

P11-2009-181

И. В. Амирханов, Г. А. Карамышева, И. Н. Киян,  
Я. Суликовский\*

УЛУЧШЕННАЯ МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕБУЕМЫХ  
РЕЖИМОВ РАБОТЫ МНОГОЦЕЛЕВЫХ  
ИЗОХРОННЫХ ЦИКЛОТРОНОВ

Направлено в журнал «Вестник Тверского государственного  
университета»

---

\*Институт ядерной физики Польской академии наук, Краков

Амирханов И. В. и др.

P11-2009-181

Улучшенная методика математического и компьютерного моделирования требуемых режимов работы многоцелевых изохронных циклотронов

Математическое и компьютерное моделирование режимов работы многоцелевых изохронных циклотронов основывается на расчете значений токов в концентрических катушках коррекции основного магнитного поля ( $I_i$ ,  $i = 1, 2 \dots z$ ) для определенного уровня тока в главной катушке ( $I_{\text{main}}$ ). Ряд численных и физических экспериментов по моделированию основного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона АИС144 (ИЯФ ПАН, Краков): ускоряемые частицы — протоны ( $p$ ), энергия выведенных протонов —  $E_{\text{out}} \sim 60,3/60,7$  МэВ, частота ВЧ-генератора —  $F_{\text{rf}} = 26,155/26,25$  МГц, подтвердил как необходимость включения в расчет оценки устойчивости решения, так и возможность успешного ускорения протонов во всем диапазоне рабочих радиусов при допустимых фазовых потерях ускоряемых протонов в области изохронизации требуемого магнитного поля (с уменьшением тока пучка менее 50 %) без остановки циклотрона для проведения дополнительных магнитных измерений.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Дзелепова и в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2009

Amirhanov I. V. et al.

P11-2009-181

Improved Technique of Mathematical and Computing Modeling of Required Operation Modes for Multipurpose Isochronous Cyclotrons

The mathematical and computer modeling of required operation modes of multipurpose isochronous cyclotrons is presented. The considered procedure is based on the calculation of currents in trim coils of correction of the main magnetic field ( $I_i$ ,  $i = 1, 2 \dots z$ ) at a certain level of current in the main coil ( $I_{\text{main}}$ ). A series of numerical and physical experiments on modeling of the main operation mode of the multipurpose isochronous cyclotron АИС144 (INP PAS, Krakow): accelerated particles are protons ( $p$ ), extracted proton energy is  $E_{\text{out}} \sim 60.3/60.7$  MeV, RF-generator frequency is  $F_{\text{rf}} = 26.155/26.25$  MHz, confirmed both the necessity of including the evaluation of solution stability into the calculation, and the possibility of successful accelerating of the protons in the whole range of working radii with the allowable phase losses of accelerated protons in the isochronization range of required magnetic field (with decreasing beam current less than 50%) without stopping the cyclotron for performing the additional magnetic measurements.

The investigation has been performed at the Dzhelepov Laboratory of Nuclear Problems and at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2009

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений в области развития ускорительной техники является разработка, производство и эксплуатация компактных многоцелевых изохронных циклотронов. Они находят применение как в области научных исследований (производство радиоизотопов для исследований в ядерной спектроскопии, электроядерная энергетика), так и в области медицины (производство радиоизотопов для различных видов томографии, протонная терапия раковых опухолей). Примерами многоцелевых изохронных циклотронов, предназначенных для использования в медицинских целях, могут служить как уже построенные циклотроны (AIC144, расположенный в Институте ядерной физики Польской академии наук (ИЯФ ПАН) в Кракове (Польша) [1, 2]), так и строящиеся в настоящее время (VINCY, расположенный в институте VINCA в Белграде (Сербия) [3, 4]). В качестве конкретного примера в этой статье рассматривается многоцелевой изохронный циклотрон AIC144, предназначенный для производства радиоизотопов и лечения меланомы (раковой опухоли) глаза у пациентов безоперационным путем (основной режим работы: протоны ( $p$ ), частота ВЧ-генератора  $F_{rf} = 26,155/26,25$  МГц, напряжение на дуантах  $U_d = 56$  кВ).

Циклотрон имеет четырехсекторную магнитную структуру со спиральными шиммами [2]. Требуемое магнитное поле  $B_{task}(r, \theta)$  формируется в диапазоне рабочих радиусов ускорения от системы инжекции до системы вывода пучка ионов с определенной точностью как с помощью главной катушки, формирующей основное магнитное поле  $B_{main}(r, \theta)$ , так и с помощью вложенных друг в друга концентрических катушек коррекции основного магнитного поля, формирующих вклады  $B_j(r, \theta)$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ , где  $z$  — это число имеющихся концентрических катушек. Для AIC144  $z = 20$ . В итоге создается результирующее магнитное поле  $B_{res}(r, \theta)$ , в котором и производится ускорение внутреннего пучка ионов.

Основные параметры операционного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона включают в себя набор значений токов в главной и в концентрических катушках, частоту ВЧ-генератора и напряжение на дуантах. К дополнительным параметрам относятся токи в гармонических катушках коррекции первой и основной гармоник результирующего магнитного

поля. Искусственно создаваемая первая гармоника не влияет на значение среднего магнитного поля и используется для раскачки пучка ионов на конечных радиусах ускорения с целью улучшения разделения орбит и вывода пучка через электростатический дефлектор [5].

Исходные данные включают в себя тип ускоряемых частиц, кинетическую энергию частиц на определенном радиусе ускорения или частоту ВЧ-генератора, радиус рабочей точки (места пересечения среднего основного и среднего требуемого магнитных полей в области конечных радиусов ускорения), кратность ускорения частиц (отношение частоты ВЧ-генератора к частоте обращения частицы), периодичность магнитной структуры (число магнитных секторов), диапазон формирования требуемого магнитного поля, а также маску изохронного магнитного поля, которая определяет форму центрального бампа и краевого магнитного поля [5]. Кроме того, к исходным данным относится набор измеренных или рассчитанных карт магнитных полей: основных магнитных полей  $B_{\text{main}}(r, \theta)$  от тока в главной катушке и дополнительных магнитных полей  $B_{\text{add}}(r, \theta)$  от максимального тока в каждой из отдельно взятых концентрических катушек для каждого определенного уровня тока в главной катушке. Измерения карт магнитных полей производятся с определенными шагами по радиусу  $\Delta R_{\text{ms}}$  и азимуту  $\Delta \theta_{\text{ms}}$ . Разность между соответствующими дополнительным и основным магнитными полями составляет максимальный вклад рассматриваемой концентрической катушки  $B_{j,\text{max}}(r, \theta)$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ , в основное магнитное поле  $B_{\text{main}}(r, \theta)$ . Средние магнитные поля (с усреднением по азимуту) рассчитываются по следующей общей формуле:

$$\bar{B}_{\text{index}}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} B_{\text{index}}(r, \theta) d\theta. \quad (1)$$

Изохронное магнитное поле в начальном приближении рассчитывается по следующей аналитической формуле (вывод формулы на основе [5]):

$$\bar{B}_{\text{is}}(r) = \frac{m_0 \omega_0}{q} \left( 1 - \frac{r^2}{(c/\omega_0)^2} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \omega_0 = 2\pi F_0, \quad (2)$$

где  $\omega_0$  — круговая частота обращения частиц;  $q$  — заряд частицы;  $r$  — средний радиус замкнутой равновесной орбиты. В дальнейшем изохронное магнитное поле пересчитывается на основе алгоритма Гордона [6] с учетом влияния азимутальной вариации результирующего магнитного поля на траекторию движения ускоряемых частиц. В случае задания в качестве исходных данных значения кинетической энергии на определенном радиусе ускорения расчет частоты обращения частиц в начальном приближении выполняется по

следующей аналитической формуле (вывод формулы на основе [5]):

$$F_0 = \frac{c}{2\pi R_k} \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{(E_0 + E_k)^2}}, \quad E_0 = m_0 c^2, \quad (3)$$

где  $E_0$  — энергия покоя частицы;  $m_0$ ,  $c$  — масса покоя частицы и скорость света;  $E_k$  — исходная кинетическая энергия частицы, соответствующая определенному среднему радиусу замкнутой равновесной орбиты  $R_k$ . В дальнейшем частота обращения частиц пересчитывается с помощью (3) с внесением необходимой поправки в исходную кинетическую энергию частицы. В случае задания значения частоты ВЧ-генератора расчет частоты обращения частиц выполняется по следующей формуле [5]:

$$F_0 = \frac{F_{\text{rf}}}{H}, \quad (4)$$

где  $F_{\text{rf}}$  — частота ВЧ-генератора;  $H$  — кратность ускорения частиц.

