

P1-2016-72

А. В. Беляев, А. П. Иерусалимов, А. Ю. Троян

**ВЫДЕЛЕНИЕ КАНАЛОВ РЕАКЦИИ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЧАСТИЦ С ПОМОЩЬЮ
КИНЕМАТИЧЕСКОГО ФИТИРОВАНИЯ**

Беляев А. В., Иерусалимов А. П., Троян А. Ю.

P1-2016-72

Выделение каналов реакции при взаимодействии частиц с помощью кинематического фитирования

При изучении взаимодействия частиц нередко отсутствует идентификация вторичных частиц, тогда возникает задача определения конкретного канала реакции.

Одним из действенных численных инструментов, который используется для определения канала реакции, является процедура кинематического фитирования, которая каждой из испытываемых комбинаций ставит в соответствие значение функционала $\chi^2 (\geq 0)$.

В настоящей работе предлагается по полученным величинам χ^2 определенным образом приписывать комбинациям некоторый вес. Таким образом, по предлагаемой методике в формировании каналов реакции участвуют (с весом) все комбинации, прошедшие процедуру фитирования.

Критерий Колмогорова, примененный к распределениям χ^2 , полученным по двум методикам, показывает лучшее согласие экспериментальных распределений с теоретическими при использовании метода установки весов.

Работа выполнена в Лаборатории физики высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2016

Belyaev A. V., Jerusalimov A. P., Troyan A. Ju.

P1-2016-72

Extraction of Channels in Particle Interactions Using Kinematical Fitting

At studying particle interactions we often have no particle identification. In this case the task of defining the true channel arises.

One of the important numerical instruments which is used to determine the true channel of a reaction is the procedure of "kinematical fitting", which for each of the tested combinations calculates the value of the functional $\chi^2 (\geq 0)$.

In this work it is proposed to use the obtained χ^2 -values to attribute a specific weight to every combination. Thus, in the proposed method all combinations (with their weight) which were successfully fitted take part in the forming of channels of a reaction.

The Kolmogorov criterion that has been applied to χ^2 -distributions, obtained with two described methods, gives a better agreement between the experimental distributions and theoretical ones when the weight method is used.

The investigation has been performed at the Veksler and Balдин Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Методика разделения каналов реакции обрабатывалась в основном на данных np -взаимодействия, получаемых на нейтронном канале [1–5], выведенном в однометровую H_2 -пузырьковую камеру [6] (np -эксперимент). Нейтронный канал действовал с 1971 г., регистрация и накопление измерений выполнялись вплоть до 2005 г. За это время был измерен значительный массив 1-, 3-, 5- и 7-лучевых событий с импульсом налетающего нейтрона от 1,25 до 5,20 ГэВ/с. Неполный список работ, посвященных исследованиям в нейтронном канале, представлен в [7–15].

На рис. 1 приведем фотоснимок (кадр 810, пленка 71) одной из стереопроекции внутренности однометровой пузырьковой камеры ЛВЭ (рис. 2) в момент взаимодействия. Здесь можно опознать несколько 1-, 3-лучевых событий и одно 7-лучевое событие.

Обработка событий в значительной мере основывалась на процедуре кинематического фитирования [16]. В настоящей работе описываются некоторые примененные в последнее время способы обработки результатов измерений.

Разделение событий по каналам реакции начинается после их измерения и последующей геометрической реконструкции [17, 18]. В изучаемых реак-

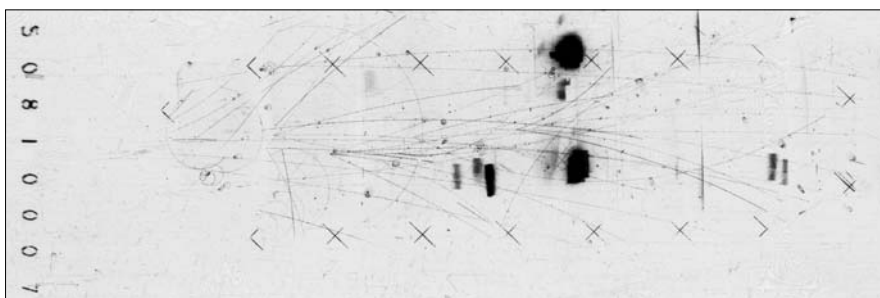


Рис. 1. Одна из стереопроекции объема однометровой H_2 -пузырьковой камеры с несколькими np -взаимодействиями



Рис. 2. Однометровая H_2 -пузырьковая камера ЛВЭ в 2013 г. перед установкой в качестве мемориального объекта

циях рассматривается не более одной незарегистрированной (нейтральной) частицы. В качестве выходных данных процедура геометрической реконструкции предлагает на каждое n -лучевое событие n измеренных и реконструированных в пространство пузырьковой камеры треков, соответствующих вторичным заряженным частицам. Идентификация треков в рассматриваемом np -эксперименте отсутствует, поэтому каждому треку, помимо найденного и приписанного заряда, дается несколько гипотез частиц, при которых удалось реализовать процедуру геометрической реконструкции. Гипотезы частиц содержат кинематические параметры: величины измеренных импульсов p и углов разлета α и β с соответствующими значениями ошибок. При этом законы сохранения для совокупности треков одного события — ввиду ошибок при измерении — в большей или меньшей степени не соблюдаются.

Поскольку каждому треку может быть приписано несколько гипотез частиц, оказывается, что разные комбинации таких гипотез могут соответствовать допустимым каналам реакции. В результате минимизирующие алгоритмы [16, 19] могут приписать данному событию несколько комбинаций (каждая — с конкретным значением результирующей величины функционала χ^2), в которых процесс минимизации сошелся. Но эти алгоритмы дают только вероятностный ответ на вопрос, какой именно канал реализовался в данном событии.

1. РАЗДЕЛЕНИЕ КАНАЛОВ ПО ПРАВИЛАМ ПРЕДПОЧТЕНИЯ

На ранних этапах обработки данных np -эксперимента разделение каналов осуществлялось по правилам предпочтения. Кроме того, в связи с тем, что большая часть каналов реакции np в качестве вторичных частиц содержит только нуклоны и пионы, выборка гипотез по трекам представлялась для положительно заряженных частиц из двух возможных: p, π^+ ; для отрицательно заряженных — из одной: π^- , а в качестве нейтральной частицы рассматривались только π^0 или n .

Пусть, например, в реакции $np \rightarrow \dots$ импульс набегающего нейтрона $p_n = 5,2$ ГэВ/с. Ограничимся событиями с множественностью не более 7. Тогда возможными каналами реакции со вторичными нуклонами и пионами окажутся каналы, представленные в табл. 1. При этом (на примере 3-лучевых событий) получается несколько допустимых комбинаций (табл. 2).

