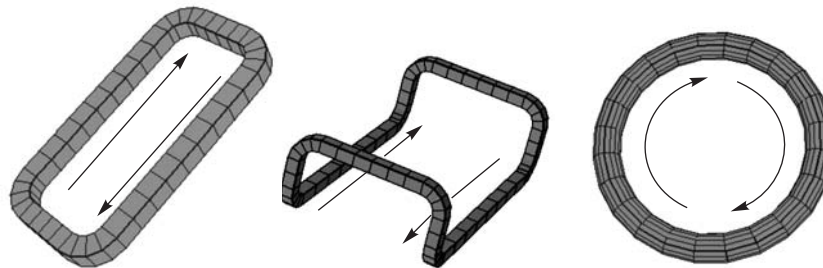


Рис. 16.

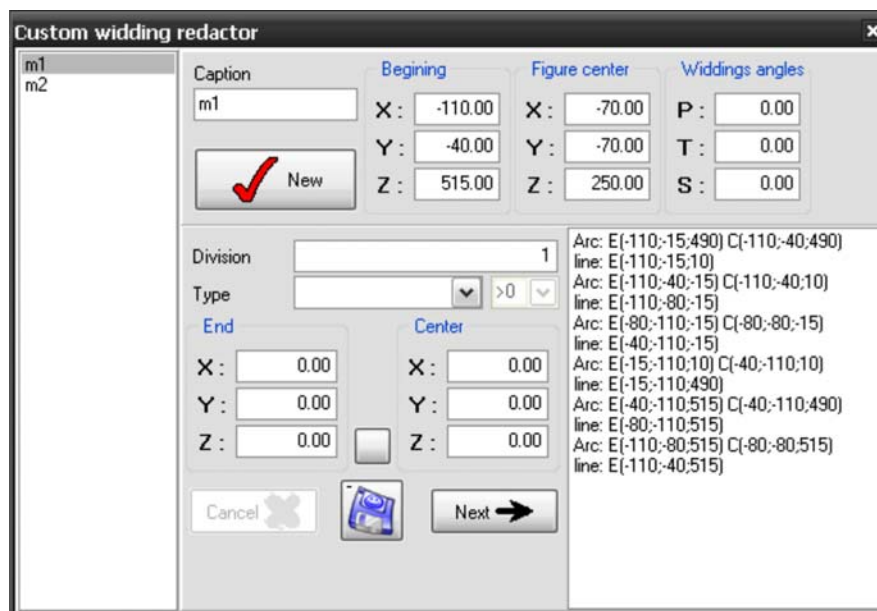


Рис. 17.

- координаты центра обмотки;
- углы поворота системы координат (углы Эйлера);
- суммарный ток, проходящий через сечение.

Изменение знака в значении суммарного тока соответствует изменению направления движения тока. Далее пользователь должен задать набор элементов описания центральной токовой линии. Отрезок прямой задается координатами начальной и конечной точки, а также числом, на которое он разбивается. Дуга окружности задается начальной и конечной точками, центром окружности и числом разбиения дуги. Предполагается, что ток движется в положительном направлении от начальной точки к конечной по дуге окружности с заданным центром, лежащей в плоскости, проходящей через эти три точки.

На рис. 16 изображены варианты стандартных обмоток для кабеля с прямоугольным сечением. На рис. 17 приведено меню, позволяющее достаточно просто задавать элементы произвольной обмотки.

После задания центральной токовой линии необходимо выбрать сечение обмотки, расположение в пространстве центра обмотки, повороты системы

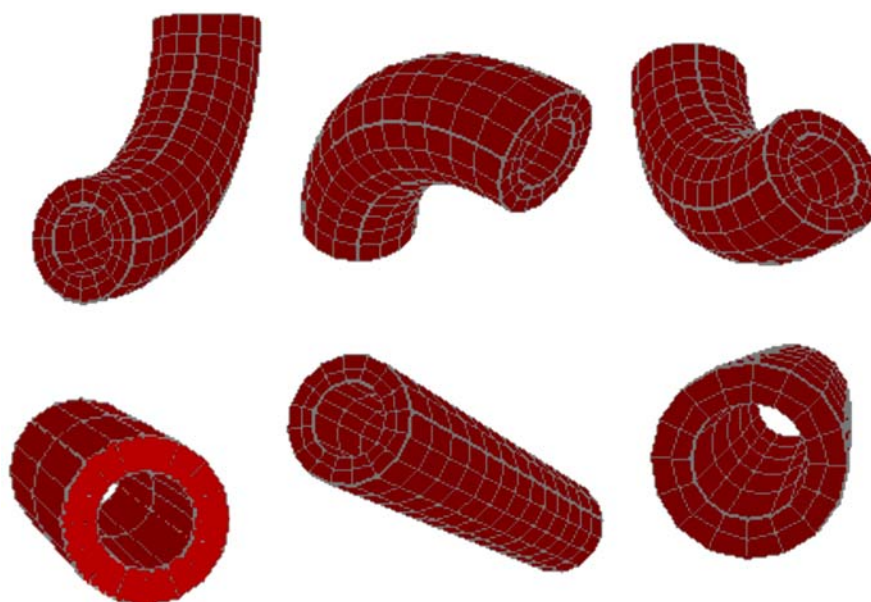


Рис. 18.