Маска изохронного магнитного поля  $\bar{B}_{\text{mask}}(r)$  — это сумма среднего магнитного поля центрального бампа  $\bar{B}_{\text{bump}}(r)$  и среднего краевого магнитного поля  $\bar{B}_{\text{edge}}(r)$ . Форма центрального бампа определяется расчетно-экспериментальным путем. Центральный бамп используется в двух целях: во-первых, для обеспечения вертикальной фокусировки пучка ионов на начальных радиусах ускорения до радиуса, на котором становится заметным действие азимутальной вариации магнитного поля [5]; во-вторых, для обеспечения необходимого фазового сдвига ускоряемых частиц, позволяющего осуществлять вывод пучка в краевом магнитном поле через электростатический дефлектор таким образом, чтобы значение фазового сдвига  $\Delta\varphi$  на входе в последний было примерно равно  $0^\circ$  [7]. Форма краевого магнитного поля определяется расчетным путем. С одной стороны, краевое магнитное поле используется для обеспечения дополнительной вертикальной фокусировки пучка ионов на конечных радиусах ускорения. Это является особенно полезным, когда последняя не достигается в данной области за счет одной только азимутальной вариации магнитного поля [5]. С другой стороны, краевое магнитное поле корректируется с помощью концентрических катушек таким образом, чтобы обеспечить как можно больший по абсолютной величине отрицательный фазовый сдвиг ускоряемых частиц на радиусе заброса пучка в электростатический дефлектор [7]. На формирование как центрального бампа, так и краевого магнитного поля накладываются ограничения, связанные с физическими возможностями концентрических катушек коррекции основного магнитного поля, определяемыми на этапе проектирования циклотрона. Для основного режима работы АС144 маска изохронного магнитного поля представлена на рис. 1.

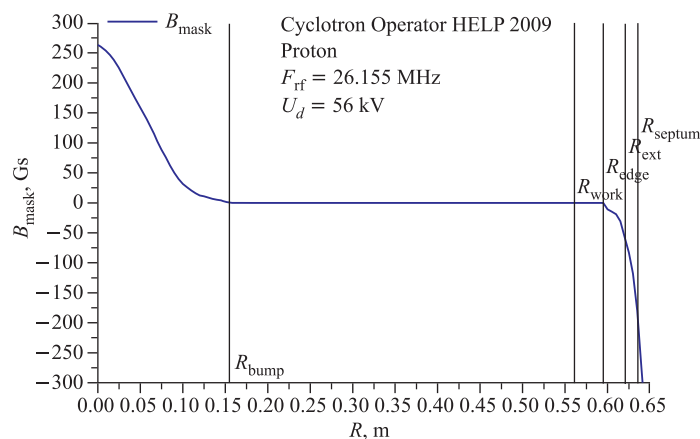


Рис. 1. Маска изохронного магнитного поля

Здесь  $R_{\text{bump}} = 0,155$  м — радиус конца центрального бампа;  $R_{\text{work}} = 0,56$  м — радиус рабочей точки;  $R_{\text{edge}} = 0,595$  м — радиус начала краевого магнитного поля;  $R_{\text{ext}} = 0,62$  м — радиус заброса пучка в электростатический дефлектор (радиус экстракции пучка ускоренных ионов);  $R_{\text{septum}} = 0,635$  м — радиус расположения септума (первого ножа) электростатического дефлектора.

## МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ

Математическое и компьютерное моделирование требуемого режима работы многоцелевого изохронного циклотрона начинается с задания исходных данных: типа ускоряемых частиц, кинетической энергии частиц на определенном радиусе ускорения или частоты ВЧ-генератора, значения радиуса рабочей точки и т. д. Удачный выбор значения радиуса рабочей точки в области конечных радиусов ускорения позволяет рассчитать такой ток в главной катушке, который обеспечивает оптимальную устойчивость требуемого режима работы. Для расчета токов в катушках циклотрона берутся карты основного магнитного поля, измеренные для трех уровней тока в главной катушке, а также соответствующие карты дополнительных магнитных полей. Поскольку процесс измерения одной карты магнитного поля в зависимости от числа точек измерения может занимать от нескольких часов до одних суток, проведение всех необходимых магнитных измерений в течение одного сеанса работы циклотрона не представляется возможным. Поэтому для каждого задействованного уровня тока в главной катушке производятся магнитные из-

мерения основного и дополнительных магнитных полей в центре циклотрона в течение одного сеанса работы ускорителя с целью калибровки средних магнитных полей вкладов концентрических катушек в основное магнитное поле. Калибровка позволяет уменьшить ошибки магнитных измерений, возникающие при очередных включениях циклотрона из-за влияния остаточной намагниченности железа главного магнита.

Процесс первичной калибровки среднего магнитного поля вклада каждой концентрической катушки заключается в следующем. Измеряются основное и дополнительное магнитные поля в центре циклотрона для отдельно взятой концентрической катушки. Потом берется разница между вторым и первым значениями, которая определяет среднее магнитное поле вклада рассматриваемой концентрической катушки в данной точке. Далее рассчитывается поправочный коэффициент как отношение среднего магнитного поля вклада в центре циклотрона, полученного из полномасштабного измерения карт магнитных полей, к среднему магнитному полю вклада, полученному из магнитных измерений, проведенных только в одной точке. Затем среднее магнитное поле вклада рассматриваемой концентрической катушки пересчитывается с учетом поправочного коэффициента во всем диапазоне радиусов измерения карт магнитных полей. Данный подход применяется для каждой отдельно взятой концентрической катушки для всех задействованных уровней тока в главной катушке.

Процесс вторичной калибровки средних магнитных полей вкладов заключается в следующем. Для конкретного режима работы на основе имеющихся карт магнитных полей формируется карта результирующего магнитного поля. Потом берется соответствующая измеренная карта результирующего магнитного поля. Поправочный коэффициент рассчитывается так, чтобы обеспечить наилучшее соответствие между средним расчетным и средним измеренным результирующими магнитными полями в области изохронизации требуемого магнитного поля. При этом минимизируется интегральное значение ошибки фазового движения ускоряемых частиц (разности между двумя фазовыми движениями, рассчитанными на расчетной и измеренной картах результирующего магнитного поля) [7]. Полученный поправочный коэффициент задается один для всех первично откалиброванных средних магнитных полей вкладов концентрических катушек для всех задействованных уровней тока в главной катушке. Благодаря введению вторичной калибровки средних магнитных полей вкладов концентрических катушек появляется возможность избежать ряда расчетно-экспериментальных итераций по формированию требуемого режима работы, связанных с остановкой и разборкой циклотрона для проведения дополнительных измерений результирующего магнитного поля, заменив расчетно-экспериментальные итерации только расчетными. В целом калибровка средних магнитных полей вкладов производится с точностью до  $\varepsilon_{B0} = 0,1$  Гс.