Отметим, что представленные в табл. 1 каналы реакции делятся на две подгруппы. В первую входят каналы, содержащие только заряженные ча-

Таблица 1. np -каналы с нуклонами и пионами для $p_n = 5,2$ ГэВ/с

№ канала	Вторичные частицы							
	1-лучевые							
1	p	n						
3-лучевые								
1	p	p	π^-					
2	p	p	π^-	π^0				
3	p	π^+	π^-	n				
5-лучевые								
1	p	p	π^+	π^-	π^-			
2	p	p	π^+	π^-	π^-	π^0		
3	p	π^+	π^+	π^-	π^-	n		
7-лучевые								
1	p	p	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	
2	p	p	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	π^0
3	p	π^+	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	n

Таблица 2. Допустимые комбинации для 3-лучевых np -каналов с нуклонами и пионами для $p_n = 5,2$ ГэВ/с

Канал	Трек №			Нейтральная частица
	1	2	3	
$0 \rightarrow$	p	p	π^-	
$\pi^0 \rightarrow$	p	p	π^-	π^0
$n \rightarrow$	p	π^+	π^-	n
$n' \rightarrow$	π^+	p	π^-	n

стицы, во вторую — дополнительно одну нейтральную. Процесс минимизации в этих подгруппах различается количеством накладываемых на кинематические параметры частиц ограничений (constraint) или, что то же самое, числом уравнений связи. В первой подгруппе имеется 4 уравнения связи (выражающих законы сохранения энергии и трех компонент импульса). Распределение величин χ^2 в этом случае имеет 4 степени свободы; такие комбинации сокращенно называем комбинациями типа 4C-фит. В комбинациях второй подгруппы — только одно уравнение связи (выражающее закон сохранения энергии). Распределение величин χ^2 в этом случае имеет 1 степень свободы; такие комбинации сокращенно называем комбинациями типа 1C-фит.

Нередко оказывалось, что при обработке конкретного события процесс минимизации сходился (каждый — со своим значением результирующей величины функционала χ^2) для нескольких комбинаций (табл. 2) или даже для всех сразу. По правилам предпочтения [19] из таких комбинаций отбиралась одна. Правила предпочтения таковы:

- 1) комбинация типа 4C-фит предпочитается комбинации типа 1C-фит;
- 2) комбинация типа 1C-фит с минимальным значением χ^2 предпочиталась всем прочим; при близких значениях χ^2 выбиралось состояние с π^0 в конечном состоянии.

Так, для предшествующего примера была бы прежде всего отобрана комбинация: $pp\pi^-$ (в которой отсутствуют нейтральные частицы). В случае отсутствия среди минимизированных такой комбинации из оставшихся была бы выбрана комбинация с наименьшим χ^2 или с π^0 в конечном состоянии.

Целесообразность применения указанных выше правил предпочтения вызвала, впрочем, сомнение в случаях:

- 1) $(\chi^2)^{4C} \gg (\chi^2)^{1C}$;
- 2) $(\chi_i^2)^{rC} \approx (\chi_j^2)^{rC}$ (r — число степеней свободы минимизируемого функционала).

2. КАНАЛЫ РЕАКЦИИ

С развитием np -эксперимента помимо каналов с нуклонами и пионами стали изучаться каналы с дейтронами [7] и со странными частицами [11]. Это привело к значительной модификации принципа разделения каналов реакции.

Ограничимся рассмотрением реакций, в которых участвуют только адроны. Исключим из рассмотрения тяжелые барионы Ω^-, Ξ^0 , антибарионы \tilde{p}, \tilde{n} (и т. п.), которые при рассматриваемых нами значениях энергии не рождаются. Добавим дейтрон.

В связи с этим выборка трековых гипотез стала представляться для положительно заряженных частиц из пяти возможных: $p, d, \pi^+, K^+, \Sigma^+$; для отрицательно заряженных — из четырех: $\pi^-, K^-, \Sigma^-, \Xi^-$. В качестве нейтральных частиц стали рассматриваться $\pi^0, K^0, n, \Lambda, \Sigma^0$.

В рассматриваемых реакциях будем по-прежнему допускать не более одной незарегистрированной (нейтральной) частицы. Рассмотрим все комбинации вторичных частиц, включая одну нейтральную. Соблюдая законы сохранения заряда Q , барионного заряда B и странности S , а также учитывая, что суммарная масса $\sum_i m_i$ вторичных частиц не может превосходить энергию \sqrt{s} в системе центра масс:

$$\sum_i m_i \leq \sqrt{s} = m_n + m_T + 2m_T \sqrt{p_n^2 + m_n^2}, \quad (1)$$

$$\sum_i Q_i = Q_n + Q_T = 1, \quad \sum_i B_i = B_n + B_T = 2, \quad \sum_i S_i = S_n + S_T = 0$$

(где индекс n относится к налетающему нейтрону, а индекс T — к протону мишени), определим все потенциально возможные каналы реакции.

Пусть в реакции $np \rightarrow \dots$ импульс набегающего нейтрона $p_n = 5,20$ ГэВ/с. При этом энергия системы частиц в системе центра масс $\sqrt{s} = 3,417$ ГэВ. Ограничимся событиями с множественностью не более 7. Тогда потенциально возможными каналами реакции окажутся каналы, представленные в табл. 3.

Таблица 3. Список потенциально возможных каналов np -взаимодействия для $p_n = 5,20$ ГэВ/с

№ канала	Вторичные частицы				Суммарная масса, ГэВ/с ²	
1-лучевые						
1	p	n				1,878
2	d	π^0				2,011
3-лучевые						
1	p	p	π^-			2,016
2	p	p	π^-	π^0		2,151
3	p	p	K^-	K^0		2,868
4	p	π^+	π^-	n		2,157
5	p	π^+	Σ^-	K^0		2,773
6	p	K^+	π^-	Λ		2,687
7	p	K^+	π^-	Σ^0		2,764
8	p	K^+	K^-	n		2,865
9	p	K^+	Σ^-			2,629
10	p	K^+	Σ^-	π^0		2,764
11	p	K^+	Ξ^-	K^0		3,251
12	p	Σ^+	π^-	K^0		2,765
13	d	π^+	π^-			2,155
14	d	π^+	π^-	π^0		2,290

