

P9-2017-18

А. В. Бутенко, О. Казинова, С. А. Костромин,
В. А. Михайлов, А. В. Тузиков, Г. Г. Ходжибагян

ДОПУСКИ НА ПОГРЕШНОСТИ МАГНИТНОГО
ПОЛЯ БУСТЕРА НУКЛОТРОНА

Бутенко А. В. и др.

P9-2017-18

Допуски на погрешности магнитного поля бустера нуклотрона

Формирование магнитного поля в структурных элементах бустерного синхротрона комплекса NICA — одно из важнейших условий получения требуемых параметров и качественной работы ускорителя. Проведено исследование линейной и нелинейной динамики пучка ионов $^{197}\text{Au}^{31+}$ в бустере с помощью программы MAD-X. Приводится аналитическая оценка допусков на погрешности магнитного поля и численный расчет динамической апертуры DFO-магнитной структуры бустера. Дана оценка искажения замкнутой орбиты при наличии случайных ошибок магнитных полей и ошибок в расстановке структурных магнитов.

Работа выполнена в Лаборатории физики высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2017

Butenko A. V. et al.

P9-2017-18

Magnetic Field Errors Tolerance of Nuclotron Booster

Generation of magnetic field in the units of the booster synchrotron for the NICA project is one of the most important conditions for getting the required parameters and qualitative accelerator operation. Research of linear and nonlinear dynamics of the $^{197}\text{Au}^{31+}$ ion beam in the booster was carried out with the MAD-X program. Analytical estimation of magnetic field errors tolerance and numerical computation of dynamic aperture of the booster DFO-magnetic lattice is presented. Closed orbit distortion with random errors of magnetic fields and errors in layout of the booster units was evaluated.

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Для получения проектных параметров и эффективной работы бустерного синхротрона [1] комплекса NICA [2], сооружаемого в ОИЯИ, нужно обеспечить формирование магнитного поля необходимого качества в структурных элементах. Оптика кольца также должна обладать достаточной динамической апертурой, удовлетворяющей требованиям инжекции.

В работе приводятся результаты исследования линейной и нелинейной динамики пучка ионов золота ${}_{197}\text{Au}^{31+}$ в бустере. Рассматривается влияние случайных ошибок магнитных полей и точности расстановки структурных элементов на искажение замкнутой орбиты и амплитуду бетатронных колебаний. На основании полученных результатов формулируются допуски на качество магнитного поля структурных элементов.

Основные характеристики магнитной структуры бустера нуклотрона даны в приложении.

1. МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА БУСТЕРА

Магнитная структура бустера нуклотрона состоит из четырех квадрантов. Каждый квадрант включает в себя шесть периодов типа DFO, пять из которых содержат по два дипольных секторных магнита, один — прямолинейный промежуток.

Моделирование движения пучка проводилось с помощью программы MAD-X [3]. Динамические функции в одном квадранте магнитной системы бустера приведены на рис. 1 и 2. *Ошибки* поля дипольных и квадрупольных магнитов отсутствуют. Здесь и далее по тексту под ошибками магнитного поля будем понимать:

- нелинейности 3-го и более высоких порядков — *систематические ошибки*, присутствующие в каждом структурном элементе и определяемые конструкцией магнита;
- *случайные ошибки*, возникающие из-за неточностей изготовления магнитов, а также неточностей их расстановки вдоль равновесной замкнутой орбиты ускорителя.

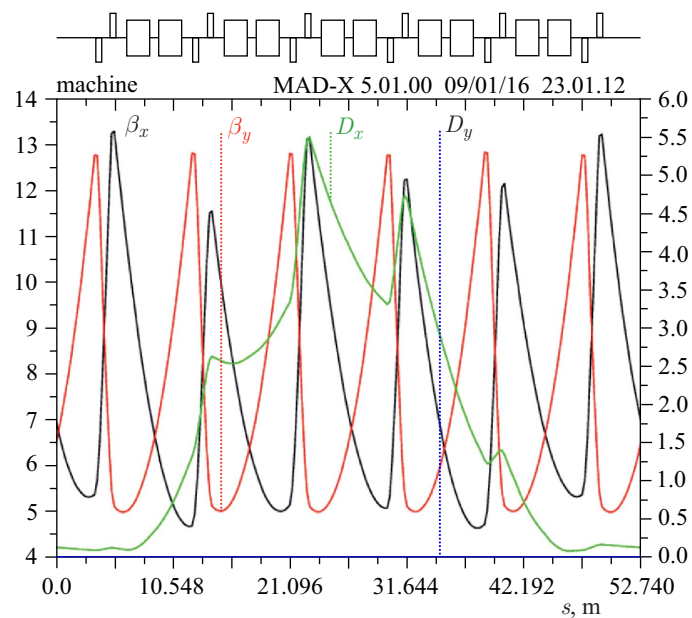


Рис. 1. Функции $\beta_{x,y}$ и дисперсионные функции на одном суперпериоде магнитной структуры

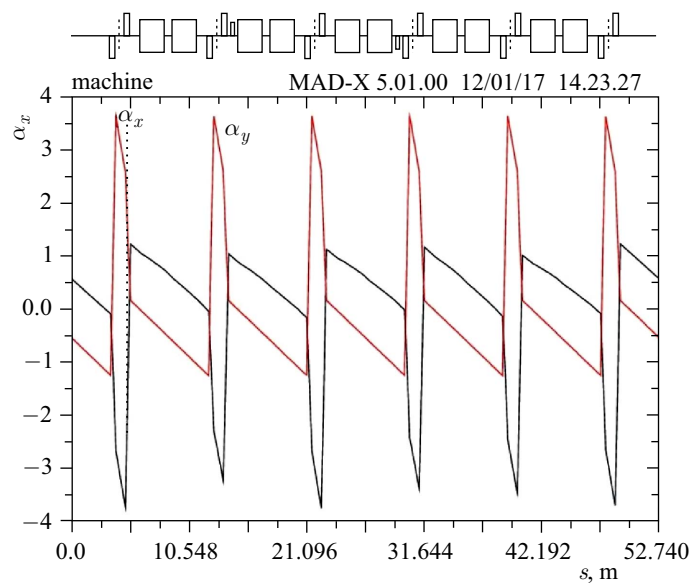


Рис. 2. Функции $\alpha_{x,y}$ на одном суперпериоде магнитной системы

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ДОПУСКОВ НА ОШИБКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Оценка допусков на ошибки магнитного поля структурных элементов бустера проводится из условия минимального воздействия ошибок на пучок, а также учитываются следующие аспекты.

1. Относительная величина погрешности n -го порядка определяется как отношение

$$\left(\frac{\Delta B_{x,y}}{B} \right)_n = \frac{1}{n! B} \frac{\partial^n B_{x,y}}{\partial x^n} r^n, \quad (2.1)$$

где r — расстояние от продольной оси структурного элемента до точки, в которой вычисляется $\frac{\partial^n B_{x,y}}{\partial x^n}$. В последующих расчетах порядок систематических нелинейностей ограничен $n \leq 10$; случайных $n \leq 3$, радиус приведения $r = 30$ мм, $B = B_y$ ($x = 0$; $y = 0$).

2. Предполагается, что нелинейности n -го порядка (случайные ошибки поля) каждого из трех типов структурных элементов (дипольные, фокусирующие и дефокусирующие квадрупольные магниты) распределены по нормальному закону. Средние значения ошибок в фокусирующих и дефокусирующих квадрупольных магнитах (линзах) равны по абсолютной величине и противоположны по знаку:

$$(\Delta B_{x,y}/B)_{n,\phi} = -(\Delta B_{x,y}/B)_{n,d}, \quad (2.2)$$

а среднеквадратичные значения равны:

$$\langle \Delta B_{y,x}/B \rangle_{n,\phi} = \langle \Delta B_{y,x}/B \rangle_{n,d}. \quad (2.3)$$

Корреляция между распределениями полей в дипольных и квадрупольных магнитах отсутствует.