После проведения калибровки средних магнитных полей вкладов концентрических катушек производится пересчет карт дополнительных магнитных полей для всех задействованных уровней тока в главной катушке. Поскольку при моделировании требуемых режимов работы используются средние магнитные поля с усреднением значений по азимуту, сдвигом фазы  $n$ -й гармоники основного магнитного поля, появляющимся из-за влияния вкладов концентрических катушек на основное магнитное поле, можно пренебречь. Поэтому пересчет карт дополнительных магнитных полей выполняется на базе измеренных карт основных магнитных полей и соответствующих дважды откалиброванных средних магнитных полей вкладов концентрических катушек. При этом предполагается, что для каждого значения радиуса азимутальная вариация вклада соотносится с азимутальной вариацией основного магнитного поля так же, как и соответствующие средние магнитные поля. Поэтому с целью учета влияния вкладов на азимутальную вариацию основного магнитного поля пересчет карт дополнительных магнитных полей производится по следующей приближенной формуле:

$$B_{\text{add}}(r, \theta) = B_{\text{main}}(r, \theta) + \bar{B}_{j,\text{max}}(r) + \frac{\bar{B}_{j,\text{max}}(r)}{\bar{B}_{\text{main}}(r)} \sum_{n=1}^{iN} \{B_{\text{main},n}(r) \cos [n(\theta - \varphi_{\text{main},n}(r))]\}, \quad (5)$$

$$i = 1, 2 \dots 5, \quad j = 1, 2 \dots z,$$

где  $B_{\text{add}}(r, \theta)$  — это дополнительное магнитное поле;  $B_{\text{main}}(r, \theta)$  — основное магнитное поле;  $\bar{B}_{j,\text{max}}(r)$  — среднее магнитное поле максимальной вклада  $j$ -й концентрической катушки в основное магнитное поле;  $\bar{B}_{\text{main}}(r)$  — среднее основное магнитное поле;  $B_{\text{main},n}(r)$  и  $\varphi_{\text{main},n}(r)$  — амплитуда и фаза  $n$ -й гармоники основного магнитного поля;  $N$  — периодичность магнитной структуры. Расчет карты дополнительного магнитного поля производится для значений радиуса и азимута, заданных диапазонами и шагами измерения карты основного магнитного поля по радиусу и по азимуту. Амплитуда и фаза  $n$ -й гармоники основного магнитного поля рассчитываются по следующим формулам:

$$B_{\text{main},n}(r) = \sqrt{G_{\text{main},n}^2(r) + H_{\text{main},n}^2(r)}, \quad (6)$$

$$\varphi_{\text{main},n}(r) = \frac{1}{n} \arctg \left( \frac{G_{\text{main},n}(r)}{H_{\text{main},n}(r)} \right), \quad (7)$$

$$H_{\text{main},n}(r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (B_{\text{main}}(r, \theta) \cos(\theta n)) d\theta, \quad (8)$$



$$G_{\text{main},n}(r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (B_{\text{main}}(r, \theta) \sin(\theta n)) d\theta, \quad (9)$$

$$n = 1, iN, \quad i = 1, 2 \dots 5,$$

где  $H_{\text{main},n}(r)$  и  $G_{\text{main},n}(r)$  — это коэффициенты, определяемые по формулам Эйлера–Фурье [13].

Для всех точек медианной плоскости между полюсами главного магнита зависимость вклада концентрической катушки в основное магнитное поле от текущего в ней тока предполагается линейной для каждой концентрической катушки, поэтому измерения карт дополнительных магнитных полей производятся только для максимального (положительного) значения тока в каждой из отдельно взятых концентрических катушек. В случае, когда влияние вкладов концентрических катушек на намагниченность железа главного магнита значительно, измерения карт дополнительных магнитных полей производятся также для минимального (отрицательного) значения тока в каждой из отдельно взятых концентрических катушек. От уровня тока в главной катушке зависит намагниченность железа главного магнита и, следовательно, амплитуды средних магнитных полей вкладов концентрических катушек в основное магнитное поле, что необходимо учитывать при моделировании требуемых режимов работы многоцелевых изохронных циклотронов.

## РАСЧЕТ ТОКА В ГЛАВНОЙ КАТУШКЕ

Для решения задачи плавного перехода в определенном диапазоне от одного значения рабочего тока в главной катушке к другому используется интерполяция значений не только внутри, но и между картами основных и дополнительных магнитных полей (как вариант, между картами основных магнитных полей и между вкладами в основные магнитные поля). Интерполяция значений внутри используемых карт магнитных полей выполняется по радиусу для каждого определенного азимутального направления с помощью метода кубических сплайнов [8, 10]. Интерполяция значений между соответствующими картами магнитных полей, измеренными или рассчитанными для определенных уровней тока в главной катушке, выполняется с помощью полинома Лагранжа второй степени [9]. Благодаря интерполяции значений между соответствующими картами магнитных полей появляется возможность избежать проведения ряда магнитных измерений основного и дополнительных магнитных полей, а также магнитных измерений в центре циклотрона

для определенного уровня тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$ . При этом отпадает связанная с этими измерениями необходимость в остановке и разборке циклотрона, проводимыми с целью размещения внутри вакуумной камеры измерительного оборудования.

Для расчета тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$  берутся три карты основных магнитных полей  $B_{\text{main},1}(r, \theta)$ ,  $B_{\text{main},2}(r, \theta)$ ,  $B_{\text{main},3}(r, \theta)$ , измеренные для трех соответствующих уровней тока в главной катушке  $I_{\text{main},1}$ ,  $I_{\text{main},2}$ ,  $I_{\text{main},3}$  ( $I_{\text{main},1} < I_{\text{main},2} < I_{\text{main},3}$ ). Внутри каждой из карт основных магнитных полей с помощью метода кубических сплайнов производится интерполяция измеренных значений по радиусу. После этого каждая из этих карт пересчитывается для определенного шага по радиусу  $\Delta R_{\text{calc}}$ , кратного шагу их измерения по радиусу  $\Delta R_{\text{ms}}$ . Значение шага  $\Delta R_{\text{calc}} < \Delta R_{\text{ms}}$  определяется исходя из физических соображений (определения радиуса конца центрального бампа, радиуса рабочей точки, радиуса начала краевого магнитного поля, радиуса заброса пучка в электростатический дефлектор, радиуса расположения септума (первого ножа) электростатического дефлектора). Среднее требуемое магнитное поле  $\bar{B}_{\text{task}}(r)$  рассчитывается как сумма изохронного магнитного поля  $\bar{B}_{\text{is}}(r)$  и маски изохронного магнитного поля  $\bar{B}_{\text{mask}}(r)$ . Исходя из трех карт основных магнитных полей  $B_{\text{main},1}(r, \theta)$ ,  $B_{\text{main},2}(r, \theta)$ ,  $B_{\text{main},3}(r, \theta)$  рассчитываются соответствующие средние основные магнитные поля  $\bar{B}_{\text{main},1}(r)$ ,  $\bar{B}_{\text{main},2}(r)$ ,  $\bar{B}_{\text{main},3}(r)$ . Затем в области конечных радиусов ускорения задается значение радиуса рабочей точки  $R_{\text{work}}$ . Например, для расчета основного режима работы АС144 берутся следующие значения тока в главной катушке и радиуса рабочей точки:  $I_{\text{main},1} = 535$  А,  $I_{\text{main},2} = 570$  А,  $I_{\text{main},3} = 600$  А,  $R_{\text{work}} = 0,56$  м. Таким образом, необходимо рассчитать такой ток в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$ , который позволил бы сформировать основное магнитное поле  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$ , при усреднении которого среднее основное магнитное поле  $\bar{B}_{\text{main,work}}(r)$  пересеклось бы со средним требуемым магнитным полем  $\bar{B}_{\text{task}}(r)$  в заданной рабочей точке с радиусом  $R_{\text{work}}$ . Исходя из трех зависимостей  $\bar{B}_{\text{main},1}(r)$ ,  $\bar{B}_{\text{main},2}(r)$ ,  $\bar{B}_{\text{main},3}(r)$  для заданного значения радиуса рабочей точки  $R_{\text{work}}$  находятся соответствующие значения средних магнитных полей  $\bar{B}_{\text{main},1}(R_{\text{work}})$ ,  $\bar{B}_{\text{main},2}(R_{\text{work}})$ ,  $\bar{B}_{\text{main},3}(R_{\text{work}})$ . При этом полученные значения соответствуют трем определенным значениям тока в главной катушке  $I_{\text{main},1}$ ,  $I_{\text{main},2}$ ,  $I_{\text{main},3}$ . С помощью интерполяционного многочлена Лагранжа второй степени по трем точкам  $M_1(I_{\text{main},1}, \bar{B}_{\text{main},1}(R_{\text{work}}))$ ,  $M_2(I_{\text{main},2}, \bar{B}_{\text{main},2}(R_{\text{work}}))$ ,  $M_3(I_{\text{main},3}, \bar{B}_{\text{main},3}(R_{\text{work}}))$  строится зависимость  $\bar{B}_{\text{main}}(I_{\text{main}})$ , взятая для заданного значения радиуса рабочей точки  $R_{\text{work}}$ . Исходя из зависимости  $\bar{B}_{\text{task}}(r)$  для заданного значения радиуса рабочей точки  $R_{\text{work}}$  находится соответствующее значение среднего магнитного поля  $\bar{B}_{\text{task}}(R_{\text{work}})$ . Так как выполняются условие  $0 < I_{\text{main},1} \leq I_{\text{main,work}} \leq I_{\text{main},3}$  и условие  $0 < \bar{B}_{\text{main},1}(R_{\text{work}}) \leq \bar{B}_{\text{main,work}}(R_{\text{work}}) \leq \bar{B}_{\text{main},3}(R_{\text{work}})$ , то для нахождения требуемого зна-

