

P4-2012-105

В. К. Лукьянов, Е. В. Земляная, К. В. Лукьянов,  
Е. И. Жабицкая, М. В. Жабицкий

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПИОН-ЯДЕРНОГО  
МИКРОСКОПИЧЕСКОГО ОПТИЧЕСКОГО  
ПОТЕНЦИАЛА ПРИ ЭНЕРГИЯХ (3,3)-РЕЗОНАНСА  
И ВЛИЯНИЕ ЯДЕРНОЙ СРЕДЫ  
НА ПИОН-НУКЛОННУЮ АМПЛИТУДУ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

Лукьянов В. К. и др.

P4-2012-105

Моделирование пион-ядерного микроскопического оптического потенциала при энергиях (3,3)-резонанса и влияние ядерной среды на пион-нуклонную амплитуду

Рассчитаны дифференциальные сечения упругого рассеяния пионов на ряде ядер при энергиях от 130 до 290 МэВ. Для этого используется пион-ядерный микроскопический оптический потенциал, который получен на основе теории высокоэнергетического рассеяния Глаубера и определяется распределением плотности точечных нуклонов ядра-мишени и амплитудой пион-нуклонного рассеяния. Расчет сечений ведется на основе решения соответствующего релятивистского волнового уравнения. При сравнении с экспериментальными данными подгоняются три параметра пион-нуклонной амплитуды: полное сечение  $\pi N$ -рассеяния, отношение реальной к мнимой части  $\pi N$ -амплитуды рассеяния вперед и параметр наклона, которые затем сравниваются с соответствующими параметрами амплитуды рассеяния на свободных нуклонах. Изучается характер изменения этих параметров под влиянием ядерной среды.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2012

Lukyanov V. K. et al.

P4-2012-105

A Modeling of the Pion-Nucleus Microscopic Optical Potential at Energies of (3,3)-Resonance and In-Medium Effect on the Pion-Nucleon Amplitude of Scattering

Analysis is performed of differential cross sections of elastic scattering of pions on different nuclei at energies between 130 and 290 MeV. To this end the pion-nucleus microscopic optical potential (OP) was applied. Such an OP was constructed using the Glauber theory and defined by the target nucleus density distribution of bare nucleons and by the elementary  $\pi N$ -amplitude of scattering. The pion-nucleus cross sections are calculated by numerically solving the corresponding relativistic wave equation. The three parameters of the  $\pi N$  scattering amplitude, the total cross section, the ratio of real to imaginary part of the forward  $\pi N$ -amplitude, and the slope parameter, were fit to the data on the respective pion-nucleus cross sections. Thus, comparing the sets of «free» parameters to those obtained from pion-nucleus scattering data, the in-medium effect on the  $\pi N$  scattering amplitude is discussed.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2012

## ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению особенностей поведения пионов в ядерной среде появился вместе с моделями пион-ядерного рассеяния, в которых используется пион-нуклонная амплитуда. Был выполнен ряд работ, эксплуатирующих в основном два подхода. В одном используется традиционный оптический потенциал Кисслингера [1], позднее линеаризованный в работе [2], где учитывается вклад в пион-ядерное рассеяние  $s$ -,  $p$ - и  $d$ -волн  $\pi N$ -амплитуды. Во втором подходе расчеты ведутся с помощью высокоэнергетического приближения Глаубера, где на основе  $\pi N$ -амплитуды в виде гауссовской функции и с учетом перерассеяния пиона на нуклонах ядра строится амплитуда пион-ядерного рассеяния. Так, в работе [3] три параметра амплитуды  $\pi N$ -рассеяния в ядерной среде определяются сравнением с экспериментальными сечениями рассеяния заряженных пионов на ядрах от  ${}^4\text{He}$  до  ${}^{40}\text{Ca}$ .

В рамках первого подхода для ответа на вопрос о модификации фаз  $\pi N$ -амплитуды в ядерной среде пришлось бы делать  $\chi^2$ -подгонку шести и даже большего числа параметров, и до сих пор такие подгонки проводились весьма ограниченно, в том числе за счет вариации параметра нелинейности  $\xi$ . Что же касается глауберовского подхода, то в его реализации при расчете сечений в ядерных задачах имеются известные технические трудности, связанные с вычислением многомерных интегралов при учете перерассеяния налетающей частицы на нуклонах ядра. Поэтому здесь ограничиваются в основном анализом рассеяния на легких ядрах, для которых достаточно использовать волновые функции осцилляторного базиса, что существенно упрощает расчеты. Другая трудность состоит в необходимости учета искажения классической траектории интегрирования в кулоновском и ядерном поле, когда анализируются данные рассеяния на ядрах среднего и тяжелого веса, где эти поправки оказываются важными.

В предлагаемой работе ставится задача провести широкий анализ данных по дифференциальным сечениям упругого рассеяния пионов на сложных ядрах  ${}^{28}\text{Si}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{58}\text{Ni}$ ,  ${}^{208}\text{Pb}$  при разных энергиях от 130 до 290 МэВ, покрывающих область известного (3,3)-резонанса пион-нуклонного рассеяния. При этом используется микроскопический оптический потенциал, построенный

на основе трехпараметрической  $\pi N$ -амплитуды явного вида. Само сечение пион-ядерного рассеяния вычисляется с помощью решения релятивизованного волнового уравнения, что позволяет автоматически учесть как эффекты релятивизации, так и эффекты кулоновского и ядерного искажения во входном и выходном каналах рассеяния.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

**1.1. Микроскопический потенциал.** За основу берем весьма простой в использовании микроскопический оптический потенциал (ОП), полученный в [4] на основе теории многократного высокоэнергетического рассеяния частиц на сложных системах [5–7] в ее так называемом оптическом пределе. В этом пределе механизм процесса интерпретируется как однократное рассеяние пионов на нуклонах ядра с  $\pi N$ -амплитудой, просуммированной по всем нуклонам, а их распределение в ядре задается функцией ядерной плотности. Обе эти величины известны, вообще говоря, из независимых данных: плотность — из электрон-ядерного рассеяния, а  $\pi N$ -амплитуда — из рассеяния пионов на водородной мишени. Действительно, поскольку непосредственно измерить рассеяние пионов на свободных нейтронах невозможно, то в практическом анализе рассеяния на ядрах учитывается соотношение изоспиновой симметрии  $f(\pi^\pm n) = f(\pi^\mp p)$ , что позволяет использовать только данные рассеяния  $\pi^\pm$ -мезонов на свободных протонах. Для ядер с близким числом протонов и нейтронов  $Z \simeq (A - Z)$  можно предположить, что их функции распределения плотности одинаковы:  $\rho_p = \rho_n = (1/2)\rho$ , где ядерная плотность нуклонов  $\rho(r)$  нормирована на атомное число  $A$ . Тогда согласно [4] имеем

$$U^H = V^H + iW^H = -\frac{\beta_c}{(2\pi)^2} \sigma (i + \alpha) \int_0^\infty j_0(qr) \rho(q) f(q) q^2 dq \quad (\hbar = c = 1). \quad (1)$$