Продолжение табл. 3

№ канала	Вторичные частицы						Суммарная масса, ГэВ/c ²		
3-лучевые									
15	d	π^+	K^-	K^0			3,007		
16	d	K^+	K^-				2,863		
17	d	K^+	K^-	π^0			2,998		
18	π^+	K^+	Σ^-	n			2,770		
19	K^+	K^+	Σ^-	Λ			3,301		
20	K^+	K^+	Σ^-	Σ^0			3,378		
21	K^+	K^+	Ξ^-	n			3,248		
22	K^+	Σ^+	π^-	n			2,762		
23	K^+	Σ^+	Σ^-	K^0			3,378		
5-лучевые									
1	p	p	π^+	π^-	π^-		2,295		
2	p	p	π^+	π^-	π^-	π^0	2,430		
3	p	p	π^+	π^-	K^-	K^0	3,147		
4	p	p	K^+	π^-	K^-		3,004		
5	p	p	K^+	π^-	K^-	π^0	3,139		
6	p	π^+	π^+	π^-	π^-	n	2,436		
7	p	π^+	π^+	π^-	Σ^-	K^0	3,052		
8	p	π^+	K^+	π^-	π^-	Λ	2,966		
9	p	π^+	K^+	π^-	π^-	Σ^0	3,043		
10	p	π^+	K^+	π^-	K^-	n	3,145		
11	p	π^+	K^+	π^-	Σ^-		2,909		
12	p	π^+	K^+	π^-	Σ^-	π^0	3,044		
13	p	π^+	Σ^+	π^-	π^-	K^0	3,044		
14	p	K^+	K^+	π^-	Ξ^-		3,387		
15	p	K^+	Σ^+	π^-	π^-		2,901		
16	p	K^+	Σ^+	π^-	π^-	π^0	3,036		
17	d	π^+	π^+	π^-	π^-		2,434		
18	d	π^+	π^+	π^-	π^-	π^0	2,569		
19	d	π^+	π^+	π^-	K^-	K^0	3,286		
20	d	π^+	K^+	π^-	K^-		3,142		
21	d	π^+	K^+	π^-	K^-	π^0	3,277		
22	π^+	π^+	K^+	π^-	Σ^-	n	3,050		
23	π^+	K^+	Σ^+	π^-	π^-	n	3,042		
7-лучевые									
1	p	p	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	2,574	
2	p	p	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	π^0	2,709
3	p	p	π^+	K^+	π^-	π^-	K^-	3,283	
4	p	π^+	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	n	2,715
5	p	π^+	π^+	π^+	π^-	π^-	Σ^-	K^0	3,331
6	p	π^+	π^+	K^+	π^-	π^-	π^-	Λ	3,246
7	p	π^+	π^+	K^+	π^-	π^-	π^-	Σ^0	3,323

Окончание табл. 3

№ канала	Вторичные частицы								Суммарная масса, ГэВ/c	
7-лучевые										
8	p	π^+	π^+	K^+	π^-	π^-	Σ^-			3,188
9	p	π^+	π^+	K^+	π^-	π^-	Σ^-	π^0		3,323
10	p	π^+	π^+	Σ^+	π^-	π^-	π^-	K^0		3,323
11	p	π^+	K^+	Σ^+	π^-	π^-	π^-			3,180
12	p	π^+	K^+	Σ^+	π^-	π^-	π^-	π^0		3,315
13	d	π^+	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-			2,713
14	d	π^+	π^+	π^+	π^-	π^-	π^-	π^0		2,848
15	π^+	π^+	π^+	K^+	π^-	π^-	Σ^-	n		3,329
16	π^+	π^+	K^+	Σ^+	π^-	π^-	π^-	n		3,321

В дальнейшем будем рассматривать разделение каналов реакции в основном на примере избранного количества 3-лучевых событий, суммарная статистика которых составляет $N = 71\,023$ событий.

3. ТРЕКОВЫЕ ГИПОТЕЗЫ

Перебирая по трекам гипотезы частиц, получаем их комбинации, соответствующие гипотезам канала реакций. Полное число комбинаций из заряженных частиц на событие в 3-лучевом случае, когда имеется два положительно заряженных и один отрицательно заряженный трек, оказывается равным $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$. Можно получить, что число комбинаций трех заряженных треков с возможным добавлением одной нейтральной частицы и *удовлетворяющих условиям* (1) окажется равным $\mu_{\max} = 40$. Поскольку не все трековые гипотезы реализуются в [17], каждое обрабатываемое событие оказывается возможным исследовать по некоторому числу $\mu \leq \mu_{\max}$ комбинаций трековых гипотез, т. е. по некоторым из возможных каналов реакции.

Пример 1. Возьмем конкретное событие (эксперимент 36, пленка 32, кадр 637). В нем трекам, из которых первый (по порядку измерения) имеет отрицательный заряд, в результате геометрической реконструкции приписаны гипотезы частиц:

Номер трека	Гипотезы частиц				
1	π^-	K^-	Σ^-	Ξ^-	
2	π^+	K^+	p	Σ^+	d
3	π^+	K^+			

Из этих гипотез (учитывается, что с заряженными частицами может комбинироваться одна нейтральная) формируется $\mu = 20$ комбинаций, допустимых по условиям (1) (табл. 4).

Таблица 4. Комбинации гипотез, допустимых для примера 1

Номер комбинации	Номер трека			Нейтральная частица
	1	2	3	
1	π^-	p	π^+	n
2	π^-	p	K^+	Λ
3	π^-	p	K^+	Σ^0
4	π^-	Σ^+	K^+	n
5	π^-	d	π^+	
6	π^-	d	π^+	π^0
7	K^-	p	K^+	n
8	K^-	d	π^+	K^0
9	K^-	d	K^+	
10	K^-	d	K^+	π^0
11	Σ^-	π^+	K^+	n
12	Σ^-	K^+	π^+	n
13	Σ^-	K^+	K^+	Λ
14	Σ^-	K^+	K^+	Σ^0
15	Σ^-	p	π^+	K^0
16	Σ^-	p	K^+	
17	Σ^-	p	K^+	π^0
18	Σ^-	Σ^+	K^+	K^0
19	Ξ^-	K^+	K^+	n
20	Ξ^-	p	K^+	K^0

Некоторые из полученных комбинаций (например, 11-я и 12-я) соответствуют одному и тому же каналу реакции.

4. УДАЛЕНИЕ МАЛОВЕРОЯТНЫХ КОМБИНАЦИЙ

В целом из 71 023 событий было получено $\sum \mu = 1\,287\,148$ комбинаций, удовлетворяющих условиям (1).

При отсутствии идентификации частиц привлекаются дополнительные физические и статистические данные, чтобы отбросить маловероятные комбинации (например, если у каких-либо измеренных кинематических параметров слишком большая ошибка). Значительное число комбинаций отбрасывает процедура минимизации (например, по превышению числа итераций). В результате в примере 1 было оставлено для дальнейшей обработки всего $m = 3$ комбинации:

Номер комбинации	Номер трека			Нейтральная частица
	1	2	3	
7	K^-	p	K^+	n
15	Σ^-	p	π^+	K^0
16	Σ^-	p	K^+	

В целом по всему массиву из 71 023 событий для дальнейшего рассмотрения было оставлено $\sum m = 140\,477$ комбинаций. При этом число событий, в котором была определена хотя бы одна такая комбинация, составило 60 141.

5. ВЕС КОМБИНАЦИИ

В отличие от методики с правилами предпочтения ниже излагается простая вероятностная методика учета *всех* комбинаций, успешно прошедших процедуру минимизации. Для этого в зависимости от экспериментально полученных значений функционала χ^2 устанавливаются веса соответствующих комбинаций.

Пусть в данном событии из μ отобранных комбинаций процесс минимизации успешно завершился для $m \leq \mu$ комбинаций. Пусть для j -й комбинации ($j = \overline{1, m}$) имеем соответствующее значение функционала χ_j^2 . Тогда доверительная вероятность, приписываемая j -й комбинации, вычисляется по формуле

$$H_j(\chi_j^2, r) = \int_{\chi_j^2}^{\infty} p(r, z) dz \quad (j = \overline{1, m}),$$

где

$$p(r, \chi^2) = \frac{(\chi^2)^{r/2-1} \cdot e^{-\chi^2/2}}{2^{r/2} \cdot \Gamma(r/2)} \quad (2)$$

есть плотность вероятности случайной величины, подчиняющейся распределению χ^2 (или статистике Пирсона) с r степенями свободы.