3. Нагрузка системы питания ускорителя включает в себя три цепи последовательно соединенных обмоток структурных элементов: дипольных магнитов, фокусирующих и дефокусирующих квадрупольных магнитов.

4. Принятые в расчетах максимальные значения эмиттансов и импульсного разброса циркулирующего пучка соответственно равны:

$$\varepsilon_{x,\max} = 250 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад};$$

$$\varepsilon_{y,\max} = 60 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад};$$

$$(\Delta p/p)_{\max} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Основными источниками искажения орбиты являются:

1) разброс эффективных длин L_{eff} и индукций $\langle \Delta B_z/B \rangle_{o,m}$ в дипольных магнитах;

- 2) поворот их медианной плоскости вокруг оси на угол $\langle \alpha_s \rangle_M$;
 3) поперечные смещения продольных магнитных осей квадрупольных линз на величину $\langle \Delta x \rangle_L$ и $\langle \Delta y \rangle_L$.

Среднеквадратичные ошибки (погрешности) магнитного поля связаны с ошибками юстировки (установки относительно идеальной замкнутой орбиты в кольце ускорителя) структурных элементов соотношениями

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\Delta B_x}{B} \right\rangle_{o,M} &= \langle \alpha_s \rangle_M, \\ \left\langle \frac{\Delta B_y}{B} \right\rangle_{o,L} &= \frac{G_L}{B} \langle \Delta X \rangle_L, \\ \left\langle \frac{\Delta B_X}{B} \right\rangle_{o,L} &= \frac{G_L}{B} \langle \Delta Y \rangle_L. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Максимальное отклонение замкнутой орбиты оценивалось с помощью гармонического метода [4]. В бустере наиболее близкими к частотам бетатронных колебаний являются четыре гармоники с номерами $m = 3, 4, 5, 6$. Среднеквадратичные значения амплитуды m -й гармоники разложения орбиты в x - и y -плоскостях в ряд Фурье определяются как

$$\langle Y_m \rangle = \frac{Q_y \beta_{y,\max}^{1/2}}{|Q_y^2 - m^2| \pi \rho} \left[\sum_j m_j \langle \Delta B/B \rangle_{o,j}^2 L_j \int_0^{S_j} \beta_y ds \right]^{1/2}, \quad (2.5)$$

где индекс j указывает тип магнитного элемента (магнит или линза); L_j — его эффективная длина; m_j — число однотипных элементов; ρ — радиус кривизны в дипольных магнитах. Максимальное отклонение орбиты в соответствии с методикой [4] с вероятностью 98 % не превышает величины

$$Y_{\max} = 2 \left(\sum_{m=3}^6 \langle Y_m \rangle^2 \right)^{1/2} (1 + |\delta| - |\delta|^2), \quad (2.6)$$

где $|\delta| = |Q_y - m|$, m — номер гармоники возмущения ближайшего целого резонанса.

Для практически симметричной по градиентам магнитной структуры бустера значения коэффициентов в выражениях (2.5) и (2.6) для x - и y -плоскостей примерно равны, поэтому данные ниже оценки относятся как к горизонтальной, так и к вертикальной проекциям орбиты. При $|\delta| = 0,1$ среднеквадратичные значения амплитуд гармоник 3–6 связаны с погрешностями поля и

юстировки соотношениями

$$\begin{aligned}
\langle Y_3 \rangle^2 &= 1,4 \langle \Delta B/B \rangle_{0,m}^2 + 12,6 \langle \Delta Y \rangle_{\text{л}}^2, \\
\langle Y_4 \rangle^2 &= 5,2 \langle \Delta B/B \rangle_{0,m}^2 + 43,7 \langle \Delta Y \rangle_{\text{л}}^2, \\
\langle Y_5 \rangle^2 &= 134,8 \langle \Delta B/B \rangle_{0,m}^2 + 1156,2 \langle \Delta Y \rangle_{\text{л}}^2 \\
\langle Y_6 \rangle^2 &= 1,9 \langle \Delta B/B \rangle_{0,m}^2 + 14,8 \langle \Delta Y \rangle_{\text{л}}^2,
\end{aligned} \tag{2.7}$$

где линейные перемещения $\langle \Delta Y \rangle_{\text{л}}$ и амплитуды $\langle Y_m \rangle$ даны в метрах. Допуски на разброс индукций магнитного поля в диполях, на ошибки юстировки и возможные перемещения структурных элементов с учетом (2.5) определяются из неравенства

$$632,1 \langle \Delta B/B \rangle_{0,m}^2 + 5338,5 \langle \Delta Y \rangle_{\text{л}}^2 < Y_{\text{max}}^2. \tag{2.8}$$

При разбросах магнитных индукций $\langle \Delta B/B \rangle_{0,m} = 5 \cdot 10^{-4}$, углов поворота вокруг продольной оси дипольных магнитов $\langle \alpha_s \rangle_m = 5 \cdot 10^{-4}$, а также поперечных смещений квадрупольных магнитов $\langle \Delta \rangle_{\text{л}} = \langle \Delta y \rangle_{\text{л}} = 0,1$ мм максимальные отклонения горизонтальной и вертикальной проекций орбиты составят ~ 10 мм. Данную величину не следует считать приемлемой, так как в период настройки ускорителя крайне желательно иметь циркуляцию пучка при отключенных системах коррекции орбиты, а при полувысоте зазора дипольного магнита 32,5 мм значительная часть пучка будет теряться в окрестности максимумов вертикальной огибающей. Поэтому целесообразно допуски на юстировку 5-й гармоники дипольных магнитов сделать более жесткими в 2 раза. Максимальное отклонение замкнутой орбиты оказывается в этом случае вполне удовлетворительным: $Y_{\text{max}} = 6$ мм. Следует также отметить, что основной вклад в искажение орбиты вносит пятая гармоника: $2 \langle Y_5 \rangle = 5$ мм.

Влияние систематических и случайных погрешностей магнитного поля на характеристики бетатронных колебаний исследовались по стандартной методике [5, 6] с использованием укороченных уравнений

$$\begin{aligned}
I'_x &= n_x |H_r| I_x^{|n_x|/2} I_y^{|n_y|/2} \sin \varphi, \\
I'_y &= n_y |H_r| I_x^{|n_x|/2} I_y^{|n_y|/2} \sin \varphi,
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\Phi'_x = \sum_{n=1}^{10} \sum_{j=1}^{n_0} \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) H_{n,j,k} I_x^{j-k-1} I_y^k + |n_x| |H_r| I_x^{(|n_x|-2)/2} I_y^{|n_y|/2} \cos \varphi,$$

$$\Phi'_y = \sum_{n=1}^{10} \sum_{j=1}^{n_0} \sum_{k=1}^{j-1} k H_{n,j,k} I_x^{j-k} I_y^{k-1} + |n_x| |H_r| I_x^{|n_x|/2} I_y^{(|n_y|-2)/2} \cos \varphi;$$

здесь «'» — дифференцирование по азимуту θ ; $I_{x,y}(\theta)$ и $\Phi_{x,y}(\theta)$ — медленно меняющиеся функции: квадраты амплитуд и фазы горизонтальных и вертикальных бетатронных колебаний ($I_{x,y} = \varepsilon_{x,y}/2\pi$ для гармонических колебаний);

$$H_{n,j,k} = \frac{(-1)^k n! R}{k!(j-k)!(n+1-2j)! \pi \rho r^n 2^{j+1}} \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^{n+1-2j} \times \\ \times \int_0^{2\pi} \beta_x^{j-k} \beta_y^k \psi^{n+1-2j} \left(\frac{\Delta B_y}{B}\right)_n d\theta \quad (2.10)$$

— коэффициенты, определяющие сдвиги и разбросы частот относительно выбранного положения рабочей точки; n_0 — целая часть $(n+1)/2$. Параметры, характеризующие воздействие на пучок одного из резонансов $n_x Q_x + n_y Q_y = m$, представлены в уравнениях (2.10) следующим образом:

$$|H_r| = R h_r \int_0^{2\pi} \beta_x^{|n_x|/2} \beta_y^{|n_y|/2} e^{i(n_x \gamma_x + n_y \gamma_y m \theta)} \left(\frac{\Delta B}{B}\right)_{n_r-1} d\theta, \quad (2.11) \\ \varphi = n_x \Phi_x + n_y \Phi_y + \Phi_r + \delta \theta,$$

где $h_r = \frac{(n_r-1)!}{2^{n_r/2} \pi \rho r^{n_r-1} |n_x|! |n_y|!}$; $\delta = n_x Q_x + n_y Q_y - m$ — резонансная расстройка; $n_r = |n_x| + |n_y|$ — порядок резонанса; $\gamma_{x,y} = \mu_{x,y} - Q_{x,y} \theta$ — аргументы функции Флоке; Φ_r — фаза возмущения.