Здесь

$$f(q) = e^{-\beta q^2/2} \quad (2)$$

есть формфактор амплитуды пион-нуклонного рассеяния. Далее,  $\beta_c = k/E$  — скорость пиона, где  $k$  и  $E$  — его импульс и полная энергия в ц.м. системе:

$$k = \frac{m_2 k^{\text{lab}}}{\sqrt{(m_\pi + M_A)^2 + 2M_A T^{\text{lab}}}}, \quad (3)$$

$$E = \sqrt{k^2 + m_\pi^2}, \quad T^{\text{lab}} = E^{\text{lab}} - m_\pi^2. \quad (4)$$

Сам потенциал (1) теперь зависит от параметров  $\sigma$ ,  $\alpha$  и  $\beta$   $\pi N$ -амплитуды рассеяния, которые выражаются через параметры только пион-протонной амплитуды:

$$\sigma = \frac{1}{2}[\sigma_{\pi^+p} + \sigma_{\pi^-p}], \quad \alpha = \frac{1}{2}[\alpha_{\pi^+p} + \alpha_{\pi^-p}], \quad \beta = \frac{1}{2}[\beta_{\pi^+p} + \beta_{\pi^-p}]. \quad (5)$$

Эти параметры приведены в работах [8,9] при энергиях в области (3,3)-резонанса.

В расчетах используется ядерная плотность  $\rho(r)$  в виде симметризованной ферми-функции

$$\rho(r) = \rho_{SF}(r) = \rho_0 \frac{\sinh(R/a)}{\cosh(R/a) + \cosh(r/a)} \quad (6)$$

с параметрами радиуса  $R$  и диффузности  $a$  из [10] для ядер  $^{28}\text{Si}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , из [11] для ядра  $^{40}\text{Ca}$ , из [12] для  $^{58}\text{Ni}$ . Фактор  $\rho_0 = \frac{3A}{4\pi R^3} \left[1 + \left(\frac{\pi a}{R}\right)^2\right]^{-1}$

вычисляется из условия нормировки  $4\pi \int_0^\infty \rho(r)r^2 dr = A$ . Для ядер среднего и тяжелого веса функция (6) практически совпадает по форме со стандартным ферми-распределением, что позволяет для каждого из них использовать явное выражение для формфактора симметризованной ферми-функции [13]:

$$\rho_{SF}(q) = -\rho_0 \frac{4\pi^2 a R}{q} \frac{\cos qR}{\sinh(\pi a q)} \left[1 - \left(\frac{\pi a}{R}\right) \coth(\pi a q) \tan(qR)\right]. \quad (7)$$

**1.2. Релятивистское волновое уравнение.** При расчете сечений следуем подходу, разработанному ранее в работе [14] для рассеяния  $K$ -мезонов ядрами. Для этого рассчитывается микроскопический потенциал (1) вместе с кулоновским потенциалом равномерно заряженной сферы радиуса  $R_c = r_c A^{\frac{1}{3}}$ , где параметр  $r_c$  равен 1,29, 1,30, 1,23 и 1,19 фм соответственно для ядер  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . Затем на основе полученного из уравнения Клейна – Гордона – Фока релятивизованного волнового уравнения Шредингера

$$(\Delta + k^2) \psi(\mathbf{r}) = 2\bar{\mu} [U^H(r) + U_c(r)] \psi(\mathbf{r}), \quad (8)$$

где  $\bar{\mu} = EM_A/(E + M_A)$  — релятивистская приведенная масса пиона в ц. м. системе,  $E$  — полная энергия пиона (4);  $k$  — импульс (3), рассчитывается дифференциальное сечение упругого рассеяния с помощью программы DWUCK4 [15].

**1.3. Подгонка параметров  $\pi N$ -амплитуды.** Как обычно, подгонка осуществляется минимизацией среднеквадратичного отклонения (невязки) теоретических сечений от соответствующих экспериментальных данных. Величина отклонений зависит от варьируемых параметров  $\sigma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ :

$$\chi^2 = f(\sigma, \alpha, \beta) = \sum_i \frac{(y_i - \hat{y}_i(\sigma, \alpha, \beta))^2}{s_i^2}, \quad (9)$$

где  $y_i = \log \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_i$  — логарифмы экспериментальных, а  $\hat{y}_i = \log \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\sigma, \alpha, \beta) \right]_i$  — рассчитываемых значений дифференциальных сечений,  $s_i^2$  — квадрат ошибки экспериментального значения. Значения параметров  $\sigma$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ , обеспечивающие минимум  $\chi^2$ -функционала, определяются с помощью алгоритма асинхронной дифференциальной эволюции (АДЭ) [16, 17], построенного на основе активно развиваемого в последнее время метода дифференциальной эволюции [18, 19] для поиска глобального минимума при исследовании многопараметрических задач. Преимуществом этого метода является то, что в нем не требуется вычислять производные заданного функционала. И если основная трудность для более традиционных методов подгонки состоит в необходимости проводить массовые расчеты с разными начальными значениями параметров, чтобы найти все возможные локальные минимумы и затем выбрать один из них как оптимальный, то алгоритм АДЭ сразу обеспечивает попадание в область самого глубокого минимума функции  $\chi^2$  в области допустимых значений параметров. Так, в работе [17] в качестве примера анализа сечения рассеяния  $\pi^- + {}^{28}\text{Si}$  при  $T^{\text{lab}} = 130$  МэВ было показано, что типичная картина профиля невязки  $\chi^2$  в зависимости от значений параметров  $\sigma$  и  $\alpha$  при фиксированном  $\beta$  имеет два минимума, для одного из которых  $\alpha$  находится в области его положительных значений, а для другого — в области отрицательных. На рис. 1 для этого слу-