Вес комбинации, соответственно, определяется по формуле

$$w_j = \frac{H_j}{\sum_{i=1}^m H_i} \quad (j = \overline{1, m}). \quad (3)$$

Смысл веса, введенного таким образом, означает степень вероятностного доверия к j -й комбинации (а также — долю события, приходящуюся на комбинацию). Большие веса соответствуют комбинациям, в которых измеренные и фитированные параметры ближе друг к другу. Распределение числа комбинаций на одно событие (по всему массиву из 140 477 комбинаций), взятых без веса и с весом, представлено на гистограммах рис. 3.

Процедура кинематического фитирования инвариантна по отношению к комбинациям. Поэтому в условиях без идентификации частиц (треков) истинной может оказаться любая комбинация, в том числе с большим, чем в других комбинациях, значением χ^2 . Степень полного доверия (вес, равный 1) может

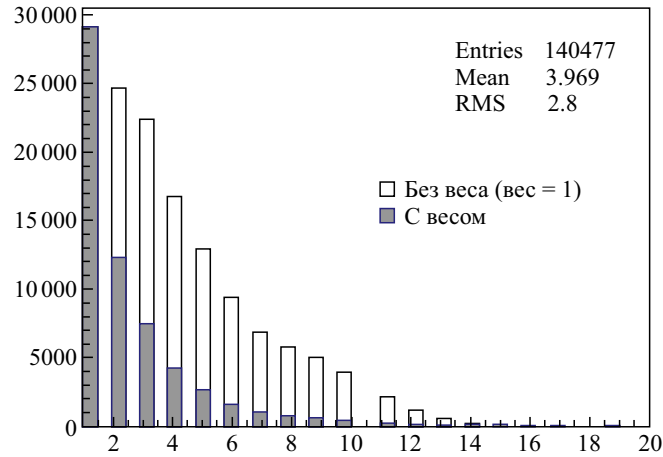


Рис. 3. Распределение числа комбинаций на событие — без веса и с весом

оказаться у комбинации только при $m = 1$, даже если эта комбинация имеет относительно большое значение минимизированной χ^2 . При $m > 1$ даже у комбинации со значением $\chi^2 = 0$ вес окажется меньше 1; это означает, что и оставшимся комбинациям будет уделено соответствующее доверие.

Пример 2. Пусть для случая $r = 1$ в некотором событии принято две комбинации ($m = 2$). Пусть $\chi_1^2 = 0$, $\chi_2^2 = 1$. Получим доверительные вероятности: $H_1(0, 1) = 1$ и $H_2(1, 1) = 1/2$. Отсюда имеем веса: $w_1 = 2/3$, $w_2 = 1/3$.

Веса комбинаций вычисляются *после* отбрасывания всех маловероятных комбинаций, поэтому в дальнейших исследованиях с использованием взвешенных комбинаций никакие распределения не должны подвергаться обрезке по каким-либо параметрам, что могло бы исказить веса изучаемых распределений.

Снова рассмотрим комбинации примера 1 (табл. 4). Только три комбинации успешно прошли процедуру минимизации и были приняты к дальнейшей обработке (имеем $m = 3$). В табл. 5 для этих комбинаций (частицы кото-

Таблица 5. Комбинации, прошедшие фитирование

№ комбинации (табл. 4)	Вторичные частицы	r	χ^2	$H(\chi^2, r)$	Вес	№ канала (табл. 3)
7	$p \quad K^+ \quad K^- \quad n$	1	2,45	0,118	0,080	8
15	$p \quad \pi^+ \quad \Sigma^- \quad K^0$	1	0,05	0,821	0,555	5
16	$p \quad K^+ \quad \Sigma^-$	4	3,11	0,540	0,365	9

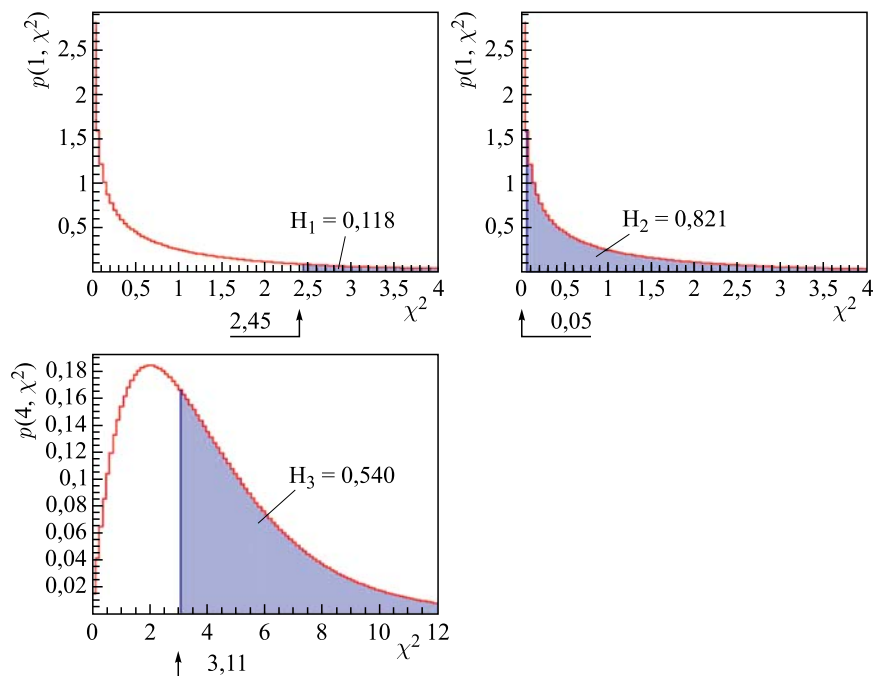


Рис. 4. Вычисление доверительных вероятностей для комбинаций 7, 15 и 16 (в случае комбинации 16 масштаб — для наглядности — изменен)

рых записаны уже в порядке, установленном в табл. 3) указаны число степеней свободы r , полученное значение χ^2 , доверительная вероятность $H(\chi^2, r)$ (ее вычисление иллюстрируется на рис. 4), вычисленный вес w комбинации и номер выделенного канала реакции (см. табл. 3).

Очевидно, что в каждом событии $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ (n — число комбинаций события, успешно прошедших минимизацию). Подчеркнем, что вес w_j приписывается комбинации: это означает, что только часть события, равная весу, связывается с j -й комбинацией.

6. МАНИПУЛЯЦИИ С ВЕСОМ

Выбирая события, в которых обнаружены комбинации, соответствующие изучаемому каналу, и суммируя соответствующие веса, получаем эффективное число событий данного канала. Округленное, это число представляет собой обычную статистическую выборку.

1. Заполнение гистограмм. Пусть в некотором выбранном канале изучается случайная переменная x . Это может быть, например, значение χ^2 , квадрат недостающей массы m_{miss}^2 и т. п. Тогда для i -й комбинации выбранного канала карманы («бины») гистограммы HIST заполняются по примерной схеме:

- 1) вычисление номера бина: $n_{\text{bin}} \sim x_i$;
- 2) пополнение соответствующего бина: $\text{HIST}(n_{\text{bin}}) \leftarrow \text{HIST}(n_{\text{bin}}) + w_i$.