Оценки допусков на систематические ошибки магнитного поля выполнены в предположении, что резонансное воздействие на пучок отсутствует. Тогда при условии постоянства амплитуд бетатронных колебаний ($I_{x,y} = 0$) величины $\Phi_{x,y}$ являются сдвигами частот и в общем случае зависят от амплитуд и импульсов частиц:

$$\Delta Q_x = \sum_{n=1}^{10} \Delta Q_x^{(n)} = \sum_{n=1}^{10} \sum_{j=1}^{n_0} \sum_{k=0}^{j-1} (j-k) H_{n,j,k} I_x^{j-k-1} I_y^k, \quad (2.12) \\ \Delta Q_y = \sum_{n=1}^{10} \Delta Q_y^{(n)} = \sum_{n=1}^{10} \sum_{j=1}^{n_0} \sum_{k=1}^j k H_{n,j,k} I_x^{j-k} I_y^{k-1}.$$

Как следует из этих формул, для каждого типа нелинейностей $(\Delta B/B)_n$ при $n > 2$ в интервалах $0 < I_{x,y} < \varepsilon_{x,y,\max}/2\pi$ и $\Delta p/p < (\Delta p/p)_{\max}$ существуют такие значения амплитуд и импульсов частиц, при которых модули соответствующих сдвигов бетатронных частот $|\Delta Q_{n,x,y}|$ становятся максимальными.

Для выбранного положения рабочей точки ($Q_x = 4,8$, $Q_y = 4,85$) суммарная величина сдвигов бетатронных частот не должна превышать

$$\Delta Q_{x,y} = \sum_{n=1}^{10} \Delta Q_{x,y}^{(n)} \leq 0,05. \quad (2.13)$$

С учетом ограничения (2.13), а также измеренных на прототипе сверхпроводящего дипольного магнита нелинейностей и возможностей управления токами в системе электропитания структурных элементов допуски на систематические погрешности магнитного поля распределились следующим образом.

Суммарный допуск на пульсации и точность поддержания градиентов в квадрупольных линзах относительно поля в дипольных магнитах определяется из выражения для максимально возможного когерентного сдвига частот:

$$\begin{aligned} \Delta Q_x^{(1)} &= \left(\left| \frac{\Delta Q_x}{(\Delta G/G)_\Phi} \right| \left| \frac{\Delta Q_x}{(\Delta G/G)_\Delta} \right| \right) \left(\frac{\Delta G}{G} \right)_\Phi, \\ \Delta Q_y^{(1)} &= \left(\left| \frac{\Delta Q_y}{(\Delta G/G)_\Phi} \right| \left| \frac{\Delta Q_y}{(\Delta G/G)_\Delta} \right| \right) \left(\frac{\Delta G}{G} \right)_\Delta. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Для $|\Delta Q_{x,y}| < 0,01$ и производных частот бетатронных колебаний получим $|\Delta G/G|_{\Phi,\Delta} < 1,6 \cdot 10^{-3}$.

Допуски на секstupольную и октупольную нелинейности магнитных полей дипольных магнитов и квадрупольных линз при $|\Delta Q_{(2,3)x,y}| < 0,01$ находятся из неравенств

$$\begin{aligned} |\Delta B/B|_{2,m} + 0,3|\Delta B/B|_{2,l} &< 8,1 \cdot 10^{-4}, \\ |\Delta B/B|_{3,m} + 0,2|\Delta B/B|_{3,l} &< 3,4 \cdot 10^{-4}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Для нелинейностей высших порядков при $|\Delta Q_{x,y}| < 6 \cdot 10^{-4}$ ($4 < n < 10$) допуск на каждую из них составляет $|\Delta B/B|_{n,l,m} < 3 \cdot 10^{-4}$.

Очевидно, что выполнить ограничение (2.13) для технически реализуемых допусков возможно только при условии коррекции хроматичности, по крайней мере при низких энергиях ($B\rho < 10$ Тл·м), когда импульсный разброс в пучке превышает величину $(\Delta p/p)_{\max} > 10^{-3}$.

Как показали эксперименты на нуклотроне, влияние четвертой гармоники поля («прямой и косой») оказались ничтожно малы. Поэтому их вклад в динамику пучка мы рассматривать не будем.

Приведенные оценки лишь иллюстрируют возможности коррекции магнитного поля бустера. Вопрос о полной или частичной коррекции хроматических aberrаций и нелинейного разброса частот, а также диапазоны энергий, в которых данные системы должны функционировать, может быть решен после проведения измерений магнитного поля структурных элементов.

Как следует из приведенных расчетов, можно создать такую область частот бетатронных колебаний, которая не пересекалась бы линиями резонансов до 2-го порядка включительно. Однако близость этих резонансов приводит к нежелательному увеличению эффективного эмиттанса циркулирующего пучка.

Оценим относительное увеличение эмиттанса $\Delta\varepsilon_{x,y}/\varepsilon_{x,y}$, исходя из условия, что модуль расстройки $|\delta|$ много больше полуширины резонансной полосы. Тогда зависимостями $\Phi_{x,y}(\theta)$ в (2.9) можно пренебречь, а уравнения для квадратов амплитуд, записанные через их конечные разности, будут иметь вид

$$\Delta I_{x,y} = n_{x,y} |H_r| I_x^{|n_x|/2} I_y^{|n_y|/2} \sin \varphi \Delta \theta. \quad (2.16)$$

Принимая во внимание, что среднее значение $\sin \varphi$ в интервале $0 < \varphi < \pi/2$ равно $2/\pi$, и полагая $\Delta Q = \pi/(2|\delta|)$, получим

$$\frac{\Delta E_{x,y}}{E_{x,y}} = \frac{|\Delta I_{x,y}|}{I_{x,y}} = \frac{|n_{x,y}|}{|\delta|} |H_r| I_{x,y}^{(|n_{x,y}|-2)/2} I_{y,x}^{|n_{y,x}|/2}, \quad (2.17)$$

где для резонансов, возбуждаемых случайными погрешностями магнитного поля, с вероятностью 98% $\langle H_r \rangle$ не превышает

$$\langle H_r \rangle = h_r \left[\sum_j m_j \left\langle \frac{\Delta B}{B} \right\rangle^2 S_j \int_0^{S_j} \beta_x^{|n_x|} \beta_y^{|n_y|} ds \right]^{1/2}. \quad (2.18)$$

В табл. 1 приведены допуски на случайные ошибки магнитного поля бустера, рассчитанные по формулам (2.17) и (2.18) при $\Delta\varepsilon_{x,y}/\varepsilon_{x,y} < 0,1$. Как показали результаты расчета динамики, такое увеличение эмиттанса пучка в результате действия отдельных резонансов является вполне допустимым для ускорителей.