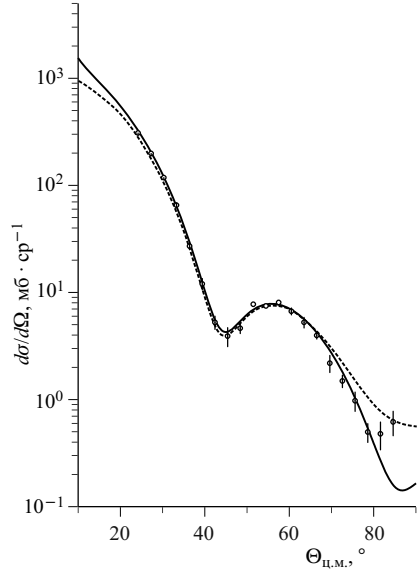


Рис. 1. Подгонка сечений рассеяния  $\pi^- + {}^{28}\text{Si}$  при  $T^{\text{lab}} = 130$  МэВ к экспериментальным данным из [20] (кружки). Сплошная кривая соответствует главному минимуму с параметрами  $\sigma = 7,02$  фм<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,88$ ,  $\beta = 0,82$  фм<sup>2</sup>,  $\chi^2/k = 2,4$ ; штриховая — второстепенному минимуму с параметрами  $\sigma = 10,95$  фм<sup>2</sup>,  $\alpha = -0,328$ ,  $\beta = 0,598$  фм<sup>2</sup>,  $\chi^2/k = 4,2$

ного на основе активно развиваемого в последнее время метода дифференциальной эволюции [18, 19] для поиска глобального минимума при исследовании многопараметрических задач. Преимуществом этого метода является то, что в нем не требуется вычислять производные заданного функционала. И если основная трудность для более традиционных методов подгонки состоит в необходимости проводить массовые расчеты с разными начальными значениями параметров, чтобы найти все возможные локальные минимумы и затем выбрать один из них как оптимальный, то алгоритм АДЭ сразу обеспечивает попадание в область самого глубокого минимума функции  $\chi^2$  в области допустимых значений параметров. Так, в работе [17] в качестве примера анализа сечения рассеяния  $\pi^- + {}^{28}\text{Si}$  при  $T^{\text{lab}} = 130$  МэВ было показано, что типичная картина профиля невязки  $\chi^2$  в зависимости от значений параметров  $\sigma$  и  $\alpha$  при фиксированном  $\beta$  имеет два минимума, для одного из которых  $\alpha$  находится в области его положительных значений, а для другого — в области отрицательных. На рис. 1 для этого слу-

чая представлены теоретические кривые сечений, соответствующие этим двум минимумам  $\chi^2$ , в сравнении с экспериментальными данными из [20]. Во всех приведенных ниже оценках метод АДЭ однозначно определяет наиболее глубокий минимум. Однако если второй минимум имеет сопоставимое с главным значение  $\chi^2/k$  ( $k$  — число экспериментальных точек), а два набора параметров обеспечивают неплохое согласие с экспериментом, то необходимы дополнительные критерии выбора параметров. В качестве таких дополнительных данных могли бы выступать, например, экспериментальные значения полных сечений реакции.

## 2. ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

**2.1. Сравнение рассчитанных дифференциальных сечений с экспериментальными данными.** Вначале убедимся, что рассчитанное сечение для суммы двух потенциалов (1) с включением отдельно  $\pi p$ - и  $\pi n$ -амплитуд (суммарно 6 параметров) дает результаты, согласующиеся с результатами расчета с использованием потенциала (1), где используется одна пион-нуклонная амплитуда с тремя усредненными параметрами (5). Результаты такого расчета представлены на рис. 2 в сравнении с экспериментальными данными из [21]

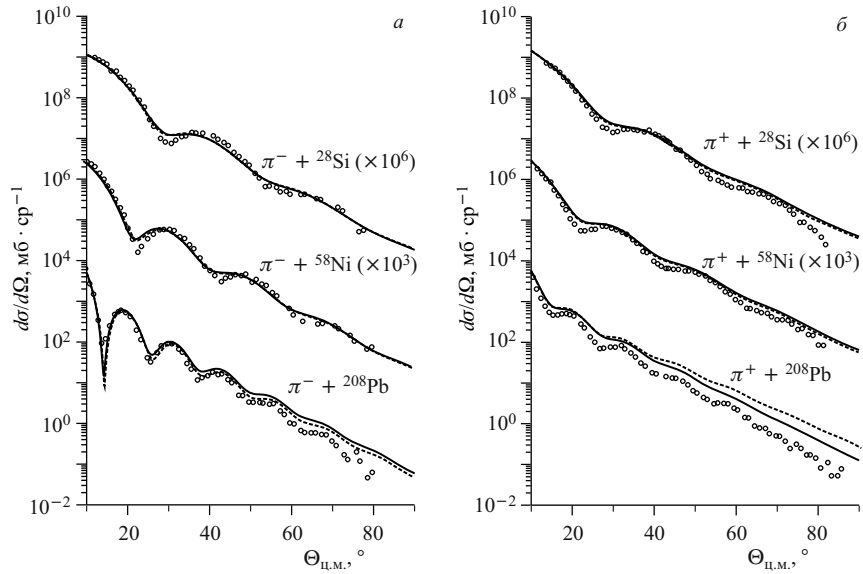


Рис. 2. Результаты расчета дифференциальных сечений  $\pi^-$ -рассеяния (а) и  $\pi^+$ -рассеяния (б) на ядрах  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  при  $T^{\text{lab}} = 291$  МэВ с использованием параметров свободного рассеяния пионов в сравнении с экспериментальными данными из [21] (кружки). Сплошные кривые — расчет с шестипараметрической моделью потенциала (1), штриховые — с трехпараметрической