координат и т. д. На рис. 18 представлены элементы сложной обмотки для коаксиального кабеля.

На рис. 19–21 приведены меню задания стандартных обмоток для прямоугольного сечения кабеля.

На рис. 22 иллюстрируются возможности генератора, позволяющего создавать различные, часто достаточно экзотические обмотки произвольного сечения кабеля. В результате работы генератора создаются массивы с описанием координат построенных точек; целочисленные массивы, с описанием номеров точек, входящих в построенные серендиповы элементы; характеристики типов самих элементов и материалов, из которых состоит данный элемент и другая необходимая для дальнейшего моделирования информация. Аналогичное описание дается для построенных обмоток.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе дается описание автоматического генератора пространственных сеток, удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к разбиениям методом

конечных элементов. Подобные генераторы являются составными модулями больших, как правило, достаточно дорогих коммерческих программных комплексов, базирующихся на конечно-элементном описании решаемых задач. Используемый метод генерации сетки близок к существующим, однако обладает существенными отличиями. В частности, за счет создания базы стандартных разбиений улучшены алгоритмы дробления макроблоков на микроблоки, что позволяет снять существующее жесткое ограничение на числа

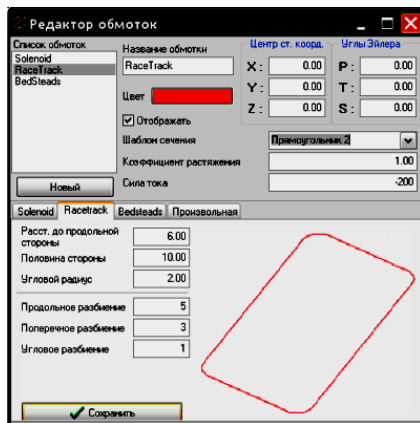


Рис. 19.

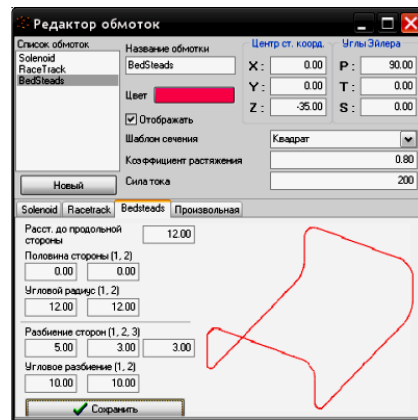


Рис. 20.

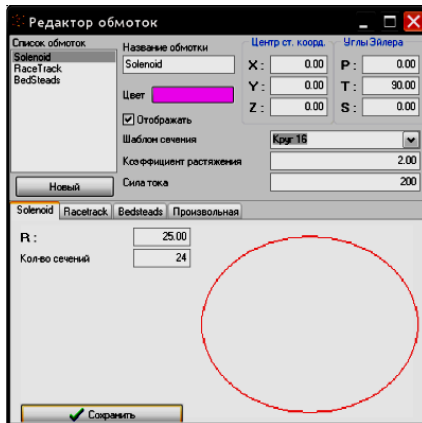


Рис. 21.

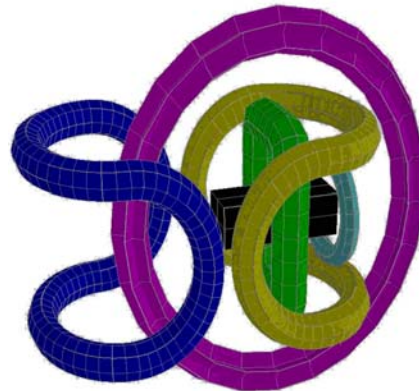


Рис. 22.

разбиений на сторонах макроблоков, приводящее в некоторых случаях к вырождению сетки. Создан удобный пользовательский интерфейс для задания входной геометрии. Разработан инструментарий для описания стандартных и нестандартных токовых обмоток с различным поперечным сечением, включая востребованные в последнее время обмотки с коаксиальным сечением кабеля. Существует визуальный контроль на всех стадиях работы генератора, в том числе за качеством финального разбиения. Предлагаемый генератор может быть использован как препроцессор для решения широкого класса задач, базирующихся на методе конечных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Zienkiewicz O. C.* The Finite Element Method in Engineering Science. McGraw-hill. London, 1971.
2. Vector Field, OPERA code; <http://www.vectorfields.com/>
3. *Cook W. A., Oakes W. R.* (1982). Mapping Methods for Generating Three-Dimensional Meshes.
4. *Fischer E. et al.* Full Size Model Manufacturing and Advanced Design Status of the SIS100 Main Magnets. WAMSDO at CERN, June 2008.
5. *Fischer E. et al.* Fast Ramped Superferric Prototypes and Conclusions for the Final Design of the SIS 100 Main Magnets. ASC 2008, 1LX03; Chicago, to be published.
6. *Fischer E. et al.* Numerical Analysis of the Operation Parameters of Fast Cycling Superconducting Magnets. ASC 2008, 2LPK07, Chicago; to be published.
7. An International Accelerator Facility for Beams of Ions and Antiprotons; <http://www.gsi.de/fair/>

Получено 30 октября 2008 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 04.12.2008.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,12. Уч.-изд. л. 1,31. Тираж 310 экз. Заказ № 56425.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/