Однократное прохождение резонансов будет иметь место в режиме медленного вывода. Смещение рабочей точки к резонансу $3Q_x = 14$, с помощью которого осуществляется вывод, целесообразно реализовать по направлению,

Таблица 1. Допуски на случайные ошибки магнитного поля

Резонанс	$ \delta $	Допуск
$3Q_x = 14$	0,4	$32\langle \Delta B_x/B \rangle_{1,M}^2 + \langle \Delta G/G \rangle_L^2 < 4,2 \cdot 10^{-5}$
$Q_x - Q_z = 0$	0,05	$40\langle \Delta B_x/B \rangle_{1,M}^2 + \langle \alpha_s \rangle_L^2 < 8,9 \cdot 10^{-7}$
$Q_x - 2Q_z = -5$	0,1	$\langle \Delta B_x/B \rangle_{2,M}^2 + 0,09\langle \Delta B_x/B \rangle_{2,L}^2 < 1,1 \cdot 10^{-5}$
$2Q_x = 10$	0,4	$\langle \Delta B_z/B \rangle_{3,M}^2 + 0,01\langle \Delta B_z/B \rangle_{3,M}^2 < 1,2 \cdot 10^{-5}$
$2Q_z = 10$	0,3	$\langle \Delta B_x/B \rangle_{3,M}^2 + 0,05\langle \Delta B_x/B \rangle_{3,M}^2 < 5,6 \cdot 10^{-5}$

при котором последовательно и сравнительно быстро пересекаются лишь неопасные резонансы 4-го порядка.

Полагая изменение фазы в (2.9)

$$\varphi = \varphi_0 + 0,5\delta'\theta^2 n \int_{-\infty}^{\infty} \sin \varphi d\theta \leq 2\pi/|\delta'|, \quad (2.19)$$

получим по аналогии с (2.17) формулу для оценки относительного увеличения эмиттанса при быстром прохождении каждого из этих резонансов:

$$\frac{\Delta E_{x,y}}{E_{x,y}} = |n_{x,y}| |H_r| \left(\frac{2\pi}{|\delta'|} \right)^{1/2} I_{x,y}^{(|n_{x,y}|-2)/2} I_{y,x}^{|n_{y,x}|/2}. \quad (2.20)$$

Отсюда для $\Delta\varepsilon_{x,y}/\varepsilon_{x,y} < 0,1$ и технически реализуемых смещений частот $\Delta Q_x = -0,1$ и $\Delta Q_y = -0,05$ за время 10 мс допуск на случайную величину октупольной нелинейности равен

$$\left\langle \frac{\Delta B_{y,x}}{B} \right\rangle_{3,м}^2 + 0,04 \left\langle \frac{\Delta B_{y,x}}{B} \right\rangle_{3,л}^2 < 8,2 \cdot 10^{-8}. \quad (2.21)$$

Скорость изменения градиентов в квадрупольных линзах при этом составит $dG_{\Phi}/dt = -30$ Тл/(м·с) и $dG_D/dt = 15$ Тл/(м·с).

Приведенные допуски на систематические и случайные ошибки магнитного поля являются основой для разработки структурных элементов кольца, системы электропитания и геодезической сети бустера. Однако, как показывает практика настройки и эксплуатации синхротронов, даже при выполнении указанных требований в ускорителе должна быть предусмотрена развитая система коррекции магнитного поля.

Данная система должна корректировать:

- 1) горизонтальную и вертикальную проекции орбиты;
- 2) хроматичность;
- 3) действие близлежащих резонансов до 2-го порядка включительно.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК МАГНИТНОГО ПОЛЯ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Моделирование движения пучка проводилось в программе MAD-X на протяжении 10^3 оборотов. Для частиц задавались различные начальные данные на поперечных фазовых плоскостях в предположении отсутствия ограничений из-за геометрической апертуры магнитов. Динамическая апертура (ДА)

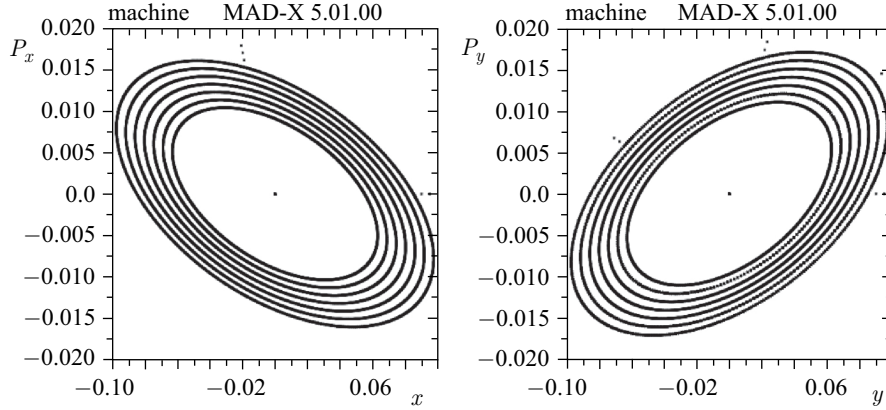


Рис. 3. Область устойчивого движения на поперечных фазовых плоскостях (x, P_x) и (y, P_y) при отсутствии случайных и систематических ошибок в магнитных полях структурных элементов бустера

определялась как область устойчивого движения после прохождения частицами заданного числа оборотов.

При отсутствии случайных и систематических ошибок магнитного поля величина области устойчивого движения составляет $\approx 1500 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$ по обоим поперечным направлениям (рис. 3). В данном случае ограничения на величину ДА возникают из-за вклада нелинейностей высоких порядков, присутствующих в «картах» трассировки пучка через дипольные и квадрупольные магниты в MAD-X [3].

3.1. Разброс эффективных длин дипольных магнитов. Разброс эффективных длин дипольных магнитов приводит к отклонениям замкнутой орбиты от центрального положения. Отклонение эффективной длины от среднего значения разыгрывалось 100 раз для всех элементов данного типа в кольце по распределению Гаусса с определенным значением среднеквадратичного отклонения σ . Для каждого розыгрыша рассчитывалась замкнутая орбита. На рис. 4 представлен пример расчета отклонения замкнутой орбиты по периметру кольца от идеального положения при $\sigma(BdL) = 1 \cdot 10^{-3}$. По статистике данных расчетов определялась величина среднеквадратичного значения отклонения замкнутой орбиты на азимуте нахождения каждого элемента вдоль периметра кольца. Утроенное максимальное значение по периметру (3σ) использовалось для оценки применимости допуска на разброс эффективных длин. Затем величина $\sigma(BdL)$ менялась, цикл расчетов повторялся.

График зависимости величины максимального по периметру кольца отклонения орбиты (3σ) по 100 розыгрышам величин разброса эффективных длин дипольных магнитов $\sigma(BdL)$ показан на рис. 5. Видно, что при вели-

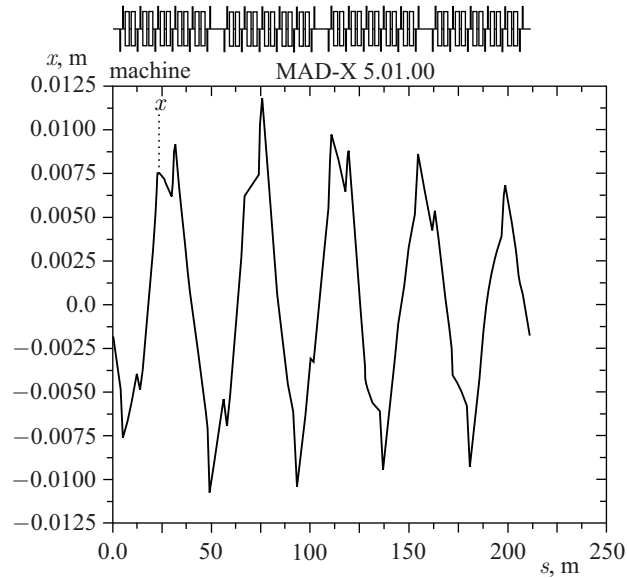


Рис. 4. Величина отклонения замкнутой орбиты вдоль кольца бустера при $\sigma(BdL) = 1 \cdot 10^{-3}$ в зависимости от продольной координаты по периметру кольца бустера