по рассеянию  $\pi^\pm$ -мезонов на ядрах  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  при энергии 291 МэВ. Расчет согласно шестипараметрической модели (сплошные кривые на рис. 2) был выполнен в работе [22], где использовались следующие параметры свободных амплитуд рассеяния  $\pi^\pm$ -мезонов отдельно на протонах и нейтронах:  $\sigma_{\pi^-p} = 2,5 \text{ фм}^2$ ,  $\alpha_{\pi^-p} = -0,46$ ,  $\beta_{\pi^-p} = 0,37 \text{ фм}^2$ ,  $\sigma_{\pi^-n} = 6,0 \text{ фм}^2$ ,  $\alpha_{\pi^-n} = -1,23$ ,  $\beta_{\pi^-n} = 0,42 \text{ фм}^2$ ,  $\sigma_{\pi^+p} = 7,7 \text{ фм}^2$ ,  $\alpha_{\pi^+p} = -1,1$ ,  $\beta_{\pi^+p} = 0,4 \text{ фм}^2$ ,  $\sigma_{\pi^+n} = 1,0 \text{ фм}^2$ ,  $\alpha_{\pi^+n} = -0,58$ ,  $\beta_{\pi^+n} = 0,37 \text{ фм}^2$ . Эти параметры были получены в [22] путем экстраполяции в область энергии 291 МэВ тех значений, которые приведены в работе [23] в связи с расчетами по модели Глаубера рассеяния пионов на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  при энергиях 280 и 270 МэВ. Также на рис. 2 штриховыми линиями даны кривые результатов расчета сечений из работы [22], выполненные с использованием трех параметров усредненной с учетом зарядовой симметрии амплитуды рассеяния пионов на свободных нуклонах при энергии 291 МэВ:  $\sigma = 4,76 \text{ фм}^2$ ,  $\alpha = -0,95$ ,  $\beta = 0,434 \text{ фм}^2$ . Видно, что оба расчета близки друг к другу и отражают основные черты пион-нуклонного рассеяния. Однако, чтобы добиться приемлемого согласия с экспериментальными данными, необходимо сделать подгонку этих параметров, рассматривая  $\pi N$ -амплитуду как амплитуду рассеяния пионов в ядерной среде. Рис. 3 демонстрирует результаты такой подгонки для того же случая

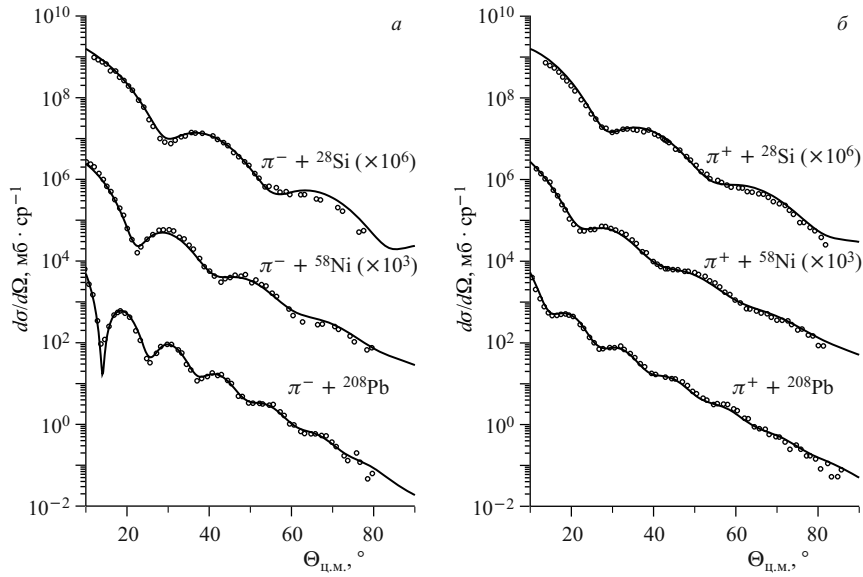


Рис. 3. Результаты расчета дифференциальных сечений  $\pi^-$ -рассеяния (а) и  $\pi^+$ -рассеяния (б) на ядрах  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  при  $T^{\text{lab}} = 291 \text{ МэВ}$  с параметрами  $\pi N$ -амплитуды, подогнанными к экспериментальным данным из [21] (кружки) и представленными в табл. 1



$T^{\text{lab}} = 291$  МэВ. Видно существенное улучшение согласия подогнанных сечений по сравнению с результатами расчета на рис. 2, где использовались параметры рассеяния на свободных нуклонах. В дальнейшем при сравнении с другими экспериментальными данными мы будем использовать потенциал (1) и варьировать в подгонках только три указанных параметра.

На рис. 4 показано сравнение с экспериментальными данными работы [24] подогнанных к ним сечений рассеяния  $\pi^\pm$ -мезонов на ядрах  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  при энергии  $T^{\text{lab}} = 162$  МэВ. Следует отметить, что этот результат находится в согласии с приведенными в той же работе расчетами с помощью использования типичного в таких задачах многопараметрического потенциала Кисслингера. На рис. 5 и 6 приведены результаты нашей подгонки к данным работ [20] и [25] для рассеяния  $\pi$ -мезонов на ядрах  $^{28}\text{Si}$  и  $^{40}\text{Ca}$  при энергиях  $T^{\text{lab}} = 130$  и  $180$  МэВ. В табл. 1 приведены значения полученных таким образом «in-medium» параметров  $\pi N$ -амплитуды вместе со статистическими ошибками, связанными с ошибками экспериментальных данных, и соответствующими  $\chi^2$ -отклонениями на одну экспериментальную точку.

По результатам приведенных сравнений можно заключить, что обсуждаемая трехпараметрическая модель, при своей относительной простоте и небольшом числе подгоняемых параметров, в целом обеспечивает согласие с экспериментальными данными, сопоставимое с результатами, полученными в рамках других подходов с большим числом параметров. Значения

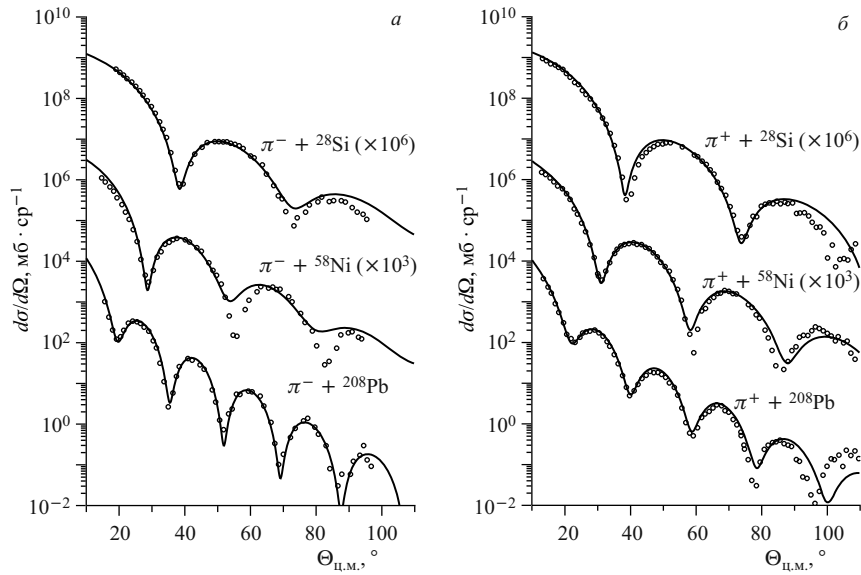


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для  $T^{\text{lab}} = 162$  МэВ. Экспериментальные данные из [24] (кружки)