чения тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$  необходимо записать следующее выражение:

$$\begin{aligned} \bar{B}_{\text{main,work}}(R_{\text{work}}) &= \frac{(I_{\text{main}} - I_{\text{main,2}})(I_{\text{main}} - I_{\text{main,3}})}{(I_{\text{main,1}} - I_{\text{main,2}})(I_{\text{main,1}} - I_{\text{main,3}})} \times \\ &\times \bar{B}_{\text{main,1}}(R_{\text{work}}) + \frac{(I_{\text{main}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main}} - I_{\text{main,3}})}{(I_{\text{main,2}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main,2}} - I_{\text{main,3}})} \bar{B}_{\text{main,2}}(R_{\text{work}}) + \\ &+ \frac{(I_{\text{main}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main}} - I_{\text{main,2}})}{(I_{\text{main,3}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main,3}} - I_{\text{main,2}})} \bar{B}_{\text{main,3}}(R_{\text{work}}). \quad (10) \end{aligned}$$

Далее в (10) вместо значения  $\bar{B}_{\text{main,work}}(R_{\text{work}})$ , которое соответствует искомому значению тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$ , подставляется найденное значение  $\bar{B}_{\text{task}}(R_{\text{work}})$  и решается соответствующее квадратное уравнение относительно  $I_{\text{main}}$ . Один из корней квадратного уравнения  $I_{\text{main}}^i$ ,  $i = 1, 2$ , удовлетворяет неравенству  $I_{\text{main,1}} \leq I_{\text{main}}^i \leq I_{\text{main,3}}$  и является искомым значением тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}} = I_{\text{main}}^i$ .

Исходя из трех карт основных магнитных полей  $B_{\text{main,1}}(r, \theta)$ ,  $B_{\text{main,2}}(r, \theta)$ ,  $B_{\text{main,3}}(r, \theta)$  для конкретных значений радиуса  $R$  и азимута  $\theta$  находятся соответствующие значения карт основных магнитных полей  $B_{\text{main,1}}(R, \theta)$ ,  $B_{\text{main,2}}(R, \theta)$ ,  $B_{\text{main,3}}(R, \theta)$ . При этом полученные значения соответствуют трем определенным значениям тока в главной катушке  $I_{\text{main,1}}$ ,  $I_{\text{main,2}}$ ,  $I_{\text{main,3}}$ . С помощью интерполяционного многочлена Лагранжа второй степени по трем точкам  $M_1(I_{\text{main,1}}, B_{\text{main,1}}(R, \theta))$ ,  $M_2(I_{\text{main,2}}, B_{\text{main,2}}(R, \theta))$ ,  $M_3(I_{\text{main,3}}, B_{\text{main,3}}(R, \theta))$  строится зависимость  $B_{\text{main}}(I_{\text{main}})$ . Для нахождения карты основного магнитного поля  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$  необходимо записать следующее выражение:

$$\begin{aligned} B_{\text{main,work}}(R, \theta) &= \frac{(I_{\text{main,work}} - I_{\text{main,2}})(I_{\text{main,work}} - I_{\text{main,3}})}{(I_{\text{main,1}} - I_{\text{main,2}})(I_{\text{main,1}} - I_{\text{main,3}})} \times \\ &\times B_{\text{main,1}}(R, \theta) + \frac{(I_{\text{main,work}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main,work}} - I_{\text{main,3}})}{(I_{\text{main,2}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main,2}} - I_{\text{main,3}})} B_{\text{main,2}}(R, \theta) + \\ &+ \frac{(I_{\text{main,work}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main,work}} - I_{\text{main,2}})}{(I_{\text{main,3}} - I_{\text{main,1}})(I_{\text{main,3}} - I_{\text{main,2}})} B_{\text{main,3}}(R, \theta). \quad (11) \end{aligned}$$

Далее в правую часть (11) подставляются все известные значения и находится значение  $B_{\text{main,work}}(R, \theta)$ . Расчет карты основного магнитного поля  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$  производится для всех значений радиуса и азимута, определенных шагами  $\Delta R_{\text{calc}}$  и  $\Delta \theta_{\text{ms}}$ . Исходя из полученной карты основного магнитного поля  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$  на основе алгоритма М. М. Гордона [6] производится перерасчет изохронного магнитного поля  $\bar{B}_{\text{is}}(r)$  с учетом влияния азимутальной вариации основного магнитного поля на траекторию движения

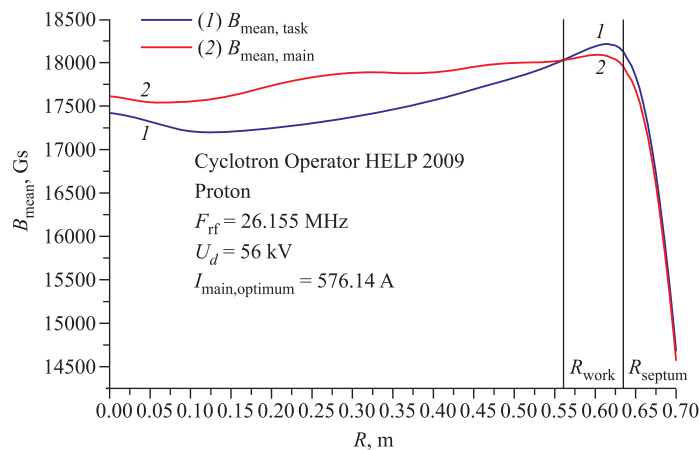


Рис. 2. Среднее требуемое и среднее основное магнитные поля

ускоряемых частиц. Далее производится перерасчет среднего требуемого магнитного поля  $\bar{B}_{\text{task}}(r)$ . Затем весь процесс расчета тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$  повторяется. Он продолжается до тех пор, пока не достигается требуемая точность расчета тока в главной катушке  $\varepsilon_I = 0,001$  А. Для основного режима работы АС144 график пересечения среднего требуемого магнитного поля  $\bar{B}_{\text{task}}(r)$  со средним основным магнитным полем  $\bar{B}_{\text{main,work}}(r)$  в заданной рабочей точке с радиусом  $R_{\text{work}}$  представлен на рис. 2.