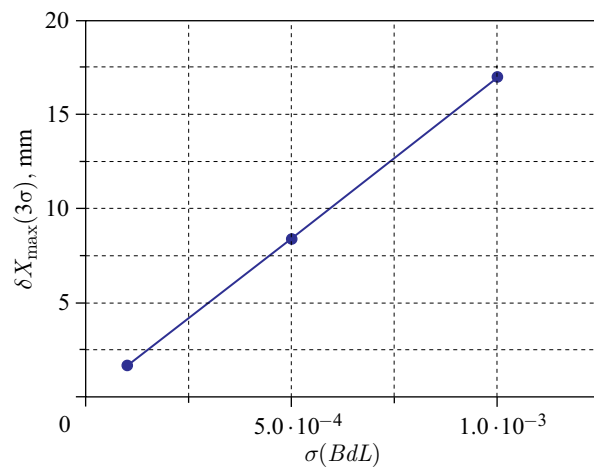


Рис. 5. Величина максимального по периметру кольца отклонения орбиты (3σ) по 100 розыгрышам величин разброса эффективных длин дипольных магнитов $\sigma(BdL)$

чине относительного разброса $5 \cdot 10^{-4}$ отклонение орбиты (максимум 3σ по периметру) в горизонтальном направлении не превышает 9 мм.

3.2. Разброс эффективных длин квадрупольных магнитов. Разброс эффективных длин квадрупольных магнитов может привести к возбуждению параметрического резонанса и соответствующим потерям частиц ускоряемого пучка. Величину эффекта можно оценить по уменьшению ДА ускорителя. На рис. 6. показана область устойчивого движения на обеих поперечных фазовых плоскостях при отсутствии ошибок полей структурных элементов, при «включенных» секступолях коррекции хроматичности.

Видно, что размер области устойчивого движения составляет приблизительно $600 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$ по обоим поперечным направлениям. Эту величину примем за реперную при оценке уменьшения ДА из-за действия различных факторов. Для коррекции хроматичности было использовано 8 секступолей (по 2 секступоля на квадрант). Рассмотренные фазовые плоскости находятся посередине между регулярными F - и D -линзами.

«Силы» секступолей составляют

$$S_f: K_2 = 4,20 \cdot 25 = 105 \text{ Тл/м}^2,$$

$$S_d: K_2 = -3,10 \cdot 25 = -77,5 \text{ Тл/м}^2.$$

Продольная длина секступолей равна 320 мм.

На рис. 7 показаны области устойчивого движения на поперечных фазовых плоскостях при различной величине относительного разброса эффективных длин в квадрупольных магнитах. Видно, что для данной оптической модели ($Q_x = 4,80$, $Q_y = 4,85$) область устойчивого движения полностью сохраняется, если относительный разброс менее $5 \cdot 10^{-4}$.

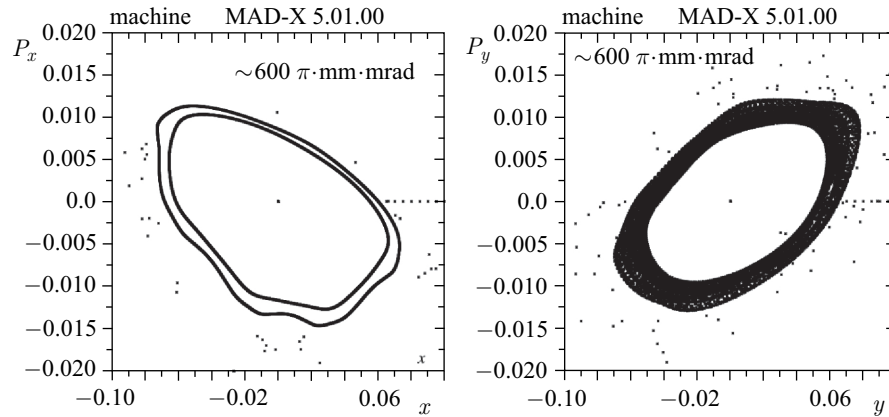


Рис. 6. Область устойчивого движения на фазовых плоскостях (x, P_x) и (y, P_y) при наличии секступолей коррекции хроматичности ($Q_x = 4,8$, $Q_y = 4,85$)

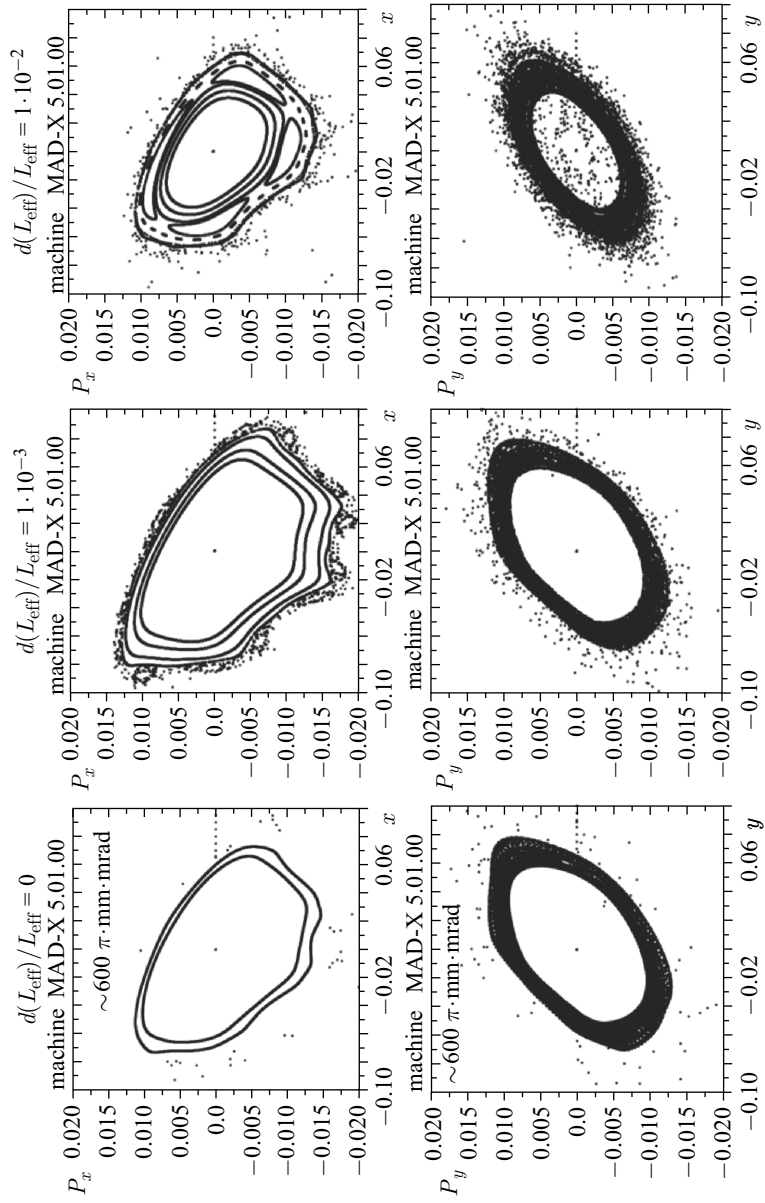


Рис. 7. Области устойчивого движения на поперечных фазовых плоскостях при различной величине относительного разброса эффективных длин в квадрупольных магнитах

3.3. Поперечные смещения квадрупольных магнитов относительно продольной оси. Поперечные смещения относительно продольной оси приводят к созданию вертикальной и горизонтальной дипольных компонент на линии идеальной замкнутой орбиты и к соответствующему ее искажению. Горизонтальное смещение квадрупольного магнита приводит к горизонтальному искажению орбиты, вертикальное — к вертикальному. Смещения по оси X или Y всех квадрупольных магнитов в кольце разыгрывались 100 раз по распределению Гаусса с определенным значением среднеквадратичного отклонения σ . На рис. 8 показан пример расчета замкнутой орбиты для одного из розыгрышей случайных смещений по горизонтальной оси X ($\sigma(\Delta X) = 0,1$ мм) всех квадрупольных магнитов в кольце.