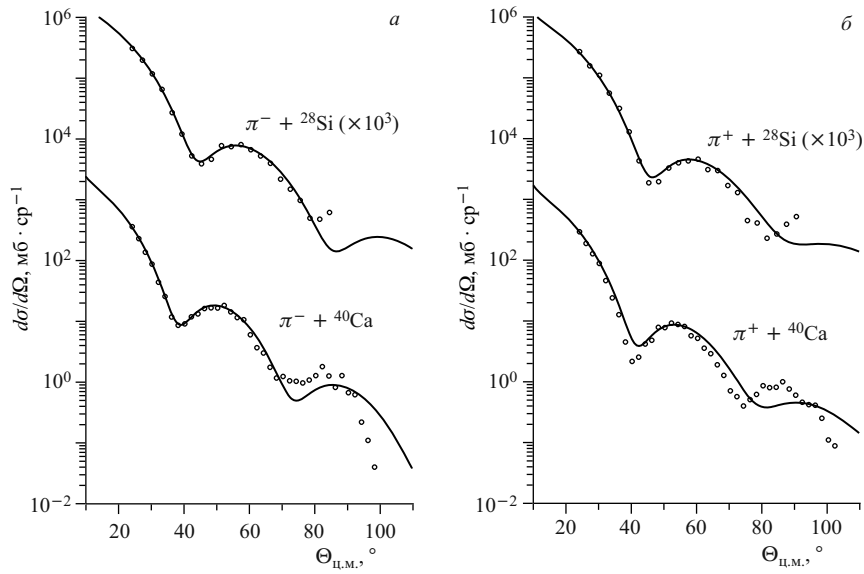


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но для ядер  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  при  $T^{\text{lab}} = 130$  МэВ. Экспериментальные данные из [20] и [25] (кружки)

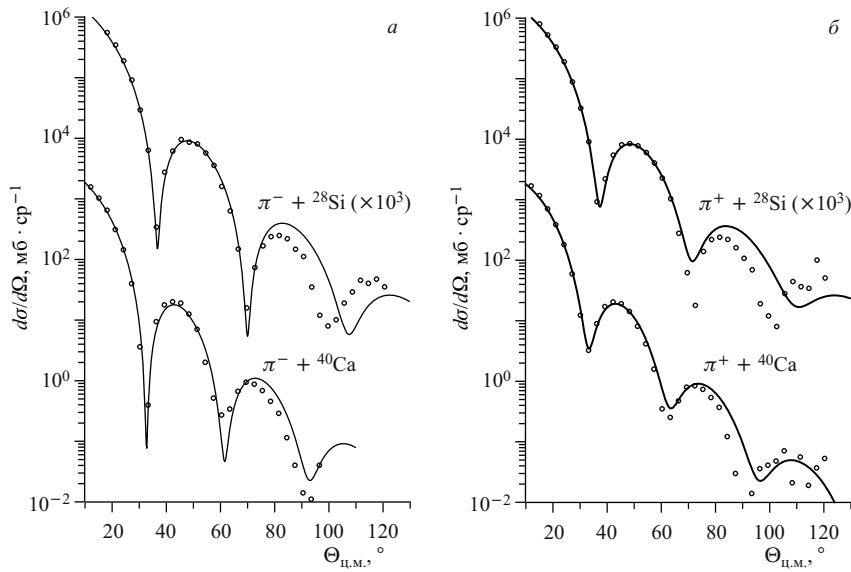


Рис. 6. То же, что на рис. 3, но для ядер  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  при  $T^{\text{lab}} = 180$  МэВ. Экспериментальные данные из [20] и [25] (кружки)

**Таблица 1. Параметры подгонки «in-medium»  $\pi N$ -амплитуды для ряда пион-ядерных реакций при разных энергиях. Расчет по полному набору экспериментальных данных**

Реакция	$T^{\text{lab}}$ , МэВ	$\chi^2/k$	$\sigma$ , фм <sup>2</sup>	$\alpha$	$\beta$ , фм <sup>2</sup>
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	130	2,4	$7,02 \pm 0,18$	$0,88 \pm 0,02$	$0,82 \pm 0,05$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		5,5	$9,60 \pm 0,13$	$0,03 \pm 0,02$	$0,83 \pm 0,04$
$\pi^- + {}^{40}\text{Ca}$	130	4,0	$6,99 \pm 0,08$	$0,90 \pm 0,01$	$0,86 \pm 0,03$
$\pi^+ + {}^{40}\text{Ca}$		13,0	$8,62 \pm 0,09$	$0,09 \pm 0,01$	$0,74 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	162	4,0	$8,93 \pm 0,09$	$0,58 \pm 0,01$	$0,47 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		4,01	$10,24 \pm 0,05$	$0,36 \pm 0,01$	$0,59 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{58}\text{Ni}$	162	10,12	$10,83 \pm 0,11$	$-0,16 \pm 0,01$	$1,11 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$		6,5	$9,28 \pm 0,04$	$+0,44 \pm 0,01$	$0,75 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{208}\text{Pb}$	162	3,7	$9,66 \pm 0,10$	$0,35 \pm 0,01$	$1,03 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$		10,5	$6,65 \pm 0,03$	$0,61 \pm 0,01$	$1,08 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	180	10,24	$10,11 \pm 0,05$	$0,33 \pm 0,01$	$0,24 \pm 0,01$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		10,83	$10,36 \pm 0,06$	$0,29 \pm 0,01$	$0,31 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{40}\text{Ca}$	180	2,8	$9,65 \pm 0,10$	$0,23 \pm 0,02$	$0,28 \pm 0,01$
$\pi^+ + {}^{40}\text{Ca}$		3,35	$5,78 \pm 0,07$	$1,08 \pm 0,02$	$0,69 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	226	17,8	$9,48 \pm 0,06$	$-0,21 \pm 0,01$	$0,143 \pm 0,01$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		26,9	$5,87 \pm 0,005$	$1,08 \pm 0,01$	$0,420 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{40}\text{Ca}$	230	5,98	$5,28 \pm 0,08$	$0,80 \pm 0,01$	$0,240 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{40}\text{Ca}$		7,91	$9,14 \pm 0,19$	$-0,11 \pm 0,02$	$0,246 \pm 0,03$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	291	6,08	$5,14 \pm 0,11$	$-0,80 \pm 0,02$	$0,16 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		4,9	$5,36 \pm 0,14$	$-0,79 \pm 0,02$	$0,368 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{58}\text{Ni}$	291	3,8	$4,79 \pm 0,09$	$-0,85 \pm 0,02$	$0,281 \pm 0,01$
$\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$		2,6	$5,56 \pm 0,09$	$-0,67 \pm 0,02$	$0,365 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{208}\text{Pb}$	291	4,1	$4,46 \pm 0,07$	$-1,07 \pm 0,02$	$0,673 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$		2,7	$5,56 \pm 0,14$	$-0,46 \pm 0,01$	$0,588 \pm 0,02$