Для найденного значения тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$  аналогично приведенной выше процедуре рассчитываются соответствующие карты магнитных полей максимальных вкладов концентрических катушек  $B_{j,\text{max}}(r, \theta)$ ,  $j = 1, 2 \dots z$  в основное магнитное поле  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$ . При этом рассчитываются соответствующие средние магнитные поля найденных максимальных вкладов  $\bar{B}_{j,\text{max}}(r)$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ .

## РАСЧЕТ ТОКОВ В КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ КАТУШКАХ

Для получения требуемого режима работы многоцелевого изохронного циклотрона необходимо определить значения токов во всех концентрических катушках коррекции основного магнитного поля  $I_j$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ , для определенного уровня тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$ . Токи в концентрических катушках рассчитываются на основе метода наименьших квадратов с покомпонентным вводом решения в границы области допустимых значений [10]. При этом токи в концентрических катушках рассматриваются последовательно в направлении, определяемом зонами влияния концентри-

ческих катушек на основное магнитное поле: от первой concentрической катушки, расположенной в центре циклотрона, к последней, наиболее удаленной от его центра. Нижнее  $I_{j,\text{low}}$  и верхнее  $I_{j,\text{high}}$  граничные значения тока в каждой concentрической катушке укладываются в рамки соответствующих минимального и максимального значений, т. е. значения переменной  $I_{j,\text{lim}}$  определяются следующим образом:

$$I_{j,\text{lim}} = \left\{ \begin{array}{l} I_{j,\text{low}}, \quad (-I_{j,\text{max}} \leq I_{j,\text{low}} < I_j \leq 0) \\ I_{j,\text{high}}, \quad (0 \leq I_j < I_{j,\text{high}} \leq I_{j,\text{max}}) \end{array} \right\}, \quad (12)$$

$$I_{j,\text{max}} > 0, \quad j = 1, 2 \dots z,$$

где  $I_{j,\text{max}}$  — это максимальный ток в  $j$ -й concentрической катушке;  $z = m + k$  — это число фиксированных ( $m$ ) и свободных ( $k$ ) компонент вектора решения. Для удобства дальнейших расчетов вводятся следующие безразмерные обозначения:

$$k_{i,\text{lim}} = \frac{I_{i,\text{max}}}{I_{i,\text{lim}}}, \quad I_i^* = \frac{I_i}{I_{i,\text{max}}}, \quad \bar{B}_{i,\text{max}}(r^*) = \frac{\bar{B}_{i,\text{max}}(r^*)}{B_0}, \quad i = 1, 2 \dots k,$$

$$\lambda^* = \left( \frac{\lambda}{B_0} \right)^2, \quad \Delta \bar{B}^*(r^*) = \frac{\Delta \bar{B}(r^*)}{B_0}, \quad r^* = \frac{r}{r_0}, \quad (13)$$

$$\Delta \bar{B}(r^*) = \bar{B}_{\text{task}}(r^*) - \bar{B}_{\text{start}}(r^*), \quad (14)$$

$$\bar{B}_{\text{task}}(r^*) = \bar{B}_{\text{is}}(r^*) + \bar{B}_{\text{mask}}(r^*), \quad (15)$$

$$\bar{B}_{\text{mask}}(r^*) = \bar{B}_{\text{bump}}(r^*) + \bar{B}_{\text{edge}}(r^*), \quad (16)$$

$$\bar{B}_{\text{start}}(r^*) = \bar{B}_{\text{main}}(r^*) + \sum_{j=1}^m \bar{B}_{j,\text{const}}(r^*), \quad (17)$$

$$\bar{B}_{j,\text{const}}(r^*) = \bar{B}_{j,\text{max}}(r^*) \frac{I_{j,\text{const}}}{I_{j,\text{max}}}, \quad (18)$$

где  $r_0, B_0$  — это определенные коэффициенты, имеющие соответственно размерности длины и магнитного поля, позволяющие перейти к безразмерным величинам;  $r$  — средний радиус замкнутой равновесной орбиты;  $\bar{B}_{i(j),\text{max}}(r^*)$  — среднее магнитное поле максимального вклада  $i$ -й ( $j$ -й) concentрической катушки в основное магнитное поле;  $\lambda$  — переменный параметр штрафной функции;  $I_i, I_{i,\text{max}}, I_{i,\text{lim}}$  — расчетный, максимальный и предельный токи в  $i$ -й concentрической катушке;  $I_{j,\text{const}}, I_{j,\text{max}}$  — фиксированный и максимальный токи в  $j$ -й concentрической катушке;  $\bar{B}_{\text{task}}(r^*)$  — среднее требуемое магнитное поле;  $\bar{B}_{\text{is}}(r^*)$  — изохронное магнитное поле;  $\bar{B}_{\text{mask}}(r^*)$  — маска изохронного магнитного поля;  $\bar{B}_{\text{bump}}(r^*)$  — среднее магнитное поле центрального бампа;  $\bar{B}_{\text{edge}}(r^*)$  — среднее краевое магнитное поле;  $\bar{B}_{\text{start}}(r^*)$  —

среднее исходное магнитное поле;  $\bar{B}_{\text{main}}(r^*)$  — среднее основное магнитное поле;  $\bar{B}_{j,\text{const}}(r^*)$  — среднее магнитное поле вклада  $j$ -й концентрической катушки, ток в которой фиксируется пользователем на любом допустимом уровне или программой на границе области допустимых значений.

Представленный ниже функционал формализует методику расчета токов в концентрических катушках коррекции основного магнитного поля циклотрона:

$$F(I_1^*, I_2^* \dots I_k^*) = \int_0^{R_{\text{septum}}^*} \left[ \sum_{j=1}^k (\bar{B}_{j,\text{max}}^*(r^*) I_j^*) - \Delta \bar{B}^*(r^*) \right]^2 \times \\ \times dr^* + \lambda^* \sum_{j=1}^k (k_{j,\text{lim}} I_j^*)^{2p}, \quad (19)$$

где  $R_{\text{septum}}^*$  — нормированный радиус расположения септума (первого ножа) электростатического дефлектора;  $p$  — это постоянный параметр штрафной функции. Штрафная функция, входящая в состав функционала в виде второго слагаемого, позволяет вводить решение в границы области допустимых значений покомпонентно в направлении, определенном выше. При минимизации функционала берутся частные производные по каждой из свободных компонент искомого вектора решения, которые затем приравниваются нулю:

$$\frac{\partial F(I_1^*, I_2^* \dots I_k^*)}{\partial I_i^*} = 0, \quad i = 1, 2 \dots k. \quad (20)$$

После взятия частных производных выражение (20) переписывается в следующем виде:

$$\int_0^{R_{\text{septum}}^*} \left[ \sum_{j=1}^k (\bar{B}_{i,\text{max}}^*(r^*) \bar{B}_{j,\text{max}}^*(r^*) I_j^*) \right] dr^* + \lambda^* p (k_{i,\text{lim}})^{2p} (I_i^*)^{2p-1} = \\ = \int_0^{R_{\text{septum}}^*} [\bar{B}_{i,\text{max}}^*(r^*) \Delta \bar{B}^*(r^*)] dr^*, \quad i = 1, 2 \dots k. \quad (21)$$

После преобразования выражение (21) переписывается в виде следующей не-

однородной системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^k \left\{ \left( \int_0^{R_{\text{septum}}^*} [\bar{B}_{i,\text{max}}^*(r^*) \bar{B}_{j,\text{max}}^*(r^*)] dr^* \right) I_j^* \right\} + \lambda^* p (k_{i,\text{lim}})^{2p} (I_i^*)^{2p-1} =$$

$$= \int_0^{R_{\text{septum}}^*} [\bar{B}_{i,\text{max}}^*(r^*) \Delta \bar{B}^*(r^*)] dr^*, \quad i = 1, 2 \dots k. \quad (22)$$