Оценка максимальных допустимых смещений квадрупольных магнитов проводилась аналогично п.3.1. По статистике данных расчетов определялась величина среднеквадратичного значения отклонения замкнутой орбиты на азимуте нахождения каждого элемента вдоль периметра кольца. Утроенное максимальное значение по периметру (3σ) использовалось для оценки применимости допуска на поперечные смещения квадрупольных магнитов. Затем величина $\sigma(\Delta X)$, $\sigma(\Delta Y)$ менялась, цикл расчетов повторялся. На рис. 9 приведены результаты.

Видно, что при $\sigma(\Delta X)$, $\sigma(\Delta Y) \approx 0,1$ мм максимальные возмущения замкнутой орбиты по кольцу не превышают 7 мм.

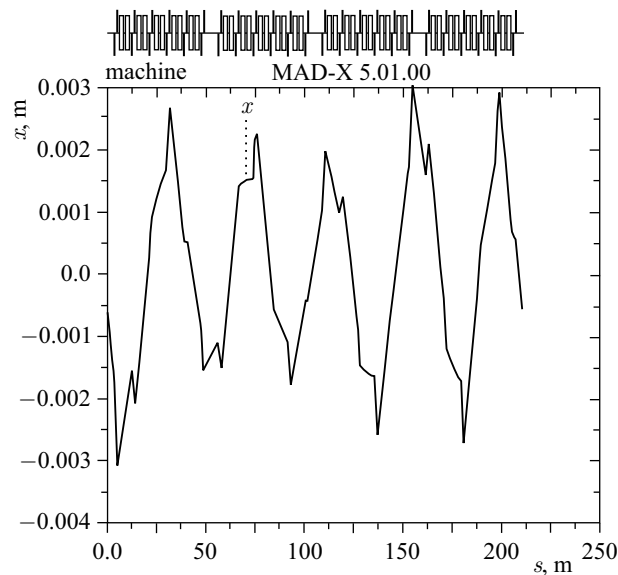


Рис. 8. Величина отклонения замкнутой орбиты вдоль кольца бустера при $\sigma(\Delta X) = 0,1$ мм для квадрупольных магнитов в зависимости от продольной координаты по периметру кольца бустера

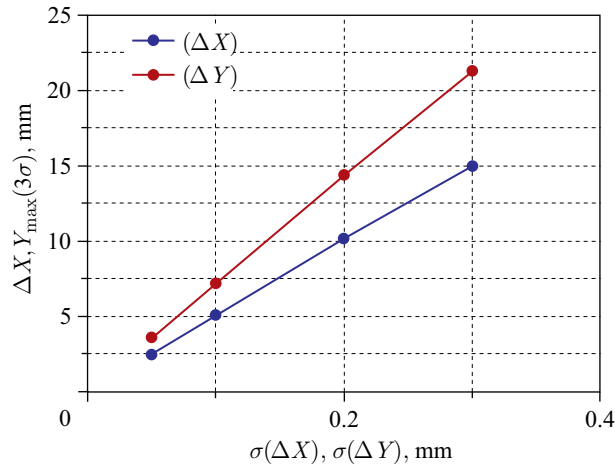


Рис. 9. Величина максимального по периметру кольца отклонения орбиты (3σ) по 100 розыгрышам смещений квадрупольных магнитов для X - и Y -направлений

3.4. Поворот вокруг продольной оси дипольных магнитов. Поворот дипольных магнитов вокруг продольной оси приводит к возникновению горизонтальной компоненты магнитного поля в средней плоскости ускорителя, что, в свою очередь, приводит к вертикальному возмущению замкнутой орбиты. На рис. 10 приводятся результаты расчета возмущения замкнутой орбиты в зависимости от среднеквадратичного разброса угла поворота всех дипольных магнитов в кольце. Расчеты проводились аналогично расчетам в п. 3.1, 3.3 на статистике из 100 розыгрышей углов поворотов всех дипольных магнитов в кольце. Видно, что при углах поворота $\sim 5 \cdot 10^{-4}$ рад максимальное отклонение орбиты в вертикальном направлении не превышает 11 мм.

3.5. Поворот вокруг продольной оси квадрупольных магнитов. Поворот вокруг продольной оси квадрупольных магнитов приводит к появлению связи между движением в X - и Y -направлениях. Это может усилить действие на пучок резонансов связи. На рис. 11 показана диаграмма рабочей точки бустера с линиями суммовых и разностных резонансов до 4-го порядка включительно.

Видно, что рабочая точка (4,8, 4,85) расположена достаточно далеко от резонансов связи. На рис. 12 приводятся результаты расчета движения частиц на поперечных фазовых плоскостях при различной величине среднего угла поворота всех квадрупольных магнитов в кольце. Видно, что при среднеквадратичном угле поворота менее 5 мрад величина области устойчивого движения на фазовых плоскостях не изменяется по сравнению со случаем с идеальной расстановкой элементов при наличии секступолей коррекции хроматичности.

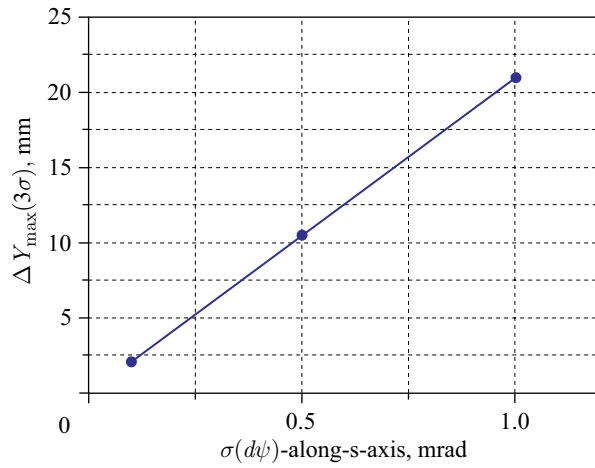


Рис. 10. Величина максимального по периметру кольца отклонения орбиты (3σ) по 100 розыгрышам величин углов поворотов дипольных магнитов $\sigma(d\psi)$ относительно продольной оси

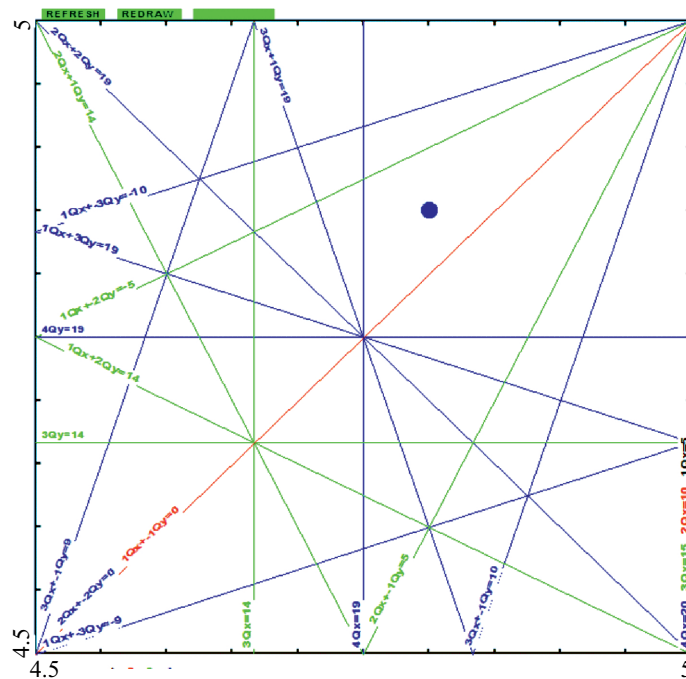


Рис. 11. Диаграмма рабочей точки бустера с линиями резонансов до 4-го порядка включительно