$\chi^2$ -отклонений на одну точку находятся главным образом в пределах 2–6, хотя, например, для рассеяний  $\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$  при  $T^{\text{lab}} = 162$  МэВ,  $\pi^\pm + {}^{28}\text{Si}$  при  $T^{\text{lab}} = 180$  МэВ они превышают 10. Относительно расчетов рассеяния на  ${}^{208}\text{Pb}$  необходимо отметить, что в сформулированном подходе использовалось весьма удобное выражение (1) для ОП, которое, однако, справедливо для

рассеяния  $\pi$ -мезонов на ядрах с одинаковым числом протонов и нейтронов. И поскольку у ядра  $^{208}\text{Pb}$  имеется большой избыток из 44 нейтронов, здесь требуется, вообще говоря, специальное рассмотрение.

Второе замечание состоит в том, что используемое выражение (2) для амплитуды  $\pi N$ -рассеяния в виде гауссовской функции справедливо в основном для области сравнительно больших энергий и малых углов рассеяния.

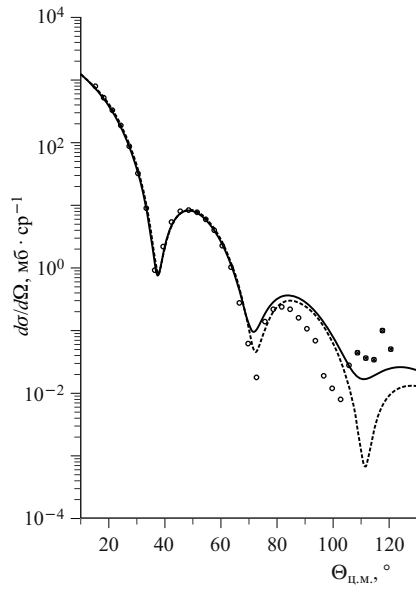


Рис. 7. Результаты подгонки к экспериментальным данным  $\pi^+ + ^{28}\text{Si}$  при 180 МэВ из [20] (кружки) с учетом всех экспериментальных данных (сплошная кривая, параметры подгонки  $\sigma = 10,36$  фм<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,29$ ,  $\beta = 0,31$  фм<sup>2</sup>,  $\chi^2/k = 10,83$ ) и с отбрасыванием последних пяти точек (штриховая кривая, параметры  $\sigma = 7,54$  фм<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,771$ ,  $\beta = 0,538$  фм<sup>2</sup>,  $\chi^2/k = 5,1$ )

углах приводит к улучшению согласия с остальными экспериментальными точками, и при этом, что важно, значения параметров подгонки меняются несущественно.

**2.2. Поведение «in-medium» параметров  $\pi N$ -амплитуды.** Для изучения влияния ядерной среды на амплитуду пион-нуклонного рассеяния нами проведено сравнение усредненных («эффе́ктивных») значений параметров

Действительно, экспериментом установленное поведение дифференциального сечения  $\pi N$ -рассеяния характеризуется ростом при углах больше  $90^\circ$  (см., например, [26]), в то время как подгоняемое сечение пион-нуклонного рассеяния  $\sim \exp(-\beta q^2)$  продолжает убывать в этой области углов. Для иллюстрации последствий такого несоответствия нами сделаны расчеты сечений рассеяния пионов с отбрасыванием экспериментальных точек при углах  $\Theta > 80^\circ$ . На рис. 7 эти результаты представлены для рассеяния  $\pi^+ + ^{28}\text{Si}$  при  $T^{\text{lab}} = 180$  МэВ в сравнении с экспериментальными данными из [20]. Сплошная кривая соответствует оптимальному значению  $\chi^2$  для полного набора экспериментальных данных (36 точек). Штриховая кривая построена для набора из 31 точки, с отбрасыванием последних пяти измерений. При этом  $\chi^2/k$  уменьшается более чем в два раза.

Рассчитанные по редуцированному набору экспериментальных данных (с отбрасыванием измерений при углах  $> 80^\circ$ ) параметры представлены в табл. 2. Сравнение данных в табл. 1 и табл. 2 показывает: в большинстве случаев отбрасывание измерений при больших

углах приводит к улучшению согласия с остальными экспериментальными точками, и при этом, что важно, значения параметров подгонки меняются несущественно.

**2.2. Поведение «in-medium» параметров  $\pi N$ -амплитуды.** Для изучения влияния ядерной среды на амплитуду пион-нуклонного рассеяния нами проведено сравнение усредненных («эффе́ктивных») значений параметров

**Таблица 2.** Параметры подгонки «in-medium»  $\pi N$ -амплитуды для ряда пион-ядерных реакций при разных энергиях. Расчет проводился с отбрасыванием экспериментальных точек при углах более  $80^\circ$