Полученная неоднородная система нелинейных алгебраических уравнений (22) решается итерационным путем. На первом шаге итерационного цикла нахождения решения (22) величина переменной  $\lambda^*$  устанавливается равной нулю. Получившаяся неоднородная система линейных алгебраических уравнений решается с помощью метода Гаусса с выбором главного элемента по матрице (см. приложение). Если полученный вектор решения  $I_j^{*(0)}$  по некоторым своим компонентам выходит за границы области допустимых значений, то величина переменной  $\lambda^*$  рассчитывается для каждой такой компоненты с целью ввода ее в рамки заданных граничных значений. При этом в первую очередь берется та из рассматриваемых компонент, которая определяет ток в концентрической катушке, расположенной наиболее близко к центру циклотрона. Решение  $I_j^{*(0)}$  подставляется в левую часть (22) и сохраняется неизменным в течение всего времени расчета  $\lambda^*$ . При этом следующая неоднородная система линейных алгебраических уравнений решается с помощью вышеуказанного метода:

$$\sum_{j=1}^k \{a_{i,j} I_j^*\} = b_i, \quad (23)$$

$$a_{i,j} = \int_0^{R_{\text{septum}}^*} [\bar{B}_{i,\text{max}}^*(r^*) \bar{B}_{j,\text{max}}^*(r^*)] dr^* + \lambda^* p (k_{j,\text{lim}})^{2p} (I_j^{*(0)})^{2p-2} \delta_{ij}, \quad (24)$$

$$b_i = \int_0^{R_{\text{septum}}^*} [\bar{B}_{i,\text{max}}^*(r^*) \Delta \bar{B}^*(r^*)] dr^*, \quad (25)$$

$$i = 1, 2 \dots k,$$

где  $\delta_{ij}$  — это символ Кронекера. После ввода с определенной точностью рассматриваемой компоненты вектора решения в рамки заданных граничных

значений данная компонента переводится из разряда свободных в разряд фиксированных. Затем на следующем шаге итерационного цикла нахождения решения (22) величина переменной  $\lambda^*$  опять устанавливается равной нулю и весь цикл расчетов повторяется. При этом производится уплотнение матрицы коэффициентов и вектора свободных членов. После покомпонентного ввода всего решения в границы области допустимых значений в направлении, определенном выше, при  $\lambda^* = 0$  находится искомое решение (22) и формируется набор токов в концентрических катушках коррекции основного магнитного поля  $I_j$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ . Исходя из полученных значений токов в концентрических катушках рассчитываются карты магнитных полей вкладов концентрических катушек в основное магнитное поле. В итоге формируется карта результирующего магнитного поля  $B_{\text{res}}(r, \theta)$  как сумма карты основного магнитного поля  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$  и карт магнитных полей вкладов концентрических катушек  $B_j(r, \theta)$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ . Исходя из полученной карты результирующего магнитного поля  $B_{\text{res}}(r, \theta)$ , из-за влияния вкладов концентрических катушек на азимутальную вариацию основного магнитного поля на основе алгоритма М. М. Гордона [6] производится перерасчет изохронного магнитного поля  $\bar{B}_{\text{is}}(r^*)$ . Далее производится перерасчет среднего требуемого магнитного поля  $\bar{B}_{\text{task}}(r^*)$  (15). Затем производится перерасчет  $\Delta \bar{B}(r^*)$  (14) и весь процесс формирования набора токов в концентрических катушках коррекции основного магнитного поля  $I_j$ ,  $j = 1, 2 \dots z$ , для определенного уровня тока в главной катушке  $I_{\text{main,work}}$  повторяется. Он продолжается до тех пор, пока не достигается требуемая точность расчета среднего требуемого магнитного поля  $\varepsilon_{B0} = 0,1$  Гс. Интегрирование выражений (1), (8), (9), (24) и (25) производится с помощью квадратурных формул Симпсона [9].

## УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЯ

Обычно с целью минимизации мощности, потребляемой концентрическими катушками коррекции основного магнитного поля, часть из них исключают из конечного решения (заносят ток в некоторых концентрических катушках). При этом в качестве критерия исключения обычно используется критерий минимума значения функционального минимума  $S$ . Гораздо более важной является задача улучшения устойчивости решения плохо обусловленной неоднородной системы линейных алгебраических уравнений. Эта задача также может быть решена путем исключения из расчета части задействованных концентрических катушек. При этом в качестве критерия исключения предлагается использовать критерий минимума произведения значений функционального минимума и числа обусловленности системы  $S \cdot \text{cond}(A)$ . Число концентрических катушек  $n$ , исключаемых из расчета с использованием предлагаемого критерия, определяется исходя из минимального значения полученной



зависимости минимальных произведений  $S \cdot \text{cond}(A)$  от числа исключаемых концентрических катушек  $n = 0, 1 \dots z/2$ . Формулы для расчета числа обусловленности, норм матрицы коэффициентов и вектора решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений представлены ниже:

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|, \quad (26)$$

$$\|A\| = \max_{1 \leq j \leq k} \left( \sum_{i=1}^k |a_{ij}| \right), \quad (27)$$

$$\|I\| = \sum_{j=1}^k |I_j|. \quad (28)$$

Обращение матрицы коэффициентов производится на основе использования метода Гаусса с выбором главного элемента по матрице (см. приложение). Расчет относительной ошибки получаемого решения производится по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{\|\delta I\|}{\|I\|} \cdot 100 (\%). \quad (29)$$

Одна из задач по оценке устойчивости получаемого решения связана с оценкой влияния искажений магнитного поля, появляющихся во время включения и работы циклотрона из-за петли гистерезиса, нагрева железа главного магнита и т. д. Другая задача соответствует предположению, что расчет режимов работы производится с использованием неточных исходных данных (карты основного магнитного поля  $B_{\text{main,work}}(r, \theta)$ ). Точность измерения карт магнитных полей на уровне  $\bar{B}(r) \sim 1,8$  Тл с помощью датчика Холла составляет  $\varepsilon_B = \pm 2$  Гс. Первая (вторая) из указанных задач заключается в нахождении решений при исключении из расчета некоторого числа концентрических катушек с использованием условно точной (возмущенной) карты основного магнитного поля. Чтобы оценить устойчивость решений, получаемых при использовании обоих критериев исключения, необходимо рассчитать и сравнить относительные погрешности соответствующих решений. Как показал ряд численных экспериментов, решения, получаемые при использовании предлагаемого критерия исключения, являются более устойчивыми, чем решения, получаемые при использовании обычного критерия исключения. При этом значительное улучшение устойчивости получаемого решения сопровождается лишь незначительным ухудшением значения функционального минимума, что практически не отражается на фазовом движении ускоряемых частиц [7]. Вопрос оценки устойчивости решений, получаемых с использованием обычного и предлагаемого критериев исключения из расчета части задействованных концентрических катушек коррекции основного магнитного поля, подробно исследуется в работе [11].

## ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

С помощью разработанного комплекса программ Cyclotron Operator HELP 2009 в начале июня 2009 г. было проведено моделирование основного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона АИС144 (протоны, частота ВЧ-генератора  $F_{\text{rf}} = 26,155$  МГц, напряжение на дуантах  $U_d = 56$  кВ). На рассчитанной карте результирующего магнитного поля, соответствующей полученному режиму работы, был сделан аналитический расчет фазового движения и частот свободных колебаний ускоряемых частиц. Анализ результатов расчетов, сделанный с учетом определенных погрешностей, показал возможность ускорения частиц во всем диапазоне рабочих радиусов от системы инъекции до системы вывода пучка ионов. Таким образом, расчетно-экспериментальные итерации по формированию требуемого магнитного поля были заменены одними только расчетными. Благодаря этому требуемый режим работы был получен без остановки и разборки АИС144 для проведения дополнительных магнитных измерений. 4 июня 2009 г. смоделированный режим работы был проверен путем проведения физического эксперимента на данном циклотроне. В итоге пучок протонов был успешно ускорен и выведен из АИС144. Вывод пучка ускоренных протонов был осуществлен с использованием тех установок системы вывода, которые были рассчитаны и экспериментально подстроены для предыдущего аналогичного режима работы, полученного в июле 2008 г. на основе использования программы DFU-MPL [12]. Эти установки нуждаются в уточнении для рассматриваемого режима работы с целью увеличения коэффициента вывода пучка (отношения тока выведенного пучка к току внутреннего пучка на радиусе заброса пучка в электростатический дефлектор  $R_{\text{ext}} = 0,62$  м).