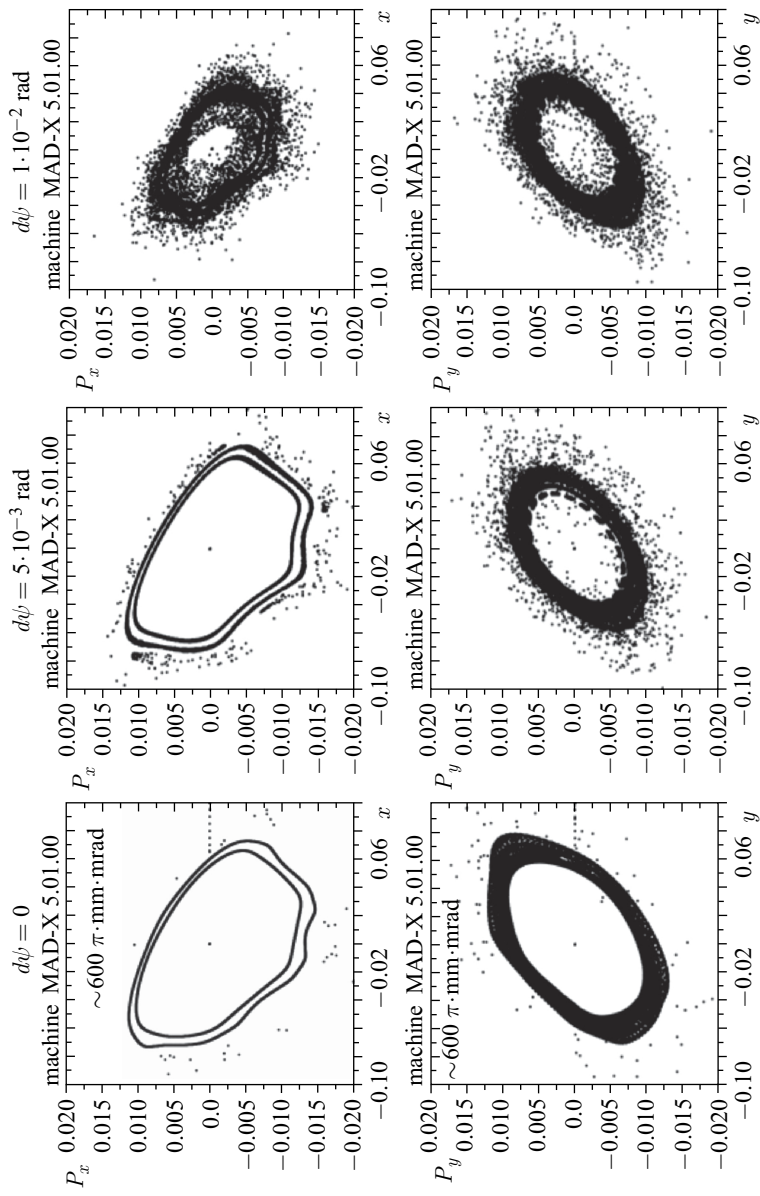


Рис. 12. Области устойчивого движения на поперечных фазовых плоскостях при различной величине среднеквадратичного угла поворота относительно продольной оси в квадрупольных магнитах

Таблица 2. Допуски на разброс эффективных длин и ошибки юстировки

Ошибка	Дипольный магнит	Квадрупольный магнит
Относительный разброс эффективных длин магнитов	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
Поперечные смещения относительно продольной оси, мм	—	$\pm 0,1$
Поворот относительно продольной оси, рад	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$

На основании полученных результатов в табл. 2 сформулированы допуски на разброс эффективных длин и ошибки юстировки структурных элементов бустера.

3.6. Замкнутая орбита бустера при наличии основных влияющих факторов. Ниже приведены результаты моделирования замкнутой орбиты бустера при наличии следующих неточностей магнитного поля и ошибок юстировки элементов в кольце:

- разброс эффективных длин дипольных магнитов $\sigma(BdL) = 5 \cdot 10^{-4}$;
- поворот дипольных магнитов относительно продольной оси $\sigma(d\psi) = 5 \cdot 10^{-4}$ рад;
- поперечное смещение квадрупольных магнитов $\sigma(\Delta X) = \sigma(\Delta Y) = 0,1$ мм;
- поворот относительно продольной оси квадрупольных магнитов $\sigma(d\psi) = 10^{-3}$ рад.

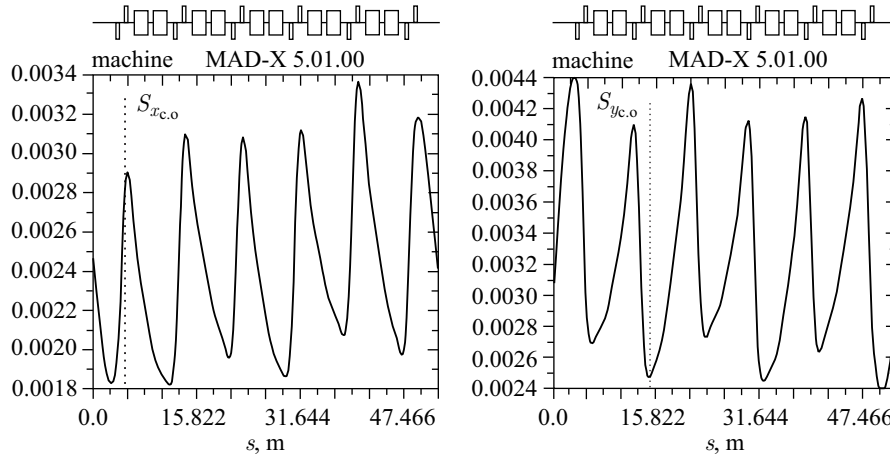


Рис. 13. Среднеквадратичная величина отклонения замкнутой орбиты (1σ) при наличии основных влияющих факторов по 100 розыгрышам

Расчеты проводились аналогично расчетам в п. 3.1, 3.3, 3.4 на статистике из 100 розыгрышей вышеуказанных ошибок в кольце. Каждая точка замкнутой орбиты на рис.13 представляет собой среднеквадратичное отклонение (1σ) по 100 розыгрышам.

Расчеты показали, что максимальное отклонение орбиты в горизонтальном направлении не превышает 10 мм (3σ), в вертикальном — 13 мм (3σ).