Реакция	$T^{\text{lab}}$ , МэВ	$\chi^2/k$	$\sigma$ , фм <sup>2</sup>	$\alpha$	$\beta$ , фм <sup>2</sup>
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	130	0,88	$7,22 \pm 0,18$	$0,84 \pm 0,02$	$0,78 \pm 0,04$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		2,73	$9,59 \pm 0,11$	$0,11 \pm 0,02$	$0,83 \pm 0,03$
$\pi^- + {}^{40}\text{Ca}$		3,92	$6,86 \pm 0,09$	$0,90 \pm 0,01$	$0,88 \pm 0,03$
$\pi^+ + {}^{40}\text{Ca}$		14,42	$8,21 \pm 0,06$	$0,10 \pm 0,01$	$0,76 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	162	1,97	$11,63 \pm 0,13$	$0,10 \pm 0,01$	$0,26 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		2,13	$10,46 \pm 0,07$	$0,39 \pm 0,01$	$0,51 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{58}\text{Ni}$		12,0	$10,95 \pm 0,13$	$-0,16 \pm 0,01$	$1,10 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$		3,72	$8,86 \pm 0,03$	$0,44 \pm 0,01$	$0,81 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{208}\text{Pb}$	180	3,71	$9,69 \pm 0,10$	$0,34 \pm 0,01$	$1,02 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$		1,84	$6,18 \pm 0,03$	$0,58 \pm 0,01$	$1,24 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	180	5,99	$9,33 \pm 0,07$	$0,43 \pm 0,01$	$0,28 \pm 0,01$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		1,26	$7,75 \pm 0,06$	$0,76 \pm 0,01$	$0,49 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{40}\text{Ca}$		3,02	$9,75 \pm 0,12$	$0,21 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{40}\text{Ca}$		2,87	$5,75 \pm 0,08$	$1,09 \pm 0,02$	$0,69 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	226	16,2	$7,43 \pm 0,06$	$0,60 \pm 0,01$	$0,167 \pm 0,01$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		21,55	$9,99 \pm 0,08$	$-0,13 \pm 0,01$	$0,116 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{40}\text{Ca}$	230	6,37	$5,34 \pm 0,08$	$0,79 \pm 0,02$	$0,230 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{40}\text{Ca}$		9,59	$9,17 \pm 0,19$	$-0,10 \pm 0,03$	$0,236 \pm 0,03$
$\pi^- + {}^{28}\text{Si}$	291	6,08	$5,14 \pm 0,11$	$-0,80 \pm 0,02$	$0,16 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{28}\text{Si}$		4,72	$5,39 \pm 0,14$	$-0,79 \pm 0,02$	$0,36 \pm 0,01$
$\pi^- + {}^{58}\text{Ni}$		3,8	$4,79 \pm 0,08$	$-0,85 \pm 0,02$	$0,279 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{58}\text{Ni}$		2,6	$5,58 \pm 0,13$	$-0,66 \pm 0,02$	$0,354 \pm 0,02$
$\pi^- + {}^{208}\text{Pb}$		4,09	$4,47 \pm 0,06$	$-1,07 \pm 0,02$	$0,672 \pm 0,02$
$\pi^+ + {}^{208}\text{Pb}$		2,7	$5,52 \pm 0,13$	$-0,46 \pm 0,01$	$0,581 \pm 0,02$

$X^{\text{ef}} = (X_{\pi^+} + X_{\pi^-})/2$  (где  $X = \sigma, \alpha, \beta$ ), полученных из анализа данных рассеяния пионов в ядерной среде, с данными рассеяния на свободных нуклонах («free»), представленными в работах [8,9]. Эти результаты аккумулированы на рис. 8, где показано, как зависят от энергии усредненные указанным образом «in-medium» параметры амплитуды  $\pi N$ -рассеяния. Во-первых, следует отметить, что полное сечение  $\pi N$ -рассеяния в среде  $\sigma^{\text{ef}}$  сохраняет общие черты резонансной зависимости в области (3,3)-резонанса, присущей рассеянию пионов на свободных нуклонах. В то же время абсолютное значение сечения оказывается примерно на 30% ниже свободного, что означает

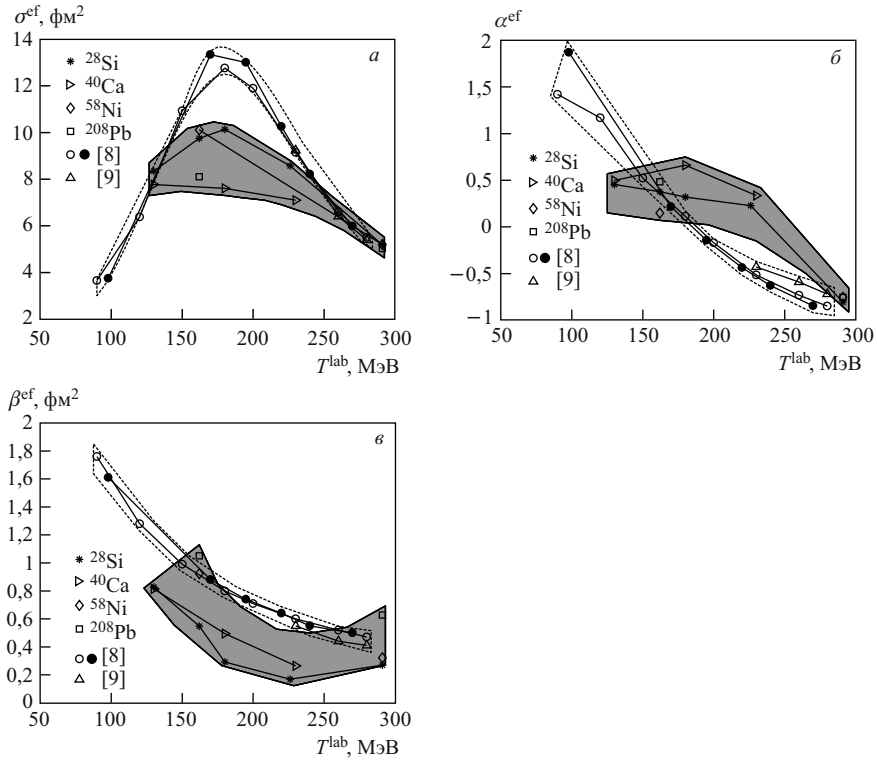


Рис. 8. Поведение усредненных параметров  $X^{\text{ef}} = (X_{\pi^+} + X_{\pi^-})/2$ ,  $X = \sigma, \alpha, \beta$ , амплитуды рассеяния  $\pi$ -мезонов на внутриядерных нуклонах (область серого цвета) и аналогичных параметров  $X^{\text{free}}$  рассеяния на свободных нуклонах (область, обведенная пунктирной линией)

ослабление  $\pi N$ -взаимодействия в ядерной среде. Причиной тому может служить, в первую очередь, эффект паули-блокировки нуклонов, находящихся на оболочках в потенциальной яме. Что касается поведения параметра  $\alpha$ , то видно, что по мере перехода энергии через точку максимума (3,3)-резонанса вещественная часть  $\pi N$ -амплитуды рассеяния в ядерной среде при  $0^\circ$  продолжает оставаться положительной, в то время как при рассеянии на свободных нуклонах эта часть амплитуды уходит в отрицательную область. На языке потенциального рассеяния это может означать, что в этой области пионы в ядерной среде испытывают преломление, которое ослабевает начиная с энергии  $\sim 230$  МэВ. В случае рассеяния на свободных нуклонах такая смена режима от положительных к отрицательным значениям  $\alpha$  происходит в районе максимума (3,3)-резонанса при энергии 170 МэВ. Интересно понять поведение  $\beta$ , параметра наклона  $\pi N$ -амплитуды, значения которого, как видно из