Измерения тока внутреннего пучка проводились в диапазоне радиусов ускорения от  $R_{\text{start}} = 0,04$  до  $R_{\text{finish}} = 0,64$  м с помощью зонда № 3, расположенного за электростатическим дефлектором перед магнитными каналами (от  $R = 0,635$  м до  $R = 0,64$  м пучок заслоняется электростатическим дефлектором). На рис. 3 показаны параметры полученного режима работы и ток внутреннего пучка ускоренных протонов, измеренный с помощью зонда № 3 после ввода магнитных каналов в область конечных радиусов ускорения.

Ошибка среднего магнитного поля — это разница между средним результирующим  $\overline{B}_{\text{res}}(r)$  и изохронным  $\overline{B}_{\text{is}}(r)$  магнитными полями. Фазовые потери ускоряемых протонов связаны с их фазовым сдвигом, возникающим из-за ошибки среднего магнитного поля, когда некоторые из частиц банча (сгустка) приобретают такую фазу, что выходят из режима ускорения. Фазовые потери ускоряемых протонов увеличиваются после ввода магнитных каналов в область конечных радиусов ускорения и компенсирующего увеличения тока в главной катушке (в рассматриваемом режиме работы от  $I_{\text{main,work}} = 575,44$  А до  $I_{\text{main,optimum}} = 576,14$  А). Из рисунка видно, что пучок протонов был уско-

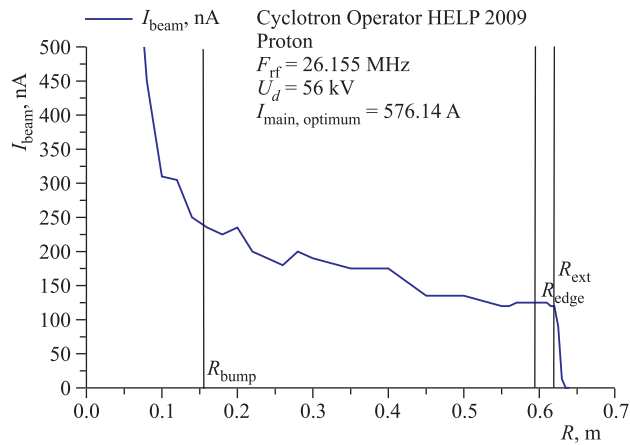


Рис. 3. Измеренный ток внутреннего пучка ускоренных протонов

рен в области изохронизации требуемого магнитного поля от радиуса конца центрального бампа  $R_{\text{bump}} = 0,155 \text{ м}$  до радиуса начала краевого магнитного поля  $R_{\text{edge}} = 0,595 \text{ м}$  и, что существенно, значительно далее — вплоть до радиуса заброса пучка в электростатический дефлектор  $R_{\text{ext}} = 0,62 \text{ м}$ , без существенных фазовых потерь (уменьшение тока пучка  $\sigma I_{\text{beam}} < 50 \%$ ). Некоторые аксиальные потери ускоряемых протонов в области начальных радиусов ускорения ( $r < 0,2 \text{ м}$ ) могут вызываться малой величиной частоты вертикальных свободных колебаний ( $Q_z < 0,1$ ). Дополнительные аксиальные потери ускоряемых протонов в области конечных радиусов ускорения ( $R \approx 0,625 \text{ м}$ ) могут возникать из-за влияния резонанса Уолкиншоу [5]. Некоторое уменьшение тока пучка ускоряемых протонов в области средних и конечных радиусов ускорения объясняется ошибкой его измерения.

Карта результирующего магнитного поля может быть измерена, после чего режим работы может быть пересчитан с внесением соответствующей поправки в маску изохронного магнитного поля. Таким образом, ошибка среднего магнитного поля и соответствующие фазовые потери ускоряемых протонов в области изохронизации требуемого магнитного поля могут быть уменьшены после первой расчетно-экспериментальной итерации.

Величина тока заброшенного пучка ускоренных протонов, измеренного с помощью зонда № 0, расположенного прямо на входе в электростатический дефлектор с  $R_{\text{septum}} = 0,635 \text{ м}$ , составила  $I_{\text{beam}} = 40 \text{ нА}$ . Расчетный коэффициент прохождения ускоренных протонов через электростатический дефлектор составляет не менее  $K_{\text{def}} = 75 \%$ . Таким образом, при правильных значениях параметров системы вывода (амплитуды и фазы первой гармоники

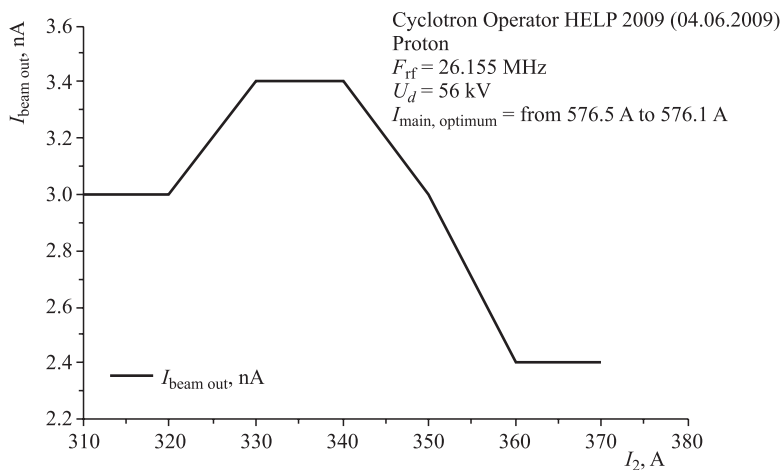


Рис. 4. Максимальный ток выведенного пучка

результатирующего магнитного поля) значение тока выведенного пучка может составить  $I_{\text{beam, out}} \approx 30 \text{ nA}$ , что в три раза больше максимального требуемого значения. При этом коэффициент вывода пучка может составить как минимум  $K_{\text{ext}} \approx 25 \%$ .

Фазовое движение ускоряемых протонов было оптимизировано за счет регулировки амплитуды центрального бампа результатирующего магнитного поля по величине тока пучка, выведенного из циклотрона. Оптимизация производилась путем изменения тока во второй концентрической катушке с соответствующей подстройкой тока в главной катушке таким образом, что фазовый сдвиг ускоренных ионов на входе в электростатический дефлектор составил  $\Delta\varphi_p \approx 0^\circ$ . С помощью Cyclotron Operator HELP 2009 было проведено моделирование работы оператора AIC144 с целью соответствующего пересчета маски изохронного магнитного поля и требуемого режима работы. На рис. 4 показана зависимость максимального тока пучка ускоренных протонов, выведенных из циклотрона, от тока во второй концентрической катушке при соответствующей регулировке тока в главной катушке, когда выведенный пучок наилучшим образом сохраняет форму круга в своем поперечном сечении.