2. Рисование гистограмм при помощи инструментального средства ROOT. Пусть мы уже располагаем заполненным nTuple-массивом системы ROOT [20]. Пусть в каждой записи этого массива (запись относится к комбинации) имеются, к примеру, такие NT-переменные:

- mm2 квадрат недостающей массы (определяемой непосредственно по данным измерения);
- chNo номер канала (табл. 3);
- w вес;
- mnKp эффективная масса системы двух частиц — второй из заряженных и нейтральной (для канала № 8 это будет масса системы nK^+).

На рис. 5 и 6 приводятся примеры использования ROOT-функций для построения некоторых гистограмм (ординаты которых пропорциональны соответствующей плотности вероятности).

Переменная g в последней ROOT-функции (рис. 6) представляет собой вещественное число ($0 < g < 1$), уравнивающее площади под двумя совмещенными гистограммами. Заметно, что при использовании весов (при срав-

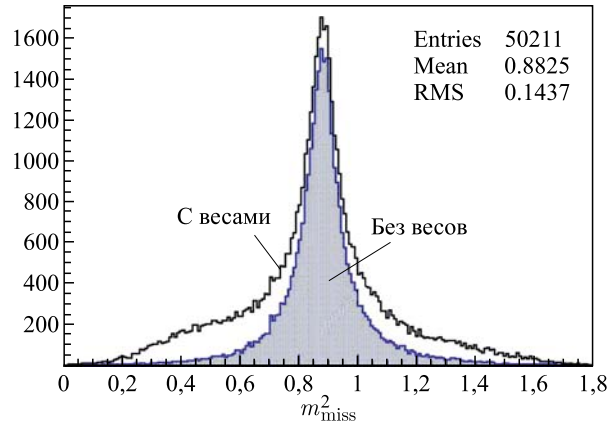


Рис. 5. Распределение квадрата недостающей массы m_{miss}^2 в канале $np \rightarrow p\pi^+\pi^-n$.
Здесь NT->Draw ("mm2", "(chNo == 4)*w")
NT->Draw ("mm2", "(chNo == 4)*same")

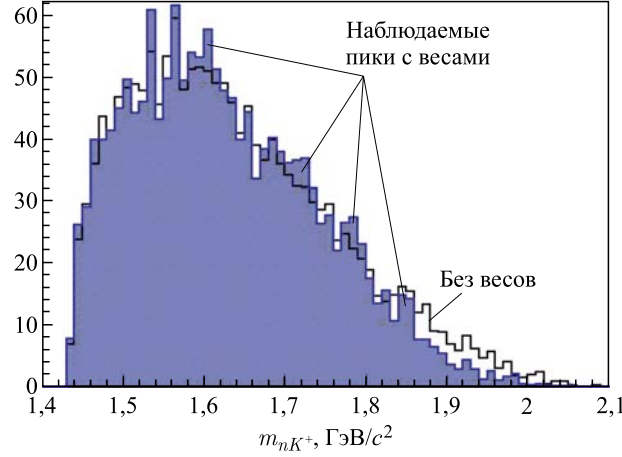


Рис. 6. Распределение квадрата недостающей массы m_{nK^+} в канале $np \rightarrow pK^+ K^- n$.
Здесь NT->Draw ("mnKp", "(chNo == 8)*w")
NT->Draw ("mm2", "(chNo == 8)*g", "same")

нительно небольшой выборке) в распределении nK^+ начинают проявляться кандидаты на пики.

7. ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЯ КОЛМОГОРОВА

Качество минимизации и последующего разделения каналов определяется в каждом канале близостью распределения экспериментальной случайной величины χ^2 к стандартному распределению (2). Для этой цели экспериментальное распределение χ^2 подвергается тестированию по критерию согласия Колмогорова.

Ввиду отсутствия в описываемом np -эксперименте процедуры идентификации треков, полноценные требования критерия Колмогорова оказываются слишком жесткими для экспериментальных распределений. Приходится ограничиваться сравнительным рассмотрением значений аргумента λ (для функции Колмогорова):

$$\lambda = \sqrt{\Omega} \cdot \max_{0 < \chi^2 < \chi_{lim}^2} |\tilde{\Phi}(\chi^2) - \Phi(\chi^2)|,$$

где Ω обозначает величину выборки, а $\tilde{\Phi}$ и Φ — функции распределения, в нашем случае являющиеся первообразными (интегралами) к экспериментальному и стандартному (теоретическому) распределениям (2):

$$\Phi(\chi^2) = \int_{-\infty}^{\chi^2} p(r, z) dz = \int_0^{\chi^2} p(r, z) dz.$$

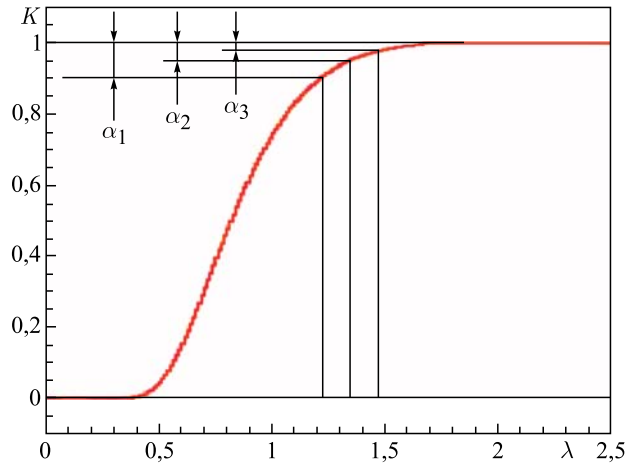


Рис. 7. Вид функции Колмогорова $K(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda^2}$

Аргумент λ можно рассматривать в качестве приведенного максимального расстояния между функциями $\tilde{\Phi}$ и Φ .

Для *nr*-эксперимента получаемые значения аргумента λ на графике функции Колмогорова (рис. 7), как правило, находятся справа от «критических значений», соответствующих стандартным «критическим уровням» доверительной вероятности, обозначенным $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Ясно, однако, что чем меньше вычисленное значение аргумента λ , тем лучше выполняется критерий согласия Колмогорова.