рис. 8, в ядерной среде оказываются примерно в 2 раза меньше, чем в случае рассеяния на свободных нуклонах. Если использовать для качественных оценок борновское приближение, то потенциал, порождающий амплитуду  $\sim \exp(-\beta q^2/2)$ , имел бы тоже гауссовскую форму вида  $\sim \exp(-r^2/2\beta)$ , что соответствует среднеквадратичному радиусу потенциала  $\pi N$ -взаимодействия  $\sim \sqrt{2\beta}$  фм. Таким образом, уменьшение  $\beta$  в два раза означает уменьшение радиуса взаимодействия пиона с ядерным нуклоном примерно на 30 %.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируя полученные результаты, отметим следующее.

1. Из сравнения с экспериментальными данными пион-ядерного рассеяния с использованием большого набора ядер-мишеней и разных энергий столкновения в области (3,3)-резонанса можно сделать вывод, что предложенная микроскопическая модель пион-ядерного ОП вполне себя оправдывает. В ее основу положена функция распределения нуклонов в ядре-мишени и трехпараметрическая пион-нуклонная амплитуда рассеяния с гауссовской формой зависимости от переданного импульса  $\pi N$ -амплитуды рассеяния.

2. Ограничение модели областью применения при углах рассеяния пионов  $\theta \leq 80^\circ$ , в которой обеспечиваются низкие значения  $\chi^2$ -отклонений теоретических сечений рассеяния от экспериментальных, определяется в основном видом амплитуды  $\pi N$ -рассеяния, которая достаточно хорошо описывает данные по дифференциальным сечениям  $\pi N$ -рассеяния только в передней полусфере. Можно ожидать, что использование другой формы амплитуды с удачной аппроксимацией ее  $q^2$ -асимптотики позволит получать хорошее согласие и при больших углах рассеяния. Также введение в микропотенциал дополнительных членов, корректирующих его поведение в области ядерной поверхности, может обеспечить более точное описание экспериментальных данных во всем угловом интервале измерений.

3. На базе довольно большой статистики подгонок теоретических сечений к экспериментальным получены усредненные значения параметров пион-нуклонной амплитуды в ядерной среде. Сравнение их зависимости от энергии столкновения с той, которая имеет место для параметров амплитуды рассеяния на свободных нуклонах, позволяет увидеть основные закономерности в их отличиях друг от друга. По сравнению с рассеянием пионов на свободных нуклонах их полное сечение рассеяния в ядерной среде уменьшается, реальная часть амплитуды рассеяния вперед оказывается больше, а наклон кривых углового распределения в упругом рассеянии становится более пологим. Все это дает полезную информацию для последующих теоретических исследований поведения пионов в ядерной среде.

В заключение Е. В. З. и К. В. Л. благодарят РФФИ (грант № 09-01-00396а) за частичную финансовую поддержку.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Kisslinger L. S.* // *Phys. Rev.* 1955. V. 98. P. 761.
2. *Krell M., Ericson T. E. O.* // *Nucl. Phys. B.* 1969. V. 11. P. 521.
3. *Shalaby A. S., Hassan M. Y. M., El-Gogary M. M. H.* // *Brazilian J. Phys.* 2007. V. 37, No. 2A. P. 388.
4. *Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Лукьянов К. В.* // *ЯФ.* 2006. Т. 69, № 2. С. 262.
5. *Glauber R. J.* *Lectures in Theoretical Physics.* New York: Interscience, 1959. P. 315.
6. *Sitenko A. G.* // *Ukr. Fiz. J.* 1959. V. 4. P. 152.
7. *Czyz W., Maximon L. C.* // *Ann. Phys.* 1969. V. 52. P. 59.
8. *Locher M. P., Steinmann O., Straumann N.* // *Nucl. Phys. B.* 1971. V. 27. P. 598.
9. *Vano N., Ahmed I.* // *J. Phys. G.* 1979. V. 5. P. 39.
10. *Patterson J. D., Peterson R. J.* // *Nucl. Phys. A.* 2003. V. 717, No. 3. P. 235.
11. *Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Словинский Б.* // *ЯФ.* 2004. Т. 67. С. 1306.
12. *Khoa D. T., Satchler G. R.* // *Nucl. Phys. A.* 2000. V. 668. P. 3.
13. *Греїнеос М. Е. и др.* // *ЭЧАЯ.* 2001. Т. 32, № 6. С. 1494.
14. *Лукьянов В. К. и др.* // *ЯФ.* 2010. Т. 73. С. 1489.
15. *Kunz P. D., Rost E.* // *Comp. Nucl. Phys.* 1993. V. 2. P. 88.
16. *Zhabitskaya E. I., Zhabitsky M. V.* // *Lecture Notes in Computer Science.* 2012. V. 7125. P. 328.
17. *Жабицкая Е. И. и др.* // *Компьютерные исследования и моделирование.* 2012. Т. 4, № 3. С. 585–595.
18. *Price K. V., Storn R. M., Lampinen J. A.* // *Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization.* Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.
19. *Das S., Suganthan P. N.* *Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art* // *IEEE Trans. Evol. Comput.* 2011. V. 15. P. 4.
20. *Freedom B. M. et al.* // *Nucl. Phys. A.* 1979. V. 326. P. 385.
21. *Geesaman D. F. et al.* // *Phys. Rev. C.* 1981. V. 23, No. 6. P. 2635.
22. *Лукьянов В. К. и др.* Анализ упругого рассеяния пи-мезонов ядрами в рамках микроскопического оптического потенциала // *Изв. РАН. Сер. физ. (в печати).*
23. *Lesnyak H., Lesnyak L.* // *Nucl. Phys. B.* 1972. V. 38. P. 221.
24. *Olmer C. et al.* // *Phys. Rev. C.* 1980. V. 21. P. 254.
25. *Gretillat P. et al.* // *Nucl. Phys. A.* 1981. V. 364. P. 270.
26. *Roper L. D. et al.* // *Phys. Rev. B.* 1965. V. 138. P. 48.

Получено 3 октября 2012 г.



Редактор *А. И. Петровская*

Подписано в печать 03.12.2012.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,06. Уч.-изд. л. 1,31. Тираж 280 экз. Заказ № 57851.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)