Из рисунка видно, что оптимальное значение тока во второй концентрической катушке, отвечающей за формирование центрального бампа, при сформированном краевом магнитном поле составляет  $I_2 = 335 \text{ A}$ . При этом диапазон изменения тока в главной катушке, при котором ток выведенного пучка сохраняет не менее 90% от своего максимального значения, составил от  $I_{\text{main}} = 575,9 \text{ A}$  до  $I_{\text{main}} = 577,3 \text{ A}$ . Для рассматриваемого режима работы при значении тока в главной катушке  $I_{\text{main, optimum}} = 576,14 \text{ A}$  выведенный

пучок имел форму правильного круга в своем поперечном сечении, а при значении тока в главной катушке  $I_{\text{main, optimum}} = 576,3 \text{ А}$  — максимальное значение своего тока. Значение тока выведенного пучка при  $I_{\text{main, optimum}} = 576,14 \text{ А}$  составило  $I_{\text{beam, out}} \approx 3 \text{ нА}$ , а при  $I_{\text{main, optimum}} = 576,3 \text{ А}$  —  $I_{\text{beam, out}} \approx 3,4 \text{ нА}$ . После пересчета и экспериментальной подстройки токов в гармонических катушках коррекции первой гармоники результирующего магнитного поля (экспериментальной подстройки амплитуды и фазы первой гармоники) можно будет определить окончательное оптимальное значение тока в главной катушке  $I_{\text{main, optimum}}$ , при котором выведенный пучок будет иметь как форму правильного круга в своем поперечном сечении, так и максимальное значение своего тока.

В итоге были достигнуты следующие результаты.

- Измеренная кинетическая энергия ускоренных протонов в камере облучения впервые достигла требуемого значения  $E_k \sim 60 \text{ МэВ}$ , необходимого для лечения меланомы глаза у пациентов (по результатам измерений, проведенных подразделением протонной терапии ИЯФ ПАН).
- После пяти месяцев эксплуатации АС144 в режиме работы, полученном 4 июня 2009 г., уход значения тока выведенного пучка, измеренного на выходе из циклотрона, при том же значении тока ижекции составил  $\sigma I_{\text{beam, out}} \approx 2,5 \%$ , что говорит о хорошей устойчивости смоделированного режима работы (по результатам измерений, проведенных Циклотронным отделом ИЯФ ПАН).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом было сделано следующее.

- Улучшена существующая методика и разработаны новые алгоритмы математического и компьютерного моделирования требуемых режимов работы многоцелевых изохронных циклотронов.
- На С++ разработан комплекс программ Cyclotron Operator HELP 2009 (2004–2009), который был установлен на сервере многоцелевого изохронного циклотрона АС144 в ИЯФ ПАН (Краков, Польша).
- С помощью Cyclotron Operator HELP 2009 для основного режима работы АС144 (протоны, частота ВЧ-генератора  $F_{\text{rf}} = 26,155 \text{ МГц}$ , напряжение на дуантах  $U_d = 56 \text{ кВ}$ ) решена обратная задача по расчету токов в главной и концентрических катушках многоцелевого изохронного циклотрона.
- С помощью Cyclotron Operator HELP 2009 смоделирован основной режим работы АС144, на основе которого 4 июня 2009 г. без остановки циклотрона для проведения дополнительных магнитных измерений был успешно ускорен и выведен из циклотрона пучок протонов, предназначенный для лечения меланомы глаза у пациентов.

**ПРИЛОЖЕНИЕ**  
**МЕТОД ГАУССА С ВЫБОРОМ ГЛАВНОГО ЭЛЕМЕНТА**  
**ПО МАТРИЦЕ**

Неоднородная система линейных алгебраических уравнений в матричном виде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} (P^{\text{left}} \cdot A \cdot P^{\text{right}}) \cdot (P^{\text{right}} \cdot I) &= P^{\text{left}} \cdot B, \\ A = \|a_{i,j}\|, \quad I &= (I_j^*)^T, \quad B = (b_i)^T, \\ i = 1, 2 \dots k, \quad j &= 1, 2 \dots k, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

где  $P^{\text{left}}$  и  $P^{\text{right}}$  — это левая и правая перестановочные матрицы. Левая перестановочная матрица отвечает за перестановку строк, а правая — за перестановку столбцов в матрице коэффициентов  $A$ . Левая и правая перестановочные матрицы используются для установки главного элемента в нужную позицию на каждом шаге прямого хода метода Гаусса с выбором главного элемента по матрице, который описывается следующими формулами:

$$a_{s,j}^{(s)} = \frac{a_{s,j}^{(s-1)}}{a_{s,s}^{(s-1)}}, \quad b_s^{(s)} = \frac{b_s^{(s-1)}}{a_{s,s}^{(s-1)}}, \quad (\text{П.2})$$

$$\begin{aligned} j &= s, s+1 \dots k, \quad s = 1, 2 \dots k, \\ a_{i,j}^{(s)} &= a_{i,j}^{(s-1)} - a_{s,j}^{(s)} \cdot a_{i,s}^{(s-1)}, \quad b_i^{(s)} = b_i^{(s-1)} - b_s^{(s)} \cdot a_{i,s}^{(s-1)}, \\ i &= s+1, s+2 \dots k, \quad j = s, s+1 \dots k, \quad s = 1, 2 \dots k-1, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где  $a_{s,s}^{(s-1)}$  — это главный элемент матрицы коэффициентов  $A$  на  $s$ -м шаге прямого хода метода Гаусса с выбором главного элемента по матрице. (Номер шага указан в скобках.) Решение находится обратным ходом рассматриваемого метода.

Метод Гаусса с выбором главного элемента по матрице вошел в состав динамически связанной библиотеки матрично-векторных операций и решения СЛАУ с вещественными коэффициентами GaussDLL.dll, которая была разработана на C++ и размещена на сайте ОИЯИ в библиотеке готовых программ ОИЯИ JINRLIB (<http://www.info.jinr.ru/programs/jinrlib/gaussdll/indexe.html>).

**ЛИТЕРАТУРА**

1. *Bakewicz E., Budzanowski A., Taraszkiewicz R.* AIC144 cyclotron: present status // *Nukleonika*. 2003. No. 48 (Supl.):S117–S121.
2. *Схвабэ Е. и др.* Магнитная система автоматического изохронного циклотрона АИЦ-144 // Тр. Международного рабочего совещания по технике изохронных циклотронов, 1978. Краков, Польша. С. 237–256.

3. *Nesković N. et al.* Status report of the VINCY Cyclotron // *Nukleonika*. 2003. No. 48 (Supl.):S135–S139.
4. *Vorozhtsov S.B. et al.* Final shaping of the magnetic structure of the VINCY cyclotron // *Proc. of the Seventeenth International Conference on Cyclotrons and Their Applications*, 2004;  
[http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/c04/data/cyc2004\\_papers/20p14.pdf](http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/c04/data/cyc2004_papers/20p14.pdf)
5. *Ливингуд Дж.* Принципы работы циклических ускорителей. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
6. *Gordon M.M.* Calculation of Isochronous Fields for Sector-Focused Cyclotrons // *Particle Accelerators*. 1983. V. 13. P. 67–84.
7. *Stammbach T.* Cyclotrons. Joint Universities Accelerator School, Archamps-France, 1997.
8. *Shammas N.C.* C/C++. Mathematical Algorithms for Scientists and Engineers. N.Y.: McGraw-Hill, 1995.
9. *Формалев В. Ф., Ревизников Д. Л.* Численные методы. М.: Физматлит, 2004.
10. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. М.: БИНОМ, 2006.
11. *Амирханов И. В. и др.* Моделирование требуемых режимов работы и анализ их устойчивости для многоцелевых изохронных циклотронов // *Письма в ЭЧАЯ*. 2009. Т. 6, №6(155). С. 805–813.
12. *Силлин И. Н.* DFUMIL, DLIKLM // Минимизация квадратичного функционала, нахождение максимума функции правдоподобия. Библиотека готовых программ ОИЯИ JINRLIB: <http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/d510.htm>.
13. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.

Получено 23 ноября 2009 г.

Редактор *Е. В. Сабаева*

Подписано в печать 17.03.2010.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,78. Тираж 310 экз. Заказ № 56930.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)