8. СРАВНЕНИЕ МЕТОДИК

На рис. 8, 9 показаны сравнительные результаты вычисления аргумента функции Колмогорова для наиболее статистически значимых каналов. Поскольку графическое совместное представление собственно функций распределения $\tilde{\Phi}$ и Φ не дает наглядного представления о поведении исследуемых распределений χ^2 , дополнительно приводятся совместные распределения экспериментального и стандартного (теоретического) распределений χ^2 (2). Из них достаточной наглядностью обладают только графики распределений типа 4C-фит. Поэтому дополнительно дается совместное графическое представление распределений экспериментальной и теоретической случайных величин

$$u(r, \chi^2) = \int_{\chi^2}^{+\infty} p(r, z) dz,$$

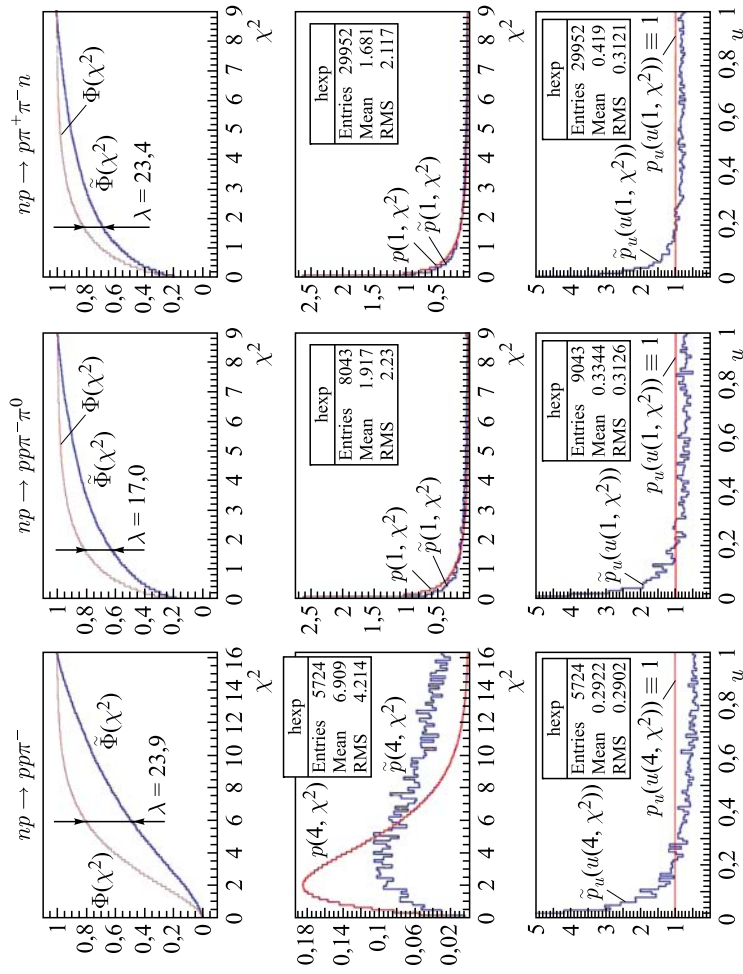


Рис. 8. Графики экспериментальных функций $\Phi(\chi^2)$, $\tilde{p}(r, \chi^2)$ и $\tilde{p}_u(u(r, \chi^2))$, совмещенные с графиками теоретических функций $\Phi(\chi^2)$, $p(r, \chi^2)$ и $p_u(u(r, \chi^2))$, построенные по правилам предпочтения

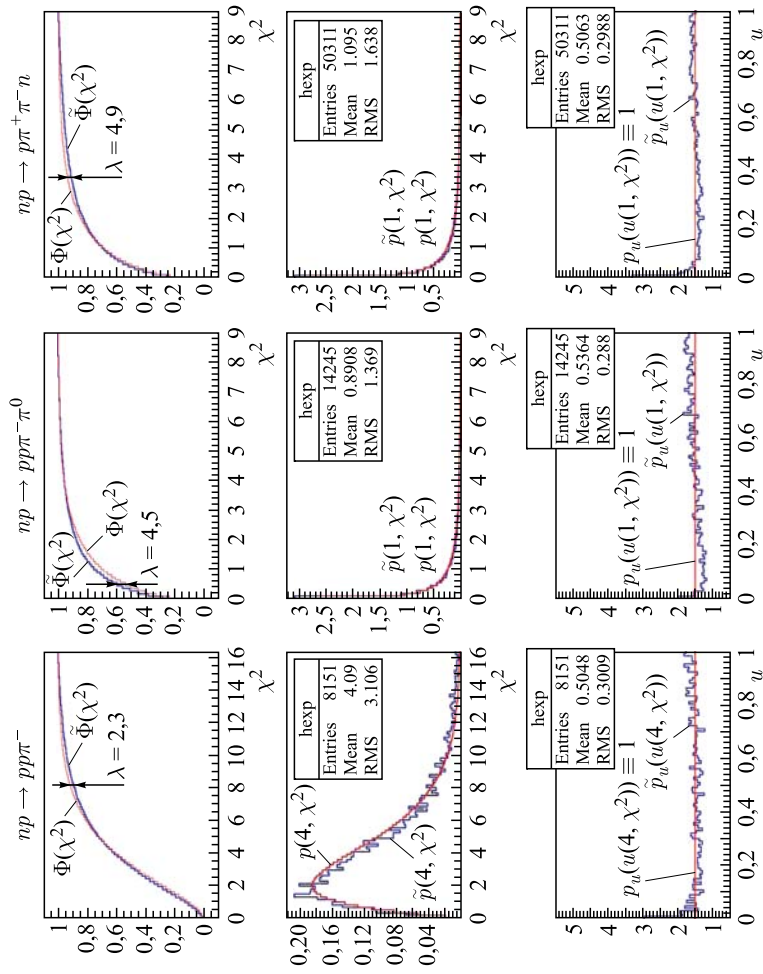


Рис. 9. Графики экспериментальных функций $\Phi(\chi^2)$, $\tilde{p}(r, \chi^2)$ и $\tilde{p}_u(u(r, \chi^2))$, совмещенные с графиками теоретических функций $\Phi(\chi^2)$, $p(r, \chi^2)$ и $p_u(u(r, \chi^2))$, построенные с использованием весового метода

которые должны быть распределены равномерно на интервале $(0, 1]$ для любого числа степеней свободы r . Графики распределения величин $u(r, \chi^2)$ обладают наглядностью независимо от r .

На рис. 8 даются графики распределений, полученных по правилам предпочтения (разд. 1), на рис. 9 — с вычислением веса (разд. 5). Подчеркнем, что в каждом бине гистограмм, изображающих экспериментальные распределения плотностей вероятностей $\tilde{p}(r, \chi^2)$ и $\tilde{p}_u(u(r, \chi^2))$, суммируются веса. В случае правил предпочтения веса полагаются равными единице.

Как видно, применение методики использования весов (совместно с фитированием пучковой частицы) существенно уменьшает величину вычисляемого аргумента λ функции Колмогорова, что значительно сближает экспериментальные распределения χ^2 с требуемыми стандартными. Это, в свою очередь, означает существенное уменьшение систематических ошибок, искажающих результаты обработки измерений.

9. СВОДКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Сводка результатов разделения каналов с помощью фитирования и применения веса дается в табл. 6–8.

Для обсуждавшихся выше $N = 71\,023$ 3-лучевых событий сводка представлена в табл. 6. Из этого полного количества событий по разным причинам в $K = 10\,882$ событиях не прошла процесс минимизации ни одна комбинация (например, из-за того, что в событии реально присутствовало более одной нейтральной частицы). Оставшиеся события ($M = 60\,141$) дают сводку оценки распределения реакции np по каналам. Колонка «эффективное число событий» Ω дает для данного канала суммы весов как долей события. Суммарное эффективное число событий $\Omega = 60\,140,97$ при округлении совпадает с итоговой статистикой M событий, в которых процесс минимизации успешно завершен хотя бы для одной комбинации.

В табл. 7 и 8 даются соответственно результаты разделения каналов 1-лучевых событий (для трех разных значений энергии) и для 7-лучевых событий.