3.7. Динамическая апертура бустера при наличии основных влияющих факторов. Ниже приведены результаты расчета динамической апертуры бус-

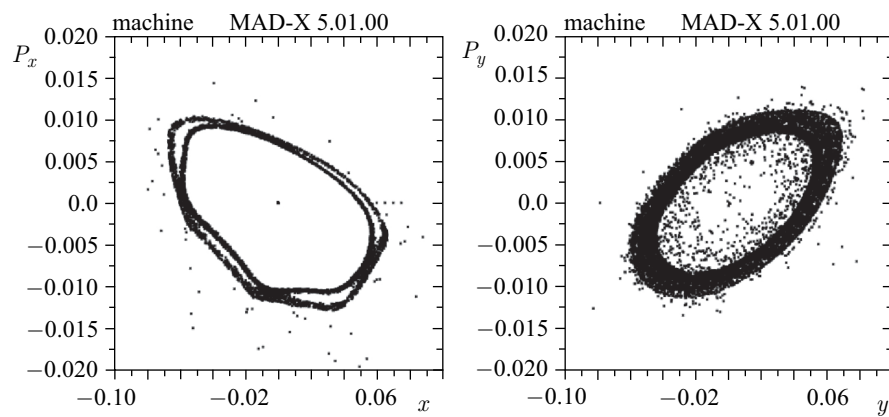


Рис. 14. Области устойчивого движения на поперечных фазовых плоскостях при основных ограничивающих динамическую апертуру факторах

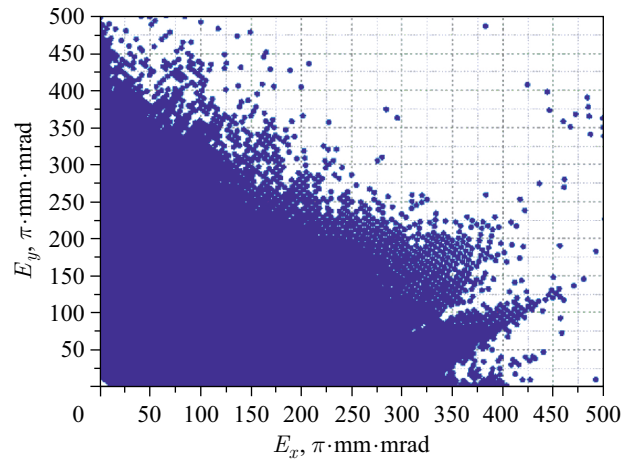


Рис. 15. Динамическая апертура бустера NICA в терминах поперечных эмиттансов при наличии основных ограничивающих факторов

тера при наличии следующих неточностей магнитного поля и ошибок юстировки элементов в кольце:

- разброс эффективных длин дипольных магнитов $\sigma(BdL) = 5 \cdot 10^{-4}$;
- поворот дипольных магнитов относительно продольной оси $\sigma(d\psi) = 5 \cdot 10^{-4}$ рад;
- поперечное смещение квадрупольного магнита $\sigma(\Delta X) = \sigma(\Delta Y) = 0,1$ мм;
- разброс эффективных длин квадрупольных магнитов $\sigma(GdL) = 5 \cdot 10^{-4}$;
- поворот относительно продольной оси квадрупольных магнитов $\sigma(d\psi) = 10^{-3}$ рад.

ВЫВОДЫ

В результате исследования линейной и нелинейной динамики пучка ионов золота ${}_{197}\text{Au}^{31+}$ в бустере нуклотрона изучено влияние случайных ошибок магнитных полей и точности расстановки структурных элементов на искажение замкнутой орбиты и амплитуду бетатронных колебаний. Сделаны оценки величины динамической апертуры ускорителя.

На основании полученных результатов сформулированы допуски на качество магнитного поля структурных элементов, а также на точность их установки в кольце. При этом величина максимального отклонения (3σ по статистике из 100 розыгрышей) возмущенной замкнутой орбиты от идеальной не превышает 10 мм по обоим поперечным направлениям, а динамическая апертура ускорителя как минимум в 2 раза превышает его геометрический аксептанс.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные параметры магнитной структуры бустера

Общие данные	
Ионы	${}_{197}\text{Au}^{31+}$
Энергия инжекции	3,2 МэВ/нуклон
Максимальная энергия	578 МэВ/нуклон
Магнитная жесткость при инжекции максимальная	1,64 Тл · м 25,2 Тл · м
Периметр	210,96 м
Критическая энергия	3,25 ГэВ/нуклон
Структура и магнитные элементы	
Количество суперпериодов периодов типа DFO	4 24

дипольных магнитов	40
квадрупольных линз	48
Эффективная длина дипольных магнитов	2,2 м
квадрупольных линз	0,47 м
Индукция в дипольных магнитах при инжекции	0,117 Тл
максимальная	1,8 Тл
Градиент в линзах Ф при инжекции	1,37 Тл/м
максимальный	21 Тл/м
Градиент в линзах Д при инжекции	-1,4 Тл/м
максимальный	-21,5 Тл/м
Радиус кривизны в дипольных магнитах	14 м
Динамические характеристики структуры и пучка	
Частоты бетатронных колебаний Q_x/Q_y	4,8/4,85
Производные частот $\partial Q_x/(\partial G/G)_\Phi$	9,2
$\partial Q_x/(\partial G/G)_D$	-4,1
$\partial Q_y/(\partial G/G)_\Phi$	-4,2
$\partial Q_y/(\partial G/G)_D$	9,6
β_{\max} по x	13,4, м
β_{\max} по y	12,9, м
D_{\max}	4,4, м
Хроматичность $\Delta Q_x/(\Delta p/p)$	-5,1
$\Delta Q_y/(\Delta p/p)$	-5,5
Коэффициент уплотнения орбит	0,05
Акцептанс горизонтальный	$305 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^1)$ $150 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^2)$
вертикальный	$80 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^1)$ $58 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^2)$
Эмиттанс пучка при инжекции ϵ_x	$15-150 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^3)$
ϵ_y	$15 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$
Эмиттанс пучка в конце ускорения ϵ_x	$0,2-3\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^4)$
ϵ_y	$0,2-1,5\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}^5)$

Импульсный разброс при инжекции максимальный в конце ускорения	$\pm 10^{-3}$ $\pm 2,3 \cdot 10^{-3}$ $\pm 5 \cdot 10^{-4}$
Период обращения при инжекции в конце ускорения	8,51 мкс 0,89 мкс
Технические характеристики структурных элементов	
Апертура пучковой камеры в дипольных магнитах в квадрупольных магнитах	128 × 65 мм 129,5 × 68 мм
<p>1) Использовано обычное определение акцептанса: $A_{x,y} = \frac{r_{x,y}^2}{\beta_{x,y,max}}$, где $r_{x,y}$ — полуось сечения вакуумной камеры.</p> <p>2) Использовано следующее определение бетатронного акцептанса с учетом дисперсии и искажений замкнутой орбиты:</p> $A_x = \frac{\left(r_x - D_{max} \frac{\Delta p}{p_{max}} - \Delta x_{c.o,max} \right)^2}{\beta_{x,max}}, \quad A_y = \frac{(r_y - \Delta y_{c.o,max})^2}{\beta_{y,max}},$ <p>где $\Delta p/p_{max} = 3,3 \cdot 10^{-3}$ — максимальная полувысота сепаратрисы по импульсному отклонению; $\Delta x_{c.o,max} = \Delta y_{c.o,max} = 5$ мм — максимальные отклонения скорректированной замкнутой орбиты.</p> <p>3) Зависит от используемого метода инжекции пучка.</p> <p>4) Зависит от используемого метода инжекции пучка и от режима работы системы электронного охлаждения.</p> <p>5) Зависит от режима работы системы электронного охлаждения.</p>	

ЛИТЕРАТУРА

1. *Tuzikov A. et al.* Booster Synchrotron at NICA Accelerator Complex // Proc. of RUPAC 2016. P. 160–162.
2. *Trubnikov G. et al.* Project NICA // Proc. of RUPAC 2016. P.144–146.
3. MAD — Methodical Accelerator Design // CERN — BE/ABP Accelerator Beam Physics Group <http://madx.web.cern.ch/madx/>.
4. *Gluckstern P. L.* Distribution of the Maximum Orbit Distortion for Random Distributed Misalignment // Part. Accel. 1978. V. 8. P. 203–209.
5. *Guignard G.A.* General Treatment of Resonances in Accelerators. CERN-78-11, Geneva, 1978. P. 72.
6. *Балбеков В. И., Чирков П. Н.* Препринт ИФВЭ 84-167. Серпухов, 1984.

Получено 13 апреля 2017 г.

Редактор *Е. В. Сабеева*

Подписано в печать 24.05.2017.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,56. Уч.-изд. л. 1,88. Тираж 180 экз. Заказ № 59117.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/