Содержимое табл. 6–8 отсортировано по возрастанию эффективного числа Ω событий, принадлежащих конкретному каналу реакции. Указанный процент от общего числа событий дает представление о сравнительном сечении соответствующего канала реакции.

При достаточно большой выборке в соответствующих строках таблиц приведены значения аргументов λ функции Колмогорова. Напомним, однако, что во время проведения измерений частицы никак не идентифицировались. Поэтому приведенные данные следует считать предварительными, поскольку

в данных условиях для некоторых каналов значение аргумента λ функции Колмогорова оказалось немалым.

Таблица 6. 3-лучевые события

Канал	Эффективное число Ω событий, равное $\Sigma(w)$	Аргумент λ по критерию Колмогорова	Доля канала в реакции, %	
			Данная работа	[7]
$p_n = 5,20 \text{ ГэВ}/c, \sqrt{s} = 3,417 \text{ ГэВ}$				
$K^+ \Sigma^+ \Sigma^- K^0$	0,00	Не вычислялся ввиду малой статистики	< 1,0	Данные отсутствуют
$K^+ K^+ \Sigma^- \Sigma^0$	0,00		< 1,0	
$K^+ K^+ \Sigma^- \Lambda$	0,25		< 1,0	
$p K^+ \Xi^- K^0$	0,68		< 1,0	
$K^+ K^+ \Xi^- n$	1,48		< 1,0	
$p K^+ \Sigma^-$	17,15		< 1,0	
$p \Sigma^+ \pi^- K^0$	29,17		< 1,0	
$p K^+ \Sigma^- \pi^0$	29,53		< 1,0	
$p \pi^+ \Sigma^- K^0$	49,44		< 1,0	
$d K^+ K^-$	58,88		< 1,0	
$K^+ \Sigma^+ \pi^- n$	64,24		< 1,0	
$\pi^+ K^+ \Sigma^- n$	75,15		< 1,0	
$d \pi^+ \pi^-$	215,82		< 1,0	
$d K^+ K^- \pi^0$	512,91		< 1,0	
$p p K^- K^0$	522,15		< 1,0	
$d \pi^+ K^- K^0$	1036,84	1,6	$1,5 \pm 0,1$	
$p K^+ K^- n$	2271,32	5,4	$3,2 \pm 0,1$	
$d \pi^+ \pi^- \pi^0$	3186,41	1,7	$4,5 \pm 0,1$	
$p K^+ \pi^- \Sigma^0$	3697,29	6,5	$5,2 \pm 0,1$	
$p K^+ \pi^- \Lambda$	4739,72	9,0	$6,7 \pm 0,1$	
$p p \pi^- \pi^0$	6018,38	4,5	$8,5 \pm 0,1$	$13,0 \pm 0,8$
$p p \pi^-$	7018,73	2,3	$9,9 \pm 0,1$	$13,4 \pm 0,8$
$p \pi^+ \pi^- n$	30595,43	4,9	$43,1 \pm 0,2$	$39,4 \pm 2,0$
$\Sigma(\Sigma(w))$	60 140,97		$84,7 \pm 0,3$	
Событий с фитами (M)	60 141		84,7	
Событий без фитов (K)	10 882		15,3	
Всего событий (N)	71 023		100,0	100,0

Для некоторых каналов оказалось возможным привести аналогичные данные по доле канала в реакции, взятые из [7].

Таблица 7. 1-лучевые события

Канал	Эффективное число Ω событий, равное $\Sigma(w)$	Аргумент λ по критерию Колмогорова	Доля канала в реакции, %	
			Данная работа	[7]
$p_n = 5,20 \text{ ГэВ}/c, \sqrt{s} = 3,417 \text{ ГэВ}$				
$d \pi^0$	311,77	Не вычислялся	$2,9 \pm 0,2$	
$p n$	4465,24	1,9	$42,2 \pm 0,6$	$59,2 \pm 3,6$
$\Sigma(\Sigma(w))$	4777,00		$45,1 \pm 0,7$	
Событий с фитами (M)	4777		45,1	
Событий без фитов (K)	5812		54,9	
Всего событий (N)	10 589		100,0	100,0
$p_n = 2,23 \text{ ГэВ}/c, \sqrt{s} = 2,311 \text{ ГэВ}$				
$d \pi^0$	443,48	Не вычислялся	$3,8 \pm 0,2$	
$p n$	5476,57	2,4	$47,3 \pm 0,6$	$70,3 \pm 3,0$
$\Sigma(\Sigma(w))$	5920,00		$51,1 \pm 0,7$	
Событий с фитами (M)	5920		51,1	
Событий без фитов (K)	5665		48,9	
Всего событий (N)	11 585		100,0	100,0
$p_n = 1,43 \text{ ГэВ}/c, \sqrt{s} = 2,230 \text{ ГэВ}$				
$d \pi^0$	411,72	Не вычислялся	$6,7 \pm 0,3$	Данные отсутствуют
$p n$	3995,28	1,5	$64,6 \pm 1,0$	
$\Sigma(\Sigma(w))$	4407,00		$71,3 \pm 1,1$	
Событий с фитами (M)	4407		71,3	
Событий без фитов (K)	1775		28,7	
Всего событий (N)	6128		100,0	

Таблица 8. 7-лучевые события

Канал	Эффективное число Ω событий, равное $\Sigma(w)$	Аргумент λ по критерию Колмогорова	Доля канала в реакции, %	
			Данная работа	[7]
$p_n = 5,20 \text{ ГэВ}/c, \sqrt{s} = 3,417 \text{ ГэВ}$				
$d \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^- \pi^0$	2,55	Не вычислялся ввиду малой статистики	< 0,1	Данные отсутствуют
$d \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^-$	7,07		$2,0 \pm 0,8$	
$p \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^- n$	40,17		$11,401,8$	
$p p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^- \pi^0$	48,44		$13,7 \pm 2,0$	
$p p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^-$	189,78		$53,8 \pm 3,9$	
$\Sigma(\Sigma(w))$	288,00		$81,6 \pm 4,8$	
Событий с фитами (M)	288		81,6	
Событий без фитов (K)	65		18,4	
Всего событий (N)	353		100,0	100,0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

I. **Предложено** для разделения каналов реакции вместо правил предпочтения (разд. 1) следующее:

- 1) рассматривать все возможные при данной энергии каналы реакции;
- 2) для каждой допустимой трековой комбинации использовать процедуру кинематического фитирования (при этом требуется, чтобы данные измерений были обеспечены нормальными гауссовыми ошибками);
- 3) комбинациям события, успешно прошедшим фитирование, присваивать вес (3) как долю события, которую следует использовать при построении гистограмм и дальнейшей обработке физических распределений;
- 4) использовать критерий согласия Колмогорова для оценки качества измерений, фитирования и разделения каналов.

II. **Показано**, что с весом (3) удалось привести экспериментальные распределения χ^2 к удовлетворительному согласию с теоретическими.

III. **Получена** оценка доли некоторых каналов в реакции np , на основании чего можно уточнять сечения данных каналов.

IV. **Отмечено**, что одной процедуры кинематического фитирования может оказаться недостаточно для уверенного разделения каналов реакции. В этом смысле весьма желательна идентификация частиц (треков), хотя бы частичная.

Благодарности. Работа посвящена памяти В. И. Мороза, являвшегося инициатором создания нейтронного канала на синхрофазотроне ОИЯИ, и Ю. А. Трояна, ведущего физика *nr*-эксперимента.

Авторы выражают благодарность коллегам Г. Агакишиеву, С. Г. Аракелян, А. А. Балдину и В. С. Рихвицкому за проявленный интерес к работе и многочисленные обсуждения ее аспектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безногих Ю. Д., Зиновьев Л. П., Казанский Г. С., Михайлов А. И., Мороз В. И., Павлов Н. И. Об одном режиме ускорения d и He в синхрофазотроне ОИЯИ до импульсов 11 и 22 ГэВ/с соответственно. Препринт ОИЯИ Р9-4214. Дубна, 1968.
2. Безногих Ю. Д., Зиновьев Л. П., Казанский Г. С., Михайлов А. И., Мороз В. И., Павлов Н. И. // ПТЭ. 1969. №4. С. 202.
3. Мороз В. И. Ускорение дейтронов на синхрофазотроне ОИЯИ // За коммунизм. 1971. http://jinrmag.jinr.ru/Arc_pdf/1971/1971-07.pdf.
4. Балдин А. М., Безногих Ю. Д., Зиновьев Л. П., Иссинский И. Б., Казанский Г. С., Михайлов А. И., Мороз В. И., Павлов Н. И., Пучков Г. И. // ПТЭ. 1971. №3. С. 29–31.
5. Гаспарян А. П., Зиновьев Л. П., Иерусалимов А. П., Которобай Ф., Кочуров А. Г., Мороз В. И., Нагдасев С. С., Никитин В. В., Смирнов Ю. В., Троян Ю. А. Нейтронный (стриппинговый) канал Лаборатории высоких энергий ОИЯИ. Дубна, 1975.
6. Глаголев В. В. К истории создания и эксплуатации 100-см жидководородной пучковой камеры ЛВЭ ОИЯИ. <http://lhe.jinr.ru/1mHBC/index.html>.
7. Бешлиу К., Груица С., Иерусалимов А. П., Которобай Ф., Мороз В. И., Никитин А. В., Троян Ю. А. Сечения каналов реакций *nr*-взаимодействия при $p_n = 1 \sim 5$ ГэВ/с // ЯФ. 1986. Т. 43, вып. 4.
8. Абдвалиев А., Бешлиу К., Гаспарян А. П., Груица С., Иерусалимов А. П., Копылова Д. К., Которобай Ф., Мороз В. И., Никитин А. В., Троян Ю. А. Сечения каналов реакций в пятилучевых звездах *nr*-взаимодействий при $p_n = 5,1$ ГэВ/с. Сообщение ОИЯИ 1-10669. Дубна, 1977.
9. Troyan Yu. A., Plekhanov E. B., Pechenov V. N., Troyan A. Yu., Beljaev A. V., Jerusalemov A. P., Arakelian S. G. The Search and Study of the Resonances in the System of $\pi^+\pi^-$ Mesons from the Reaction $nr \rightarrow nr\pi^+\pi^-$ at $P_n = 5.20$ GeV/c // Part. Nucl., Lett. 2000. No. 6[103]. P. 25–33.
10. Troyan Yu. A., Plekhanov E. B., Pechenov V. N., Troyan A. Yu., Beljaev A. V., Jerusalemov A. P., Arakelian S. G. Resonances in the System of $\pi^+\pi^-$ Mesons from $nr \rightarrow nr\pi^+\pi^-$ Reaction at $P_n = 5.20$ GeV/c: Search, Results of Direct Observations, Interpretation // Part. Nucl., Lett. 2002. No. 5[114]. P. 53–60.
11. Троян Ю. А., Плеханов Е. Б., Троян А. Ю., Беляев А. В., Иерусалимов А. П., Аракелян С. Г. Поиск и исследование барионных резонансов со странностью $S = +1$ в

- системе nK^+ в реакции $nr \rightarrow nrK^+K^-$ при импульсе налетающих нейтронов $P_n(5,20 \pm 0,12)$ ГэВ/с // Письма в ЭЧАЯ. 2005. Т. 2, № 1(124). С. 35–48.
12. Аникина М. Х., Беляев А. В., Голохвастов А. И., Лукстиньш Ю. Р., Троян Ю. А., Троян А. Ю. Интерференционный анализ расширяющегося объема генерации пионов в адрон-адронных и ядро-ядерных столкновениях при начальных импульсах 3,8–5,2 ГэВ/с на нуклон // ЯФ. 2009. Т. 72, № 1. С. 1–13.
 13. Троян Ю. А., Плеханов Е. Б., Троян А. Ю., Беляев А. В., Иерусалимов А. П., Аракелян С. Г. Поиск и исследование маломассовых скалярных мезонов в реакции $nr \rightarrow nr\pi^+\pi^-$ при импульсе нейтронного пучка $P_n = (3,83 \pm 0,12)$ ГэВ/с // Письма в ЭЧАЯ. 2011. Т. 8, № 6(169). С. 928–935.
 14. Троян Ю. А., Плеханов Е. Б., Троян А. Ю., Беляев А. В., Иерусалимов А. П., Аракелян С. Г. Поиск и исследование маломассовых скалярных мезонов в реакции $nr \rightarrow nr\pi^+\pi^-$ при импульсе нейтронного пучка $P_n = (5,20 \pm 0,12)$ ГэВ/с // Письма в ЭЧАЯ. 2012. Т. 9, № 1(171). С. 77–87.
 15. Троян Ю. А., Аникина М. Х., Беляев А. В., Иерусалимов А. П., Троян А. Ю. Упругое $nr \rightarrow nr(pn)$ -рассеяние при промежуточных энергиях // Письма в ЭЧАЯ. 2014. Т. 11, № 2(186). С. 186–197.
 16. Беляев А. В., Иерусалимов А. П., Которобай Ф., Печенов В. Н., Рихвицкий В. С. Кинематический фит. Сообщение ОИЯИ Р1-2016-71. Дубна, 2016.
 17. Маркова Н. Ф., Мороз В. И., Никитина В. И., Стельмах А. П., Тентюкова Г. Н. Программа геометрической реконструкции для больших пузырьковых камер (вариант «1–6»). Сообщение ОИЯИ Р10-3768. Дубна, 1968.
 18. Маркова Н. Ф., Мороз В. И., Никитина В. И., Стельмах А. П., Тентюкова Г. Н. Руководство для работы с программой геометрической реконструкции «1–8». ОИЯИ, Б1-10-9093. Дубна, 1975.
 19. Иванченко З. М., Лукьянцев А. Ф., Мороз В. И., Макаренкова А. Д., Тентюкова Г. Н. Программа идентификации каналов реакций (варианты «10–10» и «10–20»). ОИЯИ, Р-2399. Дубна, 1965.
 20. ROOT — A Data Analysis Framework. <https://root.cern.ch/>.

Получено 28 октября 2016 г.

Редактор *А. И. Петровская*

Подписано в печать 07.02.2017.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,56. Уч.-изд. л. 1,92. Тираж 255 экз. Заказ № 59